Première spécialité/Nombres dérivés

D'autres exercices pour ce chapitre sont disponibles en suivant le lien :
https://chingatome.fr/chapitre/hp-lycee/derivees

ChingEval : 10 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

1. Rappels : manipulation d'expressions rationnelles :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 1

1. Etablir l'identité ci-dessous :
$$\frac{2}{x}+\frac{5}{x+1}=\frac{7\cdot x+2}{x\cdot(x+1)}$$

2. Simplifier les expressions ci-dessous sous la forme d'un quotient où :
   - le numérateur est développé et réduit
   - le dénominateur est écrit sous la forme d'un produit.

   a. $\dfrac{x}{2\cdot x-1}+\dfrac{4}{x+1}$ b. $\dfrac{x+3}{x^2+1}-\dfrac{4}{x+3}$

Exercice 2

Etablir les égalités suivantes :

a. $\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{2x-3}{x-1}=\dfrac{3-x^2}{x^2-1}$

b. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{(x+1)^2}=\dfrac{2x^2+4x+1}{x\cdot\big(x+1\big)^2}$

c. $\dfrac{\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2}{2x-1}}{x}=\dfrac{4x+1}{x\cdot(x+1)\cdot(2x-1)}$

2. Travail préliminaire sur l'obtention des nombres dérivés :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x)=x^2+x+1$

Etablir les égalités suivantes :

a. $f(1+\pi)=\pi^2+3\cdot\pi+3$

b. $f(2+h)=h^2+5\cdot h+7$ où $h\in\mathbb{R}$

Exercice 4

Soit f la fonction définie par la relation :
$f(x)=x^2-3\cdot x+2$

a. Etablir, pour tout $h\in\mathbb{R}$, l'identité :
$f(2+h)=h^2+h$

b. Pour $h\in\mathbb{R}$, déterminer une expression simplifiée de $f(1+h)$.

Exercice 5

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$g(x)=\frac{x+1}{x^2+1}$$

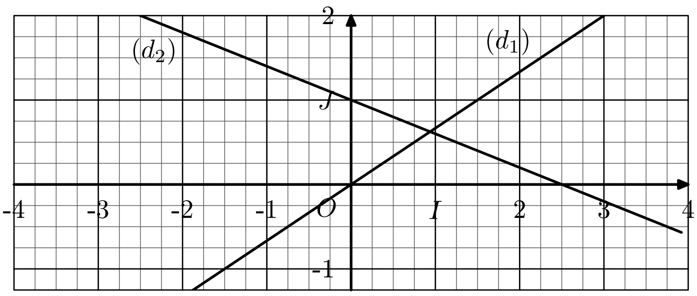
Pour $h\in\mathbb{R}$, établir l'égalité suivante :
$$g(1+h)-g(1)=\frac{-h\cdot\big(h+1\big)}{h^2+2\cdot h+2}$$

3. Approche des tangentes et coefficient directeur des fonctions affines :

Exercice 6

Proposition : soit f une fonction affine dont la courbe représentative passe par les deux points $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$. Le coefficient directeur m de la fonction f a pour valeur : $m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

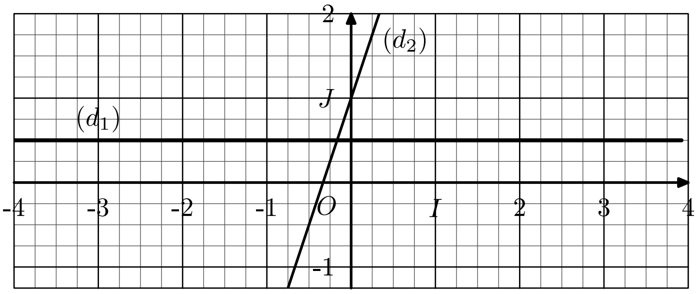
Déterminer les coefficients directeurs des droites (d_1) et (d_2) représentées ci-dessous :



Exercice 7

Déterminer les coefficients directeurs des droites (d_1) et (d_2)

représentées ci-dessous :

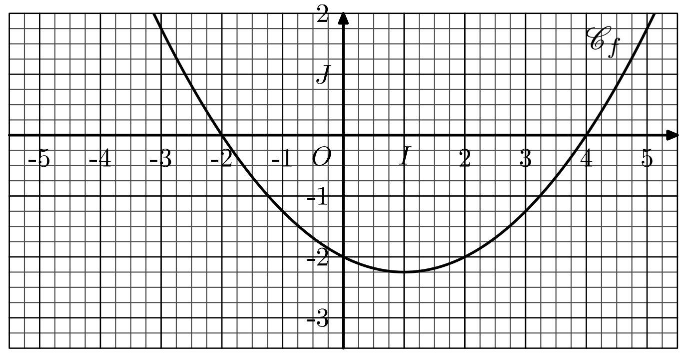


Exercice 8

On considère la fonction f définie par la relation est :

$$f(x)=\frac{1}{4}\cdot x^2-\frac{1}{2}\cdot x-2$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f :

