Première spécialité/Somme des termes d'une suite

ChingEval : 7 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

1. Rappels sur les puissances :

Exercice 1

Exprimer chacun des calculs sous la forme a^n où a est un nombre réel non-nul $(x \in \mathbb{R}^*)$ et n un entier relatif $(n \in \mathbb{Z})$:

a. $2^5 \times 2^7$ b. $\dfrac{2^8}{2^{-3}}$ c. $\dfrac{5^5}{5^{12}}$

d. $\dfrac{3^5 \times 3^2}{3^4}$ e. $\left(3^2\right)^5$ f. $\left(\dfrac{3^2}{5^3}\right)^4 \times 5^{20}$

Exercice 2

1. Etablir chacune des égalités suivantes :

a. $3^9 + 2 \times 3^9 = 3^{10}$ b. $5^6 + 2^2 \times 5^6 = 5^7$

2. Etablir chacune des égalités suivantes :

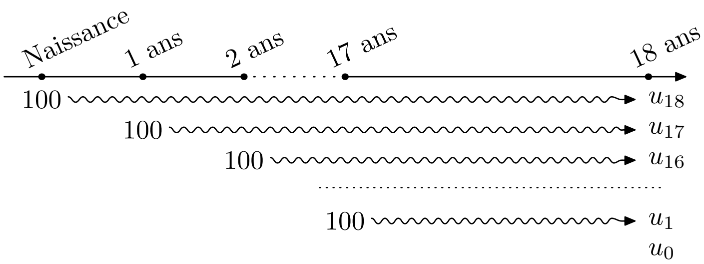
a. $2^5 + 2^6 = 3 \times 2^5$ b. $3^9 - 3^7 = 8 \times 3^7$

2. Activité d'introduction avec Python :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 3

Depuis le jour de la naissance de leur fille Aline, les parents ont déposé la somme de 100 € par an sur un livret A au nom de leur enfant.
On suppose que sur la période d'étude, le taux de rémunération du livret est resté constant à 1 %.



Comme indiqué ci-dessus ont construit les termes u_0, u_1, ..., u_{18} associé à la valeur, le jour des 18 ans d'Aline, de chaque somme déposée par les parents.

1. a. Donner les valeurs des termes u_0, u_1 et u_2.

b. Donner la valeur de u_{18}, approchée au centième près, représentant la somme acquise par les 100 € déposés le jour de sa naissance.

2. Pour déterminer la somme disposant le livret A le jour de ses 18 ans, nous allons utiliser un logiciel de programmation.

a. Dans le logiciel choisi, saisissez l'algorithme suivant :

```
S ← 0
Pour i allant de 0 à 5
    u ←  3+2× i
    S ←  S+u
Fin Pour
```

b. Justifier qu'à la fin de son exécution, la variable `S` contient la somme des 6 premiers termes de la suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 2.

c. Modifier cet algorithme pour que la variable `S` contienne, en fin d'exécution de l'algorithme, la somme présente sur le livret A le jour des 18 ans d'Aline.

3. On note S_{18} la somme des 19 premiers termes de la suite (u_n) : $S_{18} = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{18}$

Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est exacte.

a. $S_{18} = 100 \times 1{,}01^{18}$ b. $S_{18} = 100 \times \dfrac{1 - 1{,}01^{17}}{1 - 1{,}01}$

c. $S_{18} = 100 \times \dfrac{1 - 1{,}01^{18}}{1 - 1{,}01}$ d. $S_{18} = 100 \times \dfrac{1 - 1{,}01^{19}}{1 - 1{,}01}$

A l'aide de la valeur approchée obtenue à l'aide du logiciel, conjecturer l'expression correcte de S_{18}.

3. Activité d'introduction :

Exercice 4

Le tapis de Sierpinski *(1916)* du nom de son créateur polonais, est construit par une succession d'étapes définies par :

A chaque carré blanc, on le subdivise en 9 carrés identiques en partageant ses côtés en trois segments de même longueur et on colorie en noir le carré central

Voici les six premières étapes de cette construction :

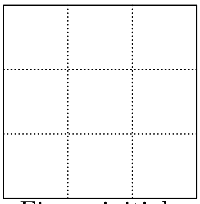
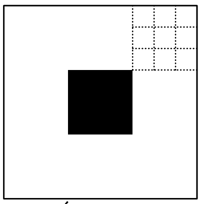
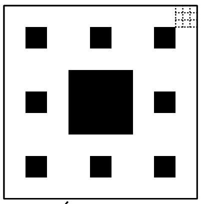
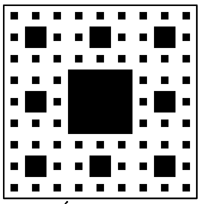
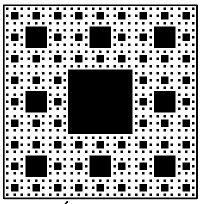


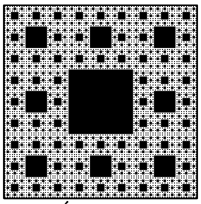
Figure initiale


Étape 0


Étape 1


Étape 2


Étape 3


Étape 4

1. Pour les figures obtenues à l'étape 5 et suivant :
   - Combien de carrés noirs de côté $\dfrac{1}{3}$ contient la figure?
   - Combien de carrés noirs de côté $\dfrac{1}{9}$ contient la figure?
   - Combien de carrés noirs de côté $\dfrac{1}{27}$ contient la figure?
2. A l'aide du logiciel de programmation, déterminer le nombre exact S_4 de carré noirs présents à l'étape 4?
3. A l'aide de la calculatrice, déterminer les valeurs de q et n afin que : $S_4 = \dfrac{1-q^n}{1-q}$

Exercice 5

Un globe-trotter a parié de parcourir $5\,000\,km$ à pied.
Il peut, frais et dispos, parