



1. Rappels

E.11438

Définition :

on appelle "double-distributivité" l'action de développer deux facteurs comportant des sommes/soustractions.

Proposition : soit a, b, c, d quatre nombres. On a l'identité :

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Développer, puis réduire les expressions suivantes :

- (a) $(3x+1)(3+4x)$ (b) $(3x+2)(5x+4)$
(c) $(2x+5)(3+2x)$ (d) $(2x+1)(3x+2)$

E.11439 Développer, puis réduire les expressions suivantes :

- (a) $(3x+5)(x-2)$ (b) $(2x-1)(2x+3)$

E.11440 Développer, puis réduire les expressions suivantes :

- (a) $(-2x+2)(-1-x)$ (b) $(3x-1)(-5x-1)$

E.11441 Développer, puis réduire les expressions suivantes :

- (a) $(x-2)(2x+1)$ (b) $(x+5)(3-7x)$

E.9686 En utilisant la méthode de votre choix, résoudre les équations suivantes :

- (a) $3x^2 + x = 0$ (b) $(3x+1)^2 = 3x+1$

E.11608 Résoudre les équations suivantes :

- (a) $\frac{2x-1}{3} = 5x+1$ (b) $\frac{x-4}{3} = x-2$ (c) $\frac{2x+1}{6} - \frac{1-x}{2} = x$

E.474 Résoudre les équations suivantes :

- (a) $(x+1)(2-x) = (2x-4)(5x-3)$
(b) $(2x+1)(3x+4) - (3x+1)(2x+4) = 0$

E.11613 Développer les expressions suivantes :

- (a) $2(3x-1)(2-x)$ (b) $5(x+3)(5-2x)$

2. Introduction par la double distributivité

E.11442

① Afin de terminer les développements et la réduction des expressions, recopier et compléter les pointillés :

- (a) $(x+3)^2 = (x+3)(x+3) = \dots$
(b) $(x+10)^2 = (x+10)(x+10) = \dots$

② Recopier et compléter les phrases :

- Le terme numérique de la expression développée est le du terme numérique du facteur au carré.
- Le coefficient du terme en "x" de l'expression développée est le du terme numérique du facteur au carré.

E.11443

① Afin de terminer les développements, recopier et com-

pléter les pointillés :

- (a) $(x-4)^2 = (x-4)(x-4) = \dots$
(b) $(x-5)^2 = (x-5)(x-5) = \dots$

② Avec $b \in \mathbb{R}$ et en considérant l'expression développée de $(x-b)^2$:

- Le terme numérique a pour valeur : ...
- Le terme en "x" a pour expression : ...

E.11444 Afin de terminer les développements, recopier et compléter les pointillés :

- (a) $(x+2)(x-2) = \dots$
(b) $(x+10)(x-10) = \dots$

3. Introduction par identification graphique

E.8175 Dans cet exercice, on considère un carré de côté $a+b$ où a et b sont deux nombres réels positifs ($a, b \in]0; +\infty[$).

① Pour chacune des figures ci-dessous, donner l'aire du domaine hachurée :

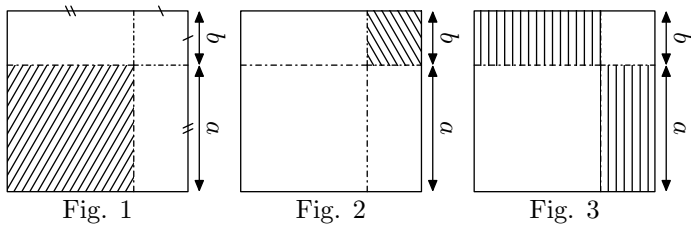


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

- 2 Parmi les expressions ci-dessous, donner les deux réponses permettant d'exprimer l'aire du carré :

- a $(a+b)^2$ b $a^2 + b^2$
 c $a^2 + 2ab + b^2$ d $a^2 - 2ab + b^2$

E.8185 Soit a et b deux nombres réels strictement positifs. On considère les quatre représentations d'un même carré de côté a ci-dessous :

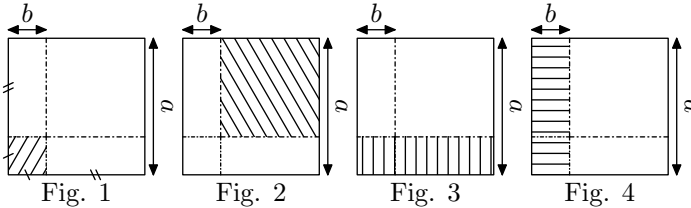


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

- 1 a Exprimer à l'aide des nombres a et b l'aire de chacune des parties hachurées.

- b Quelle partie de cette figure admet pour aire l'expression : $(a-b)^2 + 2ab - b^2$

- 2 Justifier l'identité : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

E.8186 Soit a et b deux nombres réels strictement positifs tels que $b < a$. On considère ci-dessous un carré de côté a (Fig. 1 et 2) ainsi qu'un rectangle (Fig. 3 et 4) :

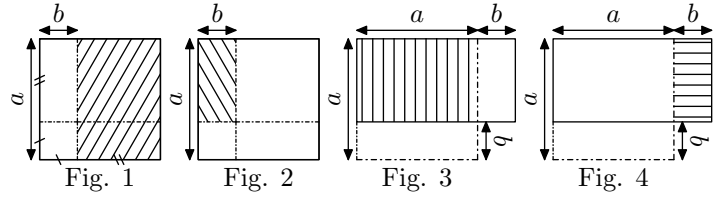


Fig. 1

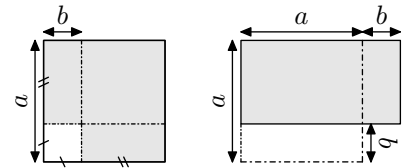
Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

- 1 Exprimer en fonction de a et de b les aires des domaines hachurés ci-dessus.

- 2 a Que peut-on dire des aires des domaines grisés représentés ci-dessous?



- b Justifier l'identité : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

4. Développement et identité remarquable

E.8179

- 1 Établir chacune des identités ci-dessous :

- a $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$
 b $(4x+3)^2 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2$

- 2 Établir chacune des identités ci-dessous :

a $(2x-1)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2$

b $(3-6x)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times 6x + (6x)^2$

- 3 Établir chacune des identités ci-dessous :

a $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2$

b $(4x+5)(4x-5) = (4x)^2 - 5^2$

5. Développer une identité remarquable

E.8180 Compléter le tableau ci-dessous :

$(a+b)^2$	a	b	a^2	b^2	$2ab$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(3x+2)^2$						
$(4x+1)^2$						
$(5x+1)^2$						

E.8181 Compléter le tableau ci-dessous :

$(a-b)^2$	a	b	a^2	$2ab$	b^2	$a^2 - 2ab + b^2$
$(x-5)^2$						
$(2x-4)^2$						
$(4x-3)^2$						

E.8182    Compléter le tableau ci-dessous :

$(a+b)(a-b)$	a	b	a^2	b^2	$a^2 - b^2$
$(2x+5)(2x-5)$					
$(x+4)(x-4)$					
$(4x+3)(4x-3)$					

E.8176    Développer les expressions suivantes :

- a $(x+1)^2$ b $(2x+3)^2$ c $(x+6)^2$
 d $(5x+1)^2$ e $(3x+3)^2$ f $(a+b)^2$

E.438    Développer les expressions suivantes :

- a $(2x+3)^2$ b $(3x-2)(3x+2)$ c $(5x-6)^2$

E.8177    Développer les expressions suivantes :

- a $(x-2)^2$ b $(x-3)^2$ c $(3x-1)^2$
 d $(5x-1)^2$ e $(3x-2)^2$ f $(a-b)^2$

E.11528    Développer et réduire les expres-

sions suivantes :

- a $(2x+3)^2$ b $(5x-1)^2$ c $(3x+4)(3x-4)$

E.681    Recopier sur votre copie et compléter pour que les égalités soient vrais :

- a $(3x+\dots)^2 = \dots + 18x + \dots$
 b $(3x-\dots)(3x+\dots) = 9x^2 - \frac{9}{4}$
 c $(x+\dots)(\dots-1) = 3x^2 + \dots - 2$
 d $(\dots-\dots)^2 = \dots - 24x + 9$

E.8174   

Compléter les pointillés ci-dessous afin d'obtenir les identités :

- a $(2x+4)^2 = 4x^2 + 16x + \dots$
 b $(3x+1)^2 = \dots + 6x + 1$
 c $(x-2)^2 = \dots - 4x + 4$
 d $(4+5x)^2 = 16 + 40x + \dots$
 e $(x-3)^2 = x^2 - 6x + \dots$

E.9687    Développer et réduire les expressions suivantes :

- a $\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right)^2$ b $\left(\frac{4}{3}x - \frac{6}{5}\right)^2$ c $\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)$

6. Développer

E.691    Donner la forme développée et réduite des différentes expressions littérales suivantes :

- a $(x+1)^2 + (2x-1)^2$ b $2x+1 + (4x-3)^2$
 c $3 + (5+x)^2$ d $[(x+1)(x-1)](2x-3)$

7. Factoriser une identité remarquable

E.678    On considère les expressions littérales suivantes :

- a $81x^2 + 80x + 25$ b $4x^2 - 12x + 9$
 c $16x^2 - 32x - 16$ d $36 - 4x^2$

1 Les identités remarquables permettent d'écrire les factorisations suivantes :

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

En identifiant, si possible, chacune des expressions proposées à l'une des identités remarquables, compléter le tableau ci-dessous :

	a	b	$2 \cdot ab$
a			
b			
c			
d			

2 Parmi les expressions proposées, lesquelles peuvent être factorisées ? On donnera alors leur forme factorisée.

E.9690    On considère les expressions littérales suivantes :

- (a) $25x^2 + 20x + 4$ (b) $9x^2 + 18x + 9$
(c) $4x^2 - 12x + 9$ (d) $25x^2 - 16$

1 Les identités remarquables permettent d'effectuer les factorisations suivantes :

- $a^2 + 2 \cdot ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2 \cdot ab + b^2 = (a - b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

En identifiant, si possible, chacune des expressions proposées à l'une des identités remarquables, compléter le tableau ci-dessous :

	a	b	$2 \cdot ab$
(a)			
(b)			
(c)			
(d)			

2 Parmi les expressions proposées, lesquelles sont factorisées? On donnera alors leur forme factorisée.

E.5175   

1 Parmi les trois expressions ci-dessous une seule a été obtenue par le développement d'une identité remarquable? Laquelle? Préciser l'expression de départ :

- (a) $4x^2 + 6x + 9$ (b) $4x^2 + 24x + 9$ (c) $4x^2 + 12x + 9$

2 Même question avec les expressions :

- (a) $x^2 - 64x + 64$ (b) $x^2 - 16x + 64$ (c) $x^2 - 8x + 64$

3 Même question avec les expressions :

- (a) $9x^2 + 15x + 25$ (b) $9x^2 + 30x + 25$ (c) $9x^2 + 6x + 25$

E.9676    Factoriser chacune des expressions suivantes :

- (a) $9x^2 - 12x + 4$ (b) $x^2 + 2x + 1$

E.2237    Factoriser chacune des expressions

littérales suivantes :

- (a) $25x^2 - 40x + 16$ (b) $81x^2 - 90x + 25$
(c) $49x^2 + 84x + 36$ (d) $100x^2 - 25$

E.2236    Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

- (a) $x^2 - 16$ (b) $x^2 - 10x + 25$
(c) $x^2 - 2x + 1$ (d) $x^2 + 14x + 49$

E.9664    Factoriser les expressions algébriques suivantes :

- (a) $x^2 - 20x + 100$ (b) $x^2 - 4x + 4$
(c) $x^2 - 9$ (d) $x^2 + 12x + 36$

E.9663    Factoriser les expressions littérales suivantes :

- (a) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ (b) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}$
(c) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{15}x + \frac{1}{25}$ (d) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$

E.702    Factoriser, **si possible**, les expressions littérales suivantes en mettant en avant votre démarche :

- (a) $4x^2 - 24x + 9$ (b) $9 + 24x - 16x^2$
(c) $64x^2 - 9$ (d) $9x^2 + 30x + 25$
(e) $9x^2 + 12x + 4$ (f) $16x^2 + 20x + 25$

E.2238    Factoriser, **si possible**, les expressions littérales suivantes :

- (a) $25x^2 - 50x + 25$ (b) $4x^2 + 1$
(c) $100x^2 + 140x + 49$ (d) $4x^2 + 24x + 9$

E.9669    Factoriser les expressions suivantes :

- (b) $4x^4 - 9$ (a) $x^4 - 4x^2 + 4$ (b) $9x^4 - 12x^2 + 4$

E.5903    Factoriser les expressions suivantes :

- (a) $-x^2 - 4x - 4$ (b) $-x^2 + 6x - 9$
(c) $-9x^2 + 12x - 4$ (d) $-25x^2 + 20x - 4$

8. Factorisation : un peu plus loin

E.700    Factoriser les expressions suivantes. Aucune justification particulière n'est demandée :

- (b) $(x + 2)^2 - 9$ (b) $25x^2 - 9 - (5x + 3)(5 - x)$

E.674    Factoriser les expressions suivantes, aucune explication n'est demandée :

- (a) $(3x + 1)^2 - (2 - 2x)^2$ (b) $25x^2 - 4 - (5x + 2)(5x - 4)$

E.689    Sans justification, factoriser les expressions suivantes :

- (a) $25x^2 - 36 + (2 - x)(5x - 6)$ (b) $(2x + 5)^2 - (1 - x)^2$

E.449    Factoriser les expressions suivantes :

- (a) $(2x - 8)(7x + 1) - 16 + x^2$
(b) $18x^2 - 24x + 8 + (3x - 2)(2 - x)$

E.8514    Établir la factorisation suivante :

$$3(2x + 1) + (x - 1)^2 = (x + 2)^2$$

E.8515    Déterminer la valeur des réels a et b réalisant la factorisation :

$$(2x + 1)(4x + 3) + (x + 1)^2 = (ax + b)^2$$

9. Équation: développement d'identités remarquables

E.11463    Résoudre les équations :

a) $(x-2)^2 - x^2 + 4 = 0$

b) $(2x+3)^2 - 4x^2 - 1 = 0$

E.11462    Résoudre les équations :

a) $(x+4)(4x+5) - (2x+5)^2 = 0$

b) $(x-3)^2 - (x-5)(x+3) = 0$

10. Équation: rappels équation-produit nulle

E.11461    Résoudre les équations :

a) $x^2 - 4x = 0$ b) $5x^2 + 3x = 0$

Indication : on factorisera le membre de gauche pour obtenir une équation-produit nulle.

11. Équation: factorisation d'identité remarquable

E.5329    Résoudre les équations :

a) $4x^2 + 12x + 9 = 0$ b) $x^2 - 10x + 25 = 0$

c) $4x^2 - 9 = 0$

Indication : on factorisera à l'aide des identités remarquables afin d'obtenir une équation-produit nulle

E.9689    Résoudre les équations :

a) $9x^2 - 12x + 4 = 0$ b) $25x^2 - 9 = 0$

c) $4x^2 + 20x + 25 = 0$

Indication : on factorisera à l'aide des identités remarquables afin d'obtenir une équation-produit nulle

E.11459    Résoudre les équations :

a) $81x^2 - 18x = -1$ b) $x^2 + 5x - 5 = 3x - 6$

Indication : on factorisera à l'aide des identités remarquables afin d'obtenir une équation-produit nulle

E.11530    Résoudre les équations :

a) $16x^2 + 9 = 24x$ b) $10x + 1 = -25x^2$

Indication : on factorisera à l'aide des identités remarquables afin d'obtenir une équation-produit nulle.

E.9688    Résoudre les équations ci-dessous. Pour cela, utiliser une factorisation pour obtenir une équation produit nul.

a) $10x^2 + 30x + 30 = x^2 + 5$

b) $x^2 + 1 = 2x$

c) $16x^2 + 4x + 3 = 4x + 7$

E.9675    Résoudre les équations :

a) $(x+3)^2 - 4x^2$ b) $(x+1)^2 - (2x-3)^2 = 0$

E.9680    On considère l'expression algébrique :

$B = (5x-7)^2 - 3^2$

① Déterminer la forme factorisée de l'expression B .

② Trouver une valeur de x pour laquelle $B=0$.

12. Équation: développement, identité remarquable

E.11464    Résoudre les équations :

a) $(x+2)(4x+5) = x+1$

b) $(3x+1)^2 + (2x+3)(8x+5) = 0$

Indication : développer les expressions, puis factoriser avec une identité remarquable afin d'obtenir une équation-produit nulle.

E.11465    Résoudre les équations :

a) $(3x+1)^2 + (2x-2)(8x+5) = 0$

b) $(4x-1)^2 + (x+4)(9x+2) = 0$

Indication : développer les expressions, puis factoriser avec une identité remarquable afin d'obtenir une équation-produit nulle.

E.11466    Résoudre les équations :

a) $(3x + 7)^2 - (x + 4)(5x + 10) = 0$

b) $(8x - 2)^2 - (3x - 1)(5x + 5) = 0$

Indication : développer les expressions, puis factoriser avec une identité remarquable afin d'obtenir une équation-produit nulle.

13. Équation : facteur commun, identité remarquable

E.832    Modifier les équations proposées afin d'obtenir des équations-produits nulles, puis les résoudre :

b) $16x^2 + 24x + 9 = (3x - 2)^2$

E.11460    Résoudre les équations suivantes :

a) $(x + 1)(2x - 3) = 4x^2 - 9$ b) $(x + 1)(2x - 3) = x^2 - 1$

E.8933     On considère l'expression :

$$A = (3x + 1)(3x + 8) + (3x + 1)(x - 2) - (9x^2 - 1)$$

1 Mettre l'expression A sous la forme d'un produit de deux facteurs.

2 Pour quelles valeurs de x cette expression s'annule-t-elle?

14. Expression rationnelle

E.8507    Établir l'identité suivante : $\frac{x+2}{2x+3} = \frac{(x+2)^2}{(x+1)(2x+3)}$

E.8512   

1 Déterminer les valeurs des réels a et b réalisant l'identité :

$$\frac{2x+3}{x} - \frac{2x+3}{3x+3} = \frac{(ax+b)^2}{x(3x+3)}$$

2 Déterminer les valeurs des réels c et d réalisant l'identité :

$$\frac{5x+2}{2x+1} - \frac{3x-2}{3x+1} = \frac{(cx+d)^2}{(2x+1)(3x+1)}$$

E.8513    On considère l'expression A définie par :

$$A = \frac{2x+3}{x+1} + x + 1$$

Écrire l'expression A sous la forme d'un quotient dont le numérateur est le carré d'un polynôme du premier degré.

15. Problèmes

E.5681    Ci-dessous est rappelé le développement des identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Utiliser ces identités remarquables pour déterminer par un calcul mental la valeur des calculs ci-dessous :

a) 21^2

b) 29^2

c) 21×19

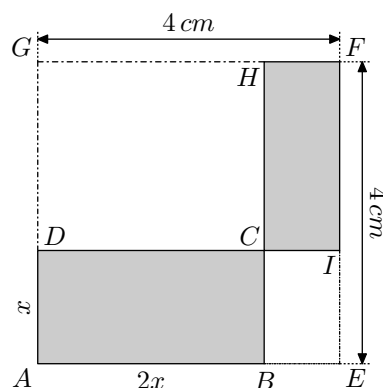
d) 34×26

E.5263   

On considère le rectangle $ABCD$ représenté ci-contre dont les dimensions, dépendant d'une valeur indéterminée x , sont $5-x$ et $4x-2$ exprimées en centimètre.

Déterminer les valeurs possibles de x afin que l'aire de $ABCD$, exprimé en cm^2 , soit égale au périmètre de $ABDC$, exprimé en cm .

E.8190    On considère la figure ci-dessous grisée et on note son aire $\mathcal{A}$:



(les mesures sont exprimées en centimètre)

Elle est composée :

- du carré $AEFG$,
- de deux rectangles $ABCD$ et $CIFH$.

Déterminer la ou les valeurs de x afin que l'aire $\mathcal{A}$ ait pour valeur $7 cm^2$

Indication : toute trace de recherche ou de prise d'initiative sera prise en compte dans l'évaluation.

E.3376 🔑 🍷 📦

Indication : dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

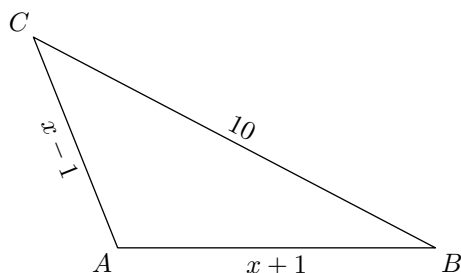
Aïssa affirme :

“Pour tout nombre entier naturel n , l'expression $2n^2 - 6n + 4$ est toujours le carré d'un entier.”

A-t-il raison?

E.459 🔑 🍷 📦 Soit x un nombre réel strictement supérieur à 9.

Déterminer la ou les valeurs de x pour lesquelles le triangle ABC est rectangle.



E.3760 🔑 🍷 📦 ⚠️

Indication : dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Anatole affirme :

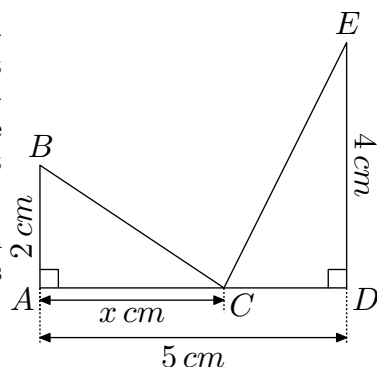
“Pour tout nombre entier naturel n , l'expression $n^2 - 24n + 144$ est toujours différente de zéro.”

A-t-il raison?

E.2937 🔑 🍷 📦

Dans le plan, on considère deux triangles ABC et EDC rectangles respectivement en A et D tels que les points A, C, D soient alignés.

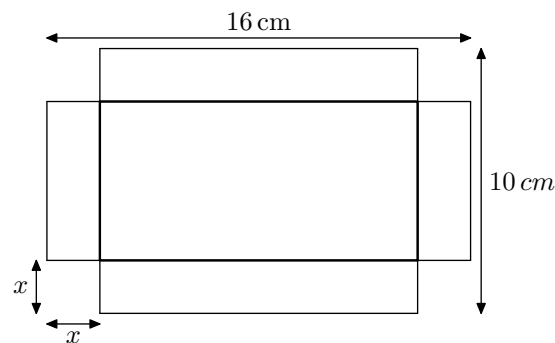
On note x la distance, en centimètres, séparant les points A et C .



- 1 Exprimer en fonction de x la longueur du segment $[BC]$.
- 2 a Résoudre l'équation : $x^2 + 4 = (5 - x)^2 + 16$
- b En déduire la longueur du segment $[AC]$ afin que les

longueurs CB et CE soient égales. Justifier votre démarche.

E.2864 🔑 🍷 📦 On veut réaliser, dans le patron ci-dessous une boîte rectangulaire sans couvercle. Les longueurs sont exprimées en cm .



- 1 a Lorsque la boîte sera construite, le nombre x représentera quelle dimension? La longueur, la largeur ou la hauteur?
- b Quelles valeurs peuvent prendre la variable x dans ce problème?
- c Donner l'expression du volume $\mathcal{V}$ en fonction de la valeur de x .
- 2 Dans cette question, nous cherchons pour quelles valeurs de “ x ”, cette boîte possède un volume égal à $144 cm^3$:
- a Déterminer la valeur des réels a et b vérifiant la factorisation suivante :

$$4x^3 - 52x^2 + 160x - 144 = (a \cdot x + b)(2x - 4)^2$$
- b En déduire les valeurs de x pour lesquelles $\mathcal{V}(x)$ a pour valeur 144.

E.10433 🔑 🍷 📦

Indication : Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Thomas affirme :

“Pour tout nombre entier naturel n , l'expression $6n^2 - 18n + 16$ est toujours le carré d'un entier.”

A-t-il raison?

E.4646 🔑 🍷 📦 Un agriculteur dispose de 200 mètres de clôture. À l'aide de toute la clôture, il souhaite entourer la plus grande partie de forme rectangulaire de son champ.

On note x et y la longueur et la largeur respectives de cette partie rectangulaire.

- 1 Établir l'identité : $xy = \frac{1}{4} \cdot (x + y)^2 - \frac{1}{4} \cdot (x - y)^2$
- 2 a Quelle relation doit vérifier x et y afin que l'aire de son champ soit maximale?
- b En déduire l'aire maximale de son champ.

16. Etude de fonctions et identités remarquables

E.444 🔑 🍷 📦 On considère les deux fonctions f et g définies par :
 $f(x) = x^2$; $g(x) = 2x - 1$

- 1 À l'aide de votre calculatrice, donner les abscisses des points d'intersections des deux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ représentatives des fonctions f et g .

- 2 a Retrouver le résultat de la question précédente en résolvant l'équation :
 $x^2 = 2x - 1$

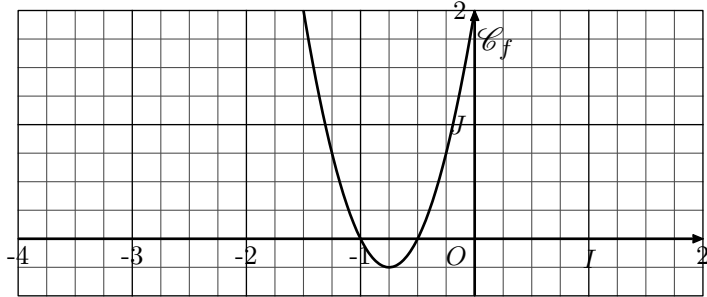
- b Déterminer les coordonnées du point d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

E.9721 On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = -2x - 2 \quad ; \quad g(x) = 4x^2 + 6x + 2$$

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormal, on note respectivement $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g .

La courbe $\mathcal{C}_g$ est donnée ci-dessous :

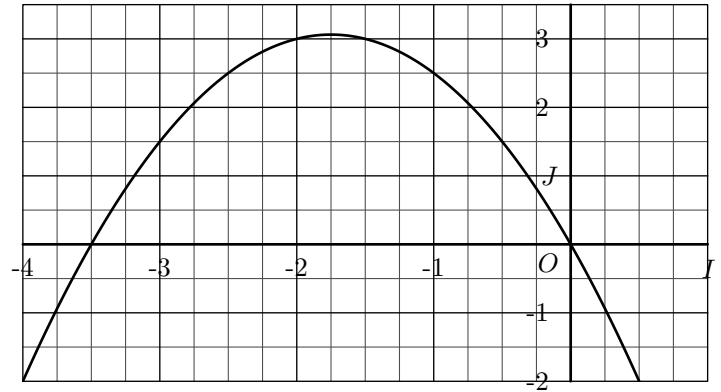


- 1 Résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$
- 2 Donner, s'ils existent, les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

E.4450 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = -\frac{1}{2}(4x + 7)(x + 2) + x^2 + 4x + 7$$

Dans le repère $(O; I; J)$ orthogonal ci-dessous sont représentées la courbe $\mathcal{C}_f$ de la fonction f :

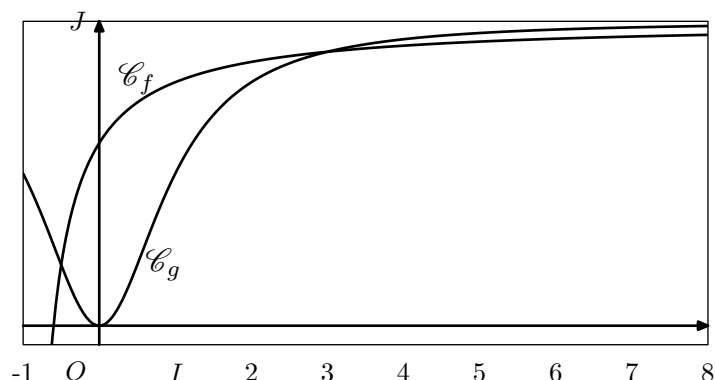


- 1 Répondre graphiquement aux questions suivantes :
- a Déterminer l'image du nombre -3 par la fonction f . Justifier votre réponse.
- b Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 0 par la fonction f . Justifier votre réponse.
- 2 a Développer l'expression :
 $-\frac{1}{2}(4x + 7)(x + 2) + x^2 + 4x + 7$
- b En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :
 $f(x) = 0$.
- 3 a Factoriser l'expression $x^2 + 4x + 4$.
- b En déduire la factorisation de l'expression :
 $\left(-2x - \frac{7}{2}\right)(x + 2) + x^2 + 4x + 4$
- c En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :
 $f(x) = 3$

E.4561 🔑 📐 📁 + On considère les deux fonctions f et g définies sur $] -1 ; +\infty[$ dont les images d'un nombre x sont définies par les relations :

$$f(x) = \frac{5x+3}{5x+5} ; \quad g(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$$

Dans le repère $(O; I; J)$, sont tracés les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ représentatives des fonctions f et g :



1 Établir l'égalité suivante :

$$g(x) - f(x) = \frac{2x^2 - 5x - 3}{(x^2 + 1)(5x + 5)}$$

2 a Justifier que 3 est une solution de l'équation :

$$f(x) = g(x).$$

b Déterminer les valeurs des réels a et b vérifiant l'égalité suivante :

$$2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(a \cdot x + b)$$

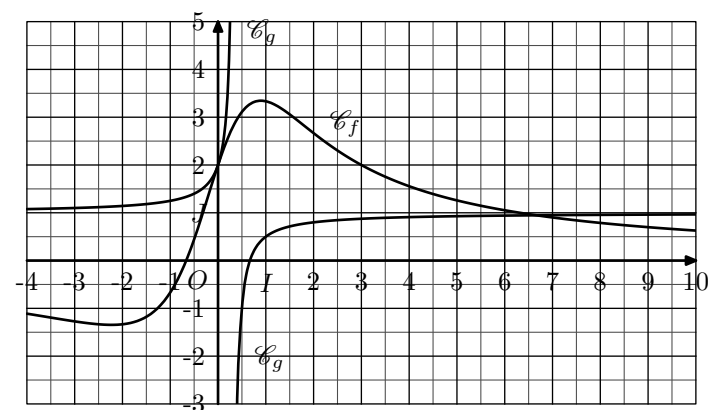
3 En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :

$$f(x) = g(x)$$

E.1016 🔑 📐 📁 On considère les fonctions f et g dont les images d'un nombre x sont définies par :

$$f(x) = \frac{6x+4}{x^2+2} ; \quad g(x) = \frac{3x-2}{3x-1}$$

Dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous, sont données les courbes représentatives des fonctions f et g :



On répondra aux questions suivantes par des calculs algébriques ; les représentations sont là pour vérifier vos résultats :

1 a Justifier que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$.

b Déterminer l'image du $-\frac{5}{2}$ nombre par la fonction f .

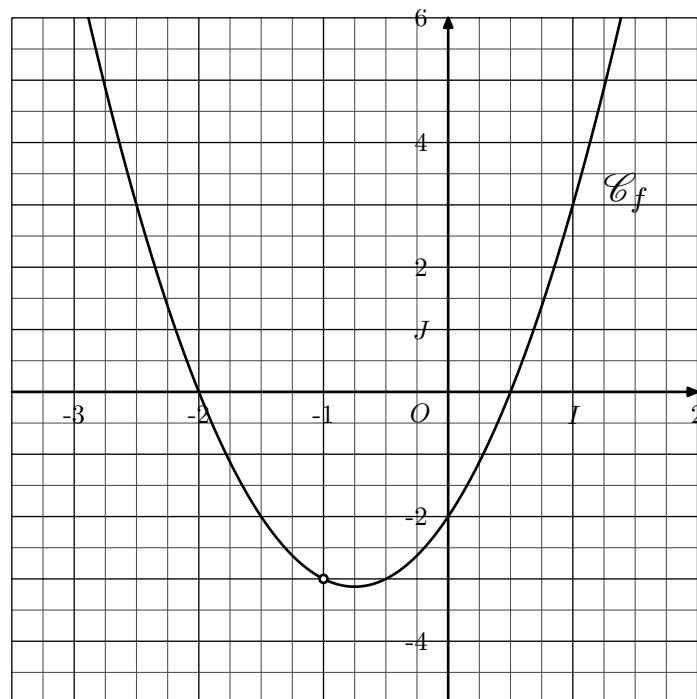
c Déterminer les antécédents du nombre 2 par la fonction f .

2 a Donner l'ensemble de définition de la fonction g .

b Déterminer par la fonction g l'ensemble des antécédents de -1 .

3 Déterminer les coordonnées des points d'intersections des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

E.4445 🔑 📐 📁 Dans le repère $(O; I; J)$ orthogonal représenté ci-dessous, la courbe $\mathcal{C}_f$ est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$:



1 a Déterminer, graphiquement, l'image du nombre 1 par la fonction f . Justifier votre réponse.

b Résoudre, graphiquement, l'équation $f(x)=0$.

2 L'image d'un nombre x par la fonction f est donnée par la relation :

$$f(x) = \frac{2x^3 + 5x^2 + x - 2}{x + 1}$$

a Justifier que la fonction f admet pour ensemble de définition $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b Justifier, par le calcul, la valeur de l'image du nombre 1.

c Établir les égalités suivantes :

$$\frac{2x^3 + 5x^2 + x - 2}{x + 1} = 2x^2 + 3x - 2 = (x + 2)(2x - 1)$$

d Résoudre, par le calcul, l'équation $f(x)=0$.

17. Indentités remarquable et racine carrées

E.762 🔑 📐 📁 On considère les deux nombres ci-dessous :

$$A = 1 + \sqrt{3} ; \quad B = 3 - \sqrt{3}$$

Effectuer les calculs suivants :

- (a) A^2 (b) B^2 (c) $A \times B$ (d) $A + B$

Donner les résultats sous la forme $a+b\sqrt{c}$ où a , b et c sont des entiers.

E.735    Effectuer les calculs suivants en utilisant les identités remarquables et donner le résultat sous la forme la plus simple possible :

- (a) $(5 + \sqrt{2})^2$ (b) $(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})$
 (c) $(9 - \sqrt{2})^2$ (d) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

E.731    Développer les calculs ci-dessous et donner leurs résultats sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a , b , c sont des entiers avec c le plus petit possible :

- (a) $(3 - \sqrt{2})^2$ (b) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

E.253    Développer puis simplifier chacune des expressions ci-dessous :

- (a) $(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})^2$ (b) $(2 + \sqrt{5} + \sqrt{6})(2\sqrt{5} - \sqrt{6})$
 (c) $(5 - 2\sqrt{7})(1 - \sqrt{7})$ (d) $(1 + 2\sqrt{3})^2$

E.740     On considère l'expression :

$$E = (\sqrt{7}+1)^2 + (\sqrt{7}-1)^2$$

- Après avoir développé les carrés, montrer que E est un nombre entier.
- En déduire la nature d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement, en centimètres, $\sqrt{7}+1$, $\sqrt{7}-1$ et 4 ; justifier votre réponse.

E.293    Soit a et b deux nombres tels que $a \geq 0$ et $b \geq 0$:

- Développer : $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$
- Quel est le signe de : $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$
- En déduire : $a+b \geq 2\sqrt{a \times b}$

E.263   

- Établir l'égalité suivante : $(1-2\sqrt{2})^2 = 9-4\sqrt{2}$
 - En déduire une expression simplifiée de $\sqrt{9-4\sqrt{2}}$.
- Démontrer l'égalité suivante : $\sqrt{37+12\sqrt{7}} = 3+2\sqrt{7}$

18. Systèmes d'équations non-linéaires et identités remarquables

E.8197   

- Résoudre le système :
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x \times y = 1 \end{cases}$$
- Résoudre le système :
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x \times y = 2 \end{cases}$$
- Résoudre le système :
$$\begin{cases} x + 3y = -6 \\ x \times y = 3 \end{cases}$$

E.8198   

- Résoudre le système :
$$\begin{cases} 4x + 49y = 28 \\ x \times y = 1 \end{cases}$$

- Résoudre le système :
$$\begin{cases} 8x + 9y = 24 \\ x \times y = 2 \end{cases}$$
- Résoudre le système :
$$\begin{cases} 50x + 6y = -60 \\ x \times y = 3 \end{cases}$$

E.8199    Déterminer les dimensions d'un rectangle tel que :

- son périmètre mesure 16 m
- son aire mesure 16 m^2

19. Partage

E.706    Factoriser les expressions suivantes.

- (a) $4x^2 + 4x + 1$ (b) $9x^2 - 24x + 16$
 (c) $4x^2 - 81$ (d) $(x+1)(x-3) + 2(x+1)$

E.695    Factoriser les expressions littérales suivantes en mettant en avant votre démarche :

- (a) $9x^2 + 30x + 25$ (b) $64x^2 - 49$
 (c) $(x+1)^2 - (2-3x)(x+1)$
 (d) $(2x-1)(3x+4) + (2x-1)$

E.3763    Factoriser chacune des expressions suivantes :

- (a) $49x^2 - 42x + 9$ (b) $16x^2 - 1$
 (c) $(5x+2)(3-2x) - (5x+2)(x+1)$
 (d) $(9x-4)^2 - (9x-4)$

20. Exercices non-classés

E.8395   

Indication : dans cet exercice, nous établissons l'identité de Brahmagupta

Pour tous nombres réels a, b, c, d , établir l'identité ci-dessous :

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

E.836   

Développer et réduire les expressions suivantes :

a $(x + 1)^2$ **b** $(2 - \sqrt{2}x)(2 + \sqrt{2}x)$

Factoriser les expressions suivantes :

c $9x^2 - 12x + 4$ **d** $2x^2 - 1$

Résoudre l'équation suivante :

e $(x - 1)(2x + 5) = 0$

E.9684    Résoudre les équations :

a $(2x - 3)(5x + 4) = (2x - 3)(3 - 2x)$

b $(2x + 1)^2 = (2x + 1)(3x - 1)$