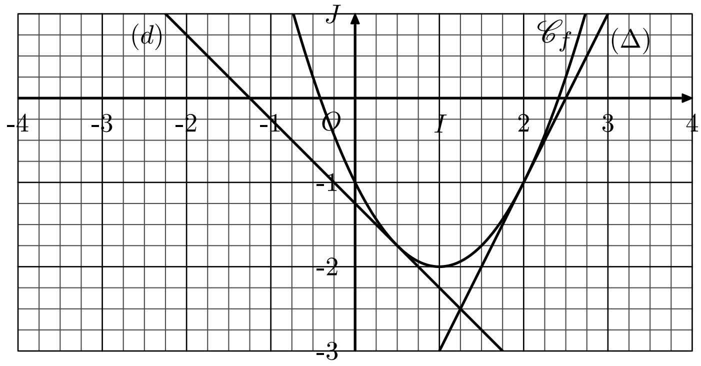


1. a. Effectuer le tracé de la droite (d) dont l'équation est :
   $$y=\frac{1}{2}\cdot x-3$$
   b. Effectuer le tracé de la droite (Δ) dont l'équation est :
   $$y=-\frac{3}{2}\cdot x-3$$
2. Quelle particularité possède les droites (d) et (Δ) relativement à la courbe $\mathscr{C}_f$?

Exercice 9

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=x^2-2\cdot x-1$

On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé. On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de f.

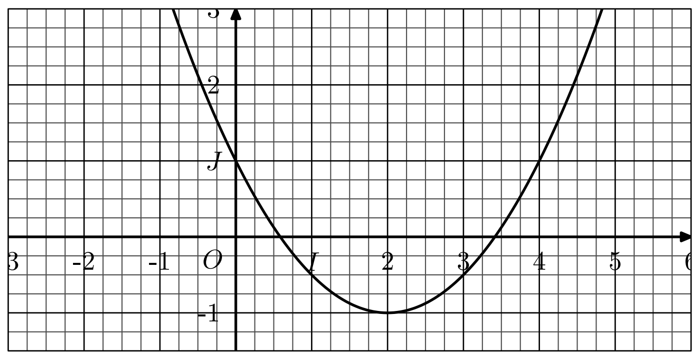


On note respectivement (d) et (Δ) les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$ et 2.

1. Déterminer les coordonnées des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant respectivement $\frac{1}{2}$ et 2 pour abscisse.
2. a. Graphiquement, donner l'équation réduite de la droite (d).
   b. Déterminer l'équation réduite de la droite (Δ).

Exercice 10

On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction dans un repère $(0\,;\,I\,;\,J)$:



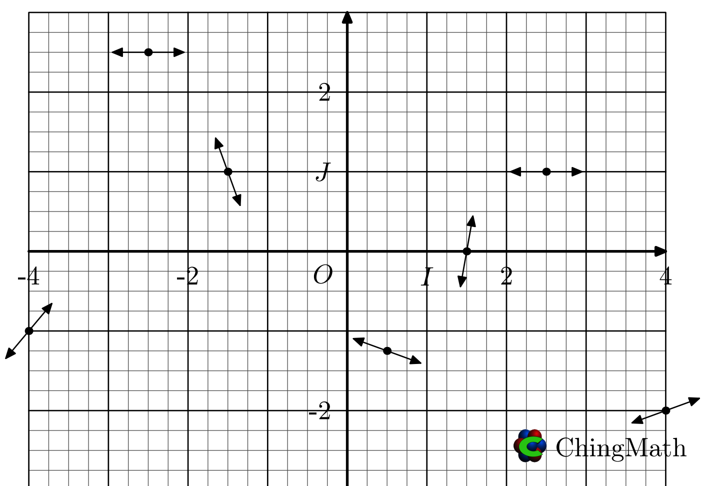
1. a. Tracer la tangente (d) à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 4.
   b. Donner le coefficient directeur de la droite (d).
2. a. Tracer la tangente (Δ) à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.
   b. Donner le coefficient directeur de la droite (Δ).

4. Champs de tangentes :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 11

Tracer la courbe représentative d'une fonction passant par tous les points indiquées et respectant en chacun d'eux la tangente représentée :

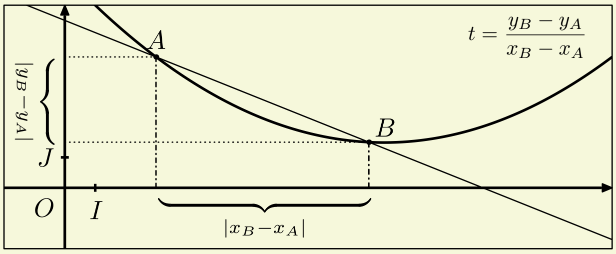


5. *Taux d'accroissement :* *(+1 exercice pour les enseignants)*

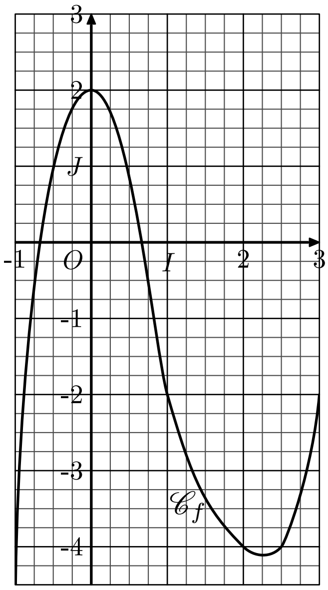
Exercice 12

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a, b deux nombres réels appartenant à I.
On appelle taux d'accroissement de la fonction f entre a et b, le nombre t définit par : $t = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$

Remarque : Dans un repère et en considérant la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f sur I, le taux d'acrroissement de la fonction f entre a et b correspond au coefficient directeur de la courbe entre les points A et B d'abscisse respective a et b :



Dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-contre est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.
On considère les points A, B, C de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'abscisses respectives 0, 1 et 2

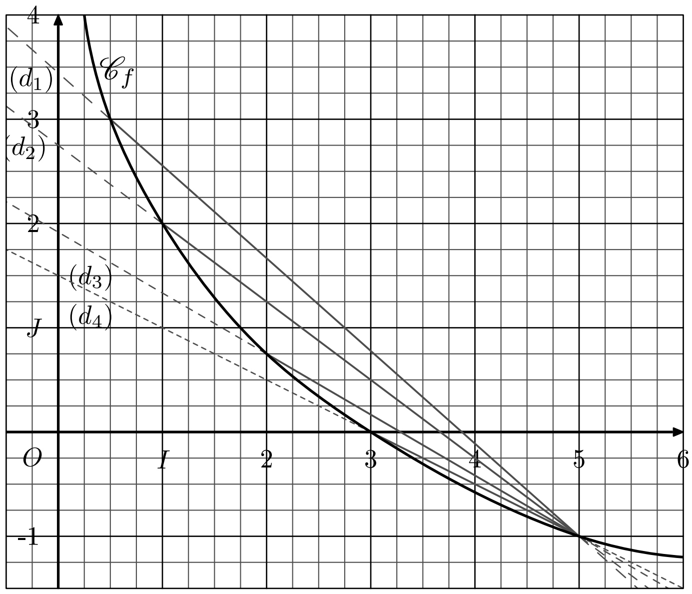


1. Placer les points A, B et C et par lecture graphique, donner leur coordonnée.
2. Calculer le taux d'accroissement de la fonction f :
   a. entre 0 et 2
   b. entre 1 et 2

Exercice 13

On considère le plan muni d'un repère $\big(O; I; J\big)$ dans lequel sont représentées :

- La courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f ;
- Les cordes (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) à la courbe $\mathscr{C}_f$ respectivement aux points d'abscisses 0,5 et 5, 1 et 5, 2 et 5, 3 et 5.



1. a. Déterminer le taux d'accroissement de la fonction f entre 0,5 et 5.
   b. Déterminer les coefficients directeurs des cordes (d_2), (d_3), (d_4) à la courbe $\mathscr{C}_f$ *(si nécessaire, arrondies au millième près)*.
2. a. Tracer, à l'aide d'un règle, la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées $(5; -1)$.
   b. Donner une valeur approchée du coefficient directeur de la tangente (T).

6. *Première notion de limites :* *(+1 exercice pour les enseignants)*

Exercice 14

Première approche de la notion de limite et de convergence :
Pour une valeur *(terme d'une suite ou image par une fonction)* assujetti à la variation d'un paramètre *(rang du terme ou variation de la variable)* lorsque celle-ci se "*stabilise*" vers une valeur, on parle alors de **convergence**.
Dans le cas d'une convergence, on parlera de *valeur* ***limite***

1. a. Saisir le code suivant dans votre éditeur Python :

```
x=1;
for i in range(1,10):
    x=x/10
    y=(x*x+x)/(2*x*x+3*x)
    print(x,"\t",y)
```

   b. Après l'exécution de ce code et en analysant l'affichage de la console, répondre aux questions suivantes :
   - Les valeurs successives prises par la variable `x` semble se stabiliser vers quelles vleurs?
   - Même question, pour les valeurs successives de la variable `y`?

Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par :

$$f(x) = \frac{x^2+x}{2{\cdot}x^2+3{\cdot}x}$$

Le tableau de valeurs, ci-contre, de la fonction f présente des valeurs de x se *stabilisant* vers 0, on remarque que leurs images convergent vers $\dfrac{1}{3}$.

x	$f(x)$
1	0,4
0,1	0,34375
0,01	0,33343708...
0,001	0,33334444...
0,0001	0,33333444...
0,00001	0,33333334...

On peut conjecturer que "*la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0 a pour valeur $\dfrac{1}{3}$*" et on note : $\displaystyle\lim_{x\mapsto 0} f(x) = \frac{1}{3}$

2. A l'aide du programme précédent, conjecturer la valeur des limites suivantes :

a. $\displaystyle\lim_{x\mapsto 0} \frac{x+1}{x+2}$ b. $\displaystyle\lim_{x\mapsto 0} \frac{1+x}{x}$ c. $\displaystyle\lim_{x\mapsto 0} \frac{3x^2+x}{x^2}$

Exercice 15

On considère trois fonctions f, g et h trois fonctions définies sur $\mathbb{R}_+^*$ par les relations :

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2+3} \quad ; \quad g(x) = \frac{2{\cdot}x-1}{\sqrt{x}} \quad ; \quad h(x) = \frac{2{\cdot}x^2+x}{5{\cdot}x}$$

1. Vérifier l'exactitude des égalités suivantes :

$$f(0{,}01) = \frac{2{,}01}{3{,}00101} \; ; \; g(0{,}0001) = \frac{-0{,}9998}{0{,}01} \; ; \; h(0{,}01) = \frac{0{,}0102}{0{,}05}$$

2. On donne, ci-dessous, les tableaux de valeurs des fonctions f, g et h :

x	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$f(x)$	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{2{,}1}{3{,}01}$	$\dfrac{2{,}01}{3{,}000\,1}$	$\dfrac{2{,}00\,1}{3{,}000\,001}$	$\dfrac{2{,}000\,1}{3{,}000\,000\,01}$

x	1	0,01	0,000 1	0,000 001
$g(x)$	1	$\dfrac{-0{,}98}{0{,}1}$	$\dfrac{-0{,}999\,8}{0{,}01}$	$\dfrac{-0{,}999\,998}{0{,}00\,1}$

x	1	0,1	0,01	0,001	0,000 1
$h(x)$	$\dfrac{3}{5}$	$\dfrac{0{,}12}{0{,}5}$	$\dfrac{0{,}010\,2}{0{,}05}$	$\dfrac{0{,}001\,002}{0{,}005}$	$\dfrac{0{,}000\,100\,02}{0{,}000\,5}$

A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous à l'aide des valeurs arrondies au dix-millième près :

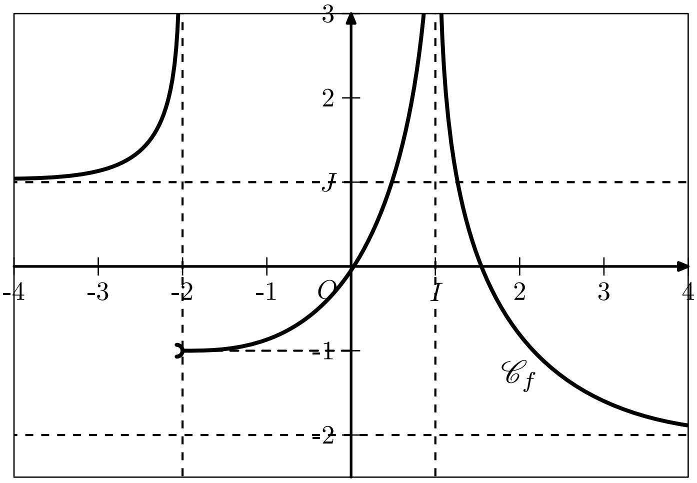
x	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$
1			
0,1			
0,01			
0,001			
0,0001			
0,00001			
0,000001			

3. Conjecturer la valeur des trois limites suivantes :

$\displaystyle\lim_{x\mapsto 0} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\mapsto 0} g(x)$; $\displaystyle\lim_{x\mapsto 0} h(x)$

Exercice 16

Ci-dessous est représentée la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur l'intervalle $\mathbb{R}\backslash\{-2\,;\,1\}$:



1. Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;-2\right[$, conjecturer les limites suivantes :

$\displaystyle\lim_{x\mapsto+\infty} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\mapsto-2} f(x)$

2. Sur l'intervalle $\left]-2\,;1\right[$, conjecturer les limites suivantes :

$\displaystyle\lim_{x\mapsto-2} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\mapsto 1} f(x)$

3. Sur l'intervalle $\left]1\,;+\infty\right[$, conjecturer les limites suivantes :

$\displaystyle\lim_{x\mapsto 1} f(x)$; $\displaystyle\lim_{x\mapsto+\infty} f(x)$

7. Introduction au nombre dérivé :

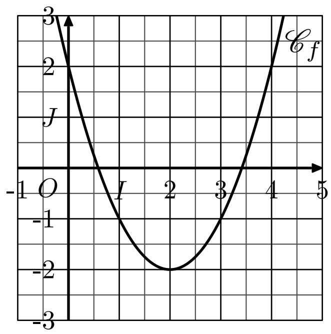
(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 17

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = x^2 - 4x + 2$$

Au cours de cet exercice, nous allons déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point $A(1\,;-1)$.



1. a. Etablir l'égalité suivante :
$$\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=x-3 \qquad \text{pour tout } x\in\mathbb{R}\backslash\{1\}$$

b. En déduire le coefficient directeur de la corde à la courbe $\mathscr{C}_f$ passant par les points A et $B(2\,;-2)$. Vérifier graphiquement votre réponse.

2. On considère les deux fonctions u et v définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par les relations :
$$u(x)=\frac{f(x)-f(1)}{x-1} \quad ; \quad v(x)=x-3$$

a. Voici deux tableaux de valeurs de u et de v :

x	1,1	1,01	1,001	1,0001
$u(x)$	$\frac{-0{,}19}{0{,}1}$	$\frac{-0{,}0199}{0{,}01}$	$\frac{-0{,}001999}{0{,}001}$	$\frac{-0{,}00019999}{0{,}0001}$

x	1,1	1,01	1,001	1,0001
$v(x)$	$-1{,}9$	$-1{,}99$	$-1{,}999$	$-1{,}9999$

Que peut-on dire de la valeur de $u(x)$ lorsque le nombre x se rapproche de la valeur 1?

b. Tracer dans le repère la droite (d) d'équation :
(d) : $y=-2x+1$

8. Calcul de nombre dérivé (version 1) :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 18

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un nombre appartenant à I. On dit que la fonction f est **dérivable en a** si la limite suivante existe :
$$\lim_{\substack{x\mapsto a\\ x\neq a}}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$
Alors cette limite s'appelle le **nombre dérivée en a de la fonction f** et on le note $\boldsymbol{f'(a)}$.

Le nombre dérivé de la fonction carré en 3 :

1. Pour $x\neq3$, établir l'égalité suivante : $\dfrac{x^2-3^2}{x-3}=x+3$

2. On considère f la fonction carré :

a. A l'aide de la question 1., déterminer la valeur de la limite : $\displaystyle\lim_{x\mapsto3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$

b. Donner la valeur du nombre dérivée en 3 de la fonction carré.

Exercice 19

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x)=2{\cdot}x^2-x+1$

1. Etablir l'identité ci-dessous, pour tout $\mathbb{R}\backslash\{1\}$:
$$\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=2{\cdot}x+1$$

2. En déduire la valeur du nombre dérivée en 1 de la fonction f.

Exercice 20

On considère la fonction f définie par :
$f(x)=-3{\cdot}x^2+4{\cdot}x+1$

1. Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}\backslash\{-2\}$, on a :
$$\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=-3x-2$$

2. a. En déduire la valeur de la limite : $\displaystyle\lim_{x\mapsto2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

b. Donner le nombre dérivé de la fonction f en 2.

Exercice 21

1. Pour $x\neq3$, établir l'égalité suivante : $\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{3}}{x-3}=\dfrac{-1}{3x}$

2. On note f la fonction inverse.

a. Déterminer la limite : $\displaystyle\lim_{x\mapsto3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$

b. Donner la valeur de $f'(3)$.

Exercice 22

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x)=\frac{x+1}{2{\cdot}x-1}$$

1. Etablir l'identité ci-dessous, pour tout $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$:
$$\frac{f(x)-f(-2)}{x-(-2)}=\frac{3}{5{\cdot}(2{\cdot}x-1)}$$

2. En déduire la valeur du nombre dérivée en -2 de la fonction f.

9. Calcul de nombre dérivé (version 2) :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 23

Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et a un nombre appartenant à I. On dit que la fonction f est **dérivable en a** si la limite suivante existe :
$$\lim_{\substack{h\mapsto0\\ h\neq0}}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$
Alors cette limite s'appelle le **nombre dérivée en a de la fonction f** et on le note $\boldsymbol{f'(a)}$.

On considère la fonction f définie par :
$f\colon x \longmapsto 3{\cdot}x^2 - 2x$

1. Pour tout $h\in\mathbb{R}$, établir l'identité :
$f(2{+}h) = 3{\cdot}h^2 + 10{\cdot}h + 8$

2. a. Etablir que : $\lim\limits_{h\mapsto 0} \dfrac{f(2{+}h) - f(2)}{h} = 10$

   b. Donner la valeur de $f'(2)$.

Exercice 24

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2 - 3{\cdot}x + 1$

1. Soit h un nombre réel non-nul. Montrer que :
$\dfrac{f(2{+}h) - f(2)}{h} = h + 1$

2. En déduire la valeur de $f'(2)$

Exercice 25

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par :
$f(x) = \dfrac{x+3}{x+1}$

1. Etablir que pour tout entier h tel que $h{+}1{\neq}0$, on a :
$\dfrac{f(1{+}h) - f(1)}{h} = -\dfrac{1}{h+2}$

2. En déduit le nombre dérivée de la fonction f en 1.

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

Exercice 26

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2 + 3{\cdot}x + 1$

Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en -1.

10. Calcul de nombres dérivées et coefficient directeur des tangentes : *(+1 exercice pour les enseigna*

Remarque : Ici, dans les corrections, je n'utilise pas l'expression de la tangente à une courbe.

Exercice 27

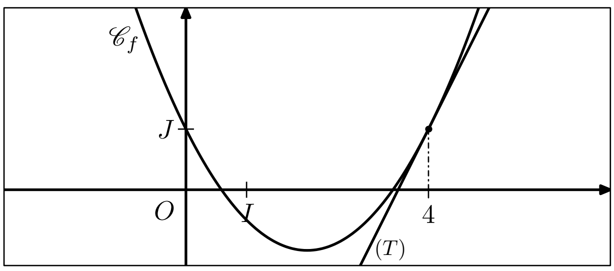
Proposition : *(admis)* Soit f une fonction définie sur un intervalle I et dérivable en $a\in I$. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère.
La courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente au point d'abscisse a et cette tangente a pour coefficient directeur le nombre $f'(a)$.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f\colon x \longmapsto \dfrac{1}{2}{\cdot}x^2 - 2{\cdot}x + 1$

1. a. Montrer que, pour tout $h\in\mathbb{R}$, on a :
$f(4{+}h) - f(4) = \dfrac{1}{2}{\cdot}h^2 + 2{\cdot}h$

   b. Déterminer la valeur de la limite : $\lim\limits_{h\mapsto 0} \dfrac{f(4{+}h) - f(4)}{h}$

2. Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, sont tracées la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f et la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4 :

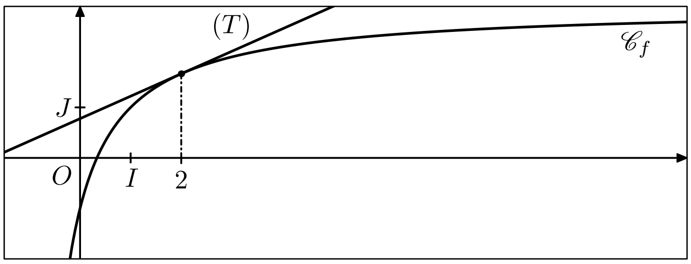


Donner le coefficient directeur de la tangente (T).

Exercice 28

On considère la fonction f définie sur $\left]-1\,;+\infty\right[$ par :
$f(x) = \dfrac{3{\cdot}x - 1}{x+1}$

Dans le plan muni du repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ orthonormé, sont représentées la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f et la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.



1. Pour tout $h\in\left[-1\,;1\right]$, établir l'identité :
$\dfrac{f(2{+}h) - f((2)}{h} = \dfrac{4}{3{\cdot}\left(h+3\right)}$

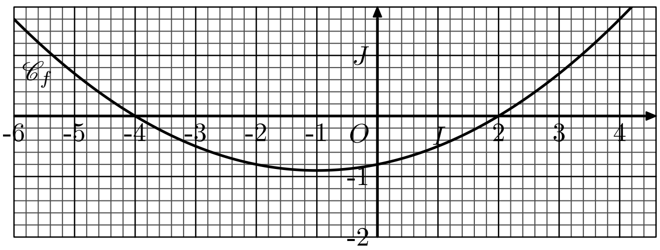
2. Déterminer le coefficient directeur de la tangente (T).

11. Equation réduite de la tangente :

Exercice 29

Proposition : soit f une fonction définie sur un intervalle I et dérivable en $a\in I$.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse a a pour équation réduite :
$$y = f'(a)\cdot(x-a)+f(a)$$

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = 0{,}1\cdot x^2 + 0{,}2\cdot x - 0{,}8$$
On donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous :

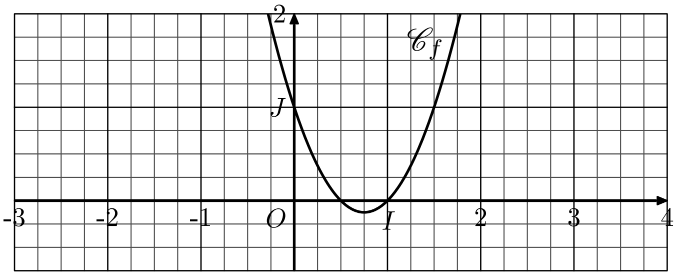


1. a. Pour tout $h\in\mathbb{R}$, établir l'identité :
$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 0{,}1\cdot h + 0{,}6$$
   b. En déduire le nombre dérivé de la fonction f en 2.

2. a. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.
   b. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessus.

Exercice 30

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = 2\cdot x^2 - 3\cdot x + 1$$
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous



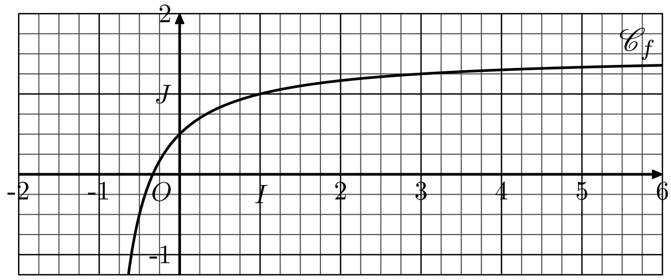
1. Etablir que : $f'(1) = 1$

2. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

Exercice 31

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1\,;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{3\cdot x+1}{2\cdot x+2}$

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ muni d'un repère orthonormé, est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



1. Démontrer que : $f'(1) = \dfrac{1}{4}$

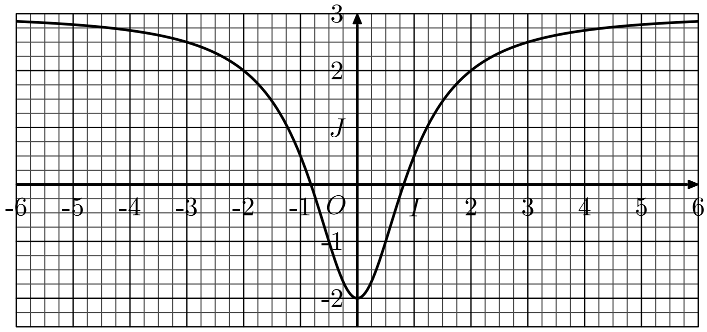
2. a. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
   b. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous.

Exercice 32

Soit f la fonction dont l'image d'un nombre réel x est définie par la relation : $f(x) = \dfrac{3\cdot x^2-2}{x^2+1}$

1. a. Pour tout nombre réel h non-nul, établir l'égalité :
$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{5\cdot h+10}{2\cdot h^2+4\cdot h+4}$$
   b. En déduire la valeur du nombre dérivée $f'(1)$ de la fonction f en 1.

2. On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

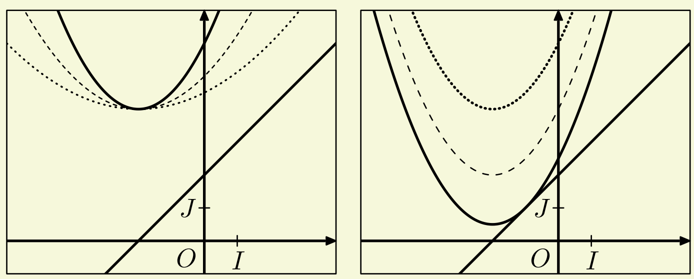


   a. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
   b. Tracer la tangente (T) dans le repère.

3. Déterminer les coordonnées des différents point d'intersection de (T) et de $\mathscr{C}_f$.

Exercice 33

Remarque : en choisissant, une droite dans le plan, il est toujours possible d'ajuster les coefficients d'un polynôme du second degré pour que cette droite soit une tangente en -1 à la courbe de la fonction :



Ajustement de la valeur a | Ajustement de la valeur b

On considère la fonction f du second degré définie par :
$$f(x) = a\cdot x^2 + 2\cdot x + b \quad \text{où } a,b\in\mathbb{R}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f. La droite (T) d'équation réduite $y=x+2$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -1.

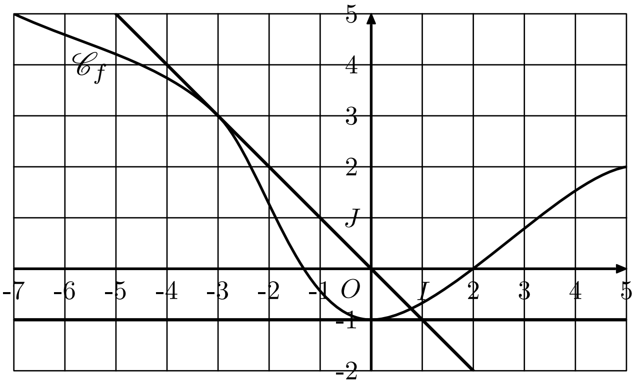
1. Pour tout $h\in\mathbb{R}^*$, établir l'identité :
$$\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=a\cdot h-2\cdot a+2$$
2. En déduire l'expression de la fonction f.

13. Nombre dérivée : lecture graphique :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 34

La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0.



Parmi les quatre réponses ci-dessous, laquelle est correcte :

a. Le nombre dérivé de f en 0 vaut -1

b. Le nombre dérivé de f en -1 vaut 0

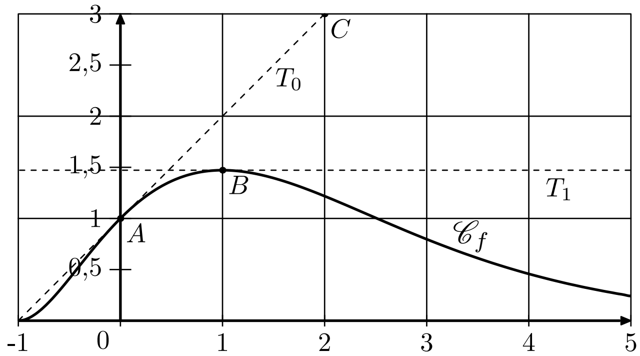
c. Le nombre dérivé de f en -3 vaut -1

d. Le nombre dérivé de f en -3 vaut 3

Exercice 35

Dans ce questionnaire à choix multiples, aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.
Une bonne réponse rapporte 0,75 point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.
Noter sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Dans un repère orthonormé du plan, on donne la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\big[-1\,;5\big]$.
On note f' la fonction dérivée de f.
La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $A(0\,;1)$ et par le point B d'abscisse 1.
La tangente T_0 à la courbe au point A passe par le point $C(2\,;3)$ et la tangente T_1 au point B est parallèle à l'axe des abscisses.



1. La valeur exacte du nombre dérivé de la fonction f en 1 est :

   a. 0 b. 1 c. 1,6 d. autre réponse

2. La valeur exacte du nombre dérivé de la fonction f en 0 est :

   a. 0 b. 1 c. 1,6 d. autre réponse

3. La valeur exacte de $f(1)$ est :

   a. 0 b. 1 c. 1,6 d. autre réponse

14. Nombres dérivés et racines carrées :

(+4 exercices pour les enseignants)

Exercice 36

On considère la fonction f dont l'image de x est définie par :
$f(x)=\sqrt{5-2\cdot x}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. a. Pour tout nombre réel h vérifiant :
   $h\neq 0\quad;\quad -2+h\in\mathcal{D}_f$
   Etablir l'égalité : $\dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}=\dfrac{-2}{\sqrt{9-2\cdot h}+3}$

   b. En déduire la valeur du nombre dérivée de la fonction f en -2.
3. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -2.

Exercice 37

On considère la fonction f définie sur $\Big[-\dfrac{5}{2}\,;+\infty\Big[$ par la relation : $f(x)=\sqrt{2\cdot x+5}$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

Exercice 38

On considère la fonction f dont l'image de x, pour $x \in [1\,;+\infty[$, est définie par la relation :

$$f(x) = (x^2 - 4{\cdot}x + 3)\sqrt{2{\cdot}x - 2}$$

1. Donner une forme simplifiée de : $\dfrac{f(1+h)}{h}$ pour $h > 0$

2. En déduire le nombre dérivée de la fonction f en 1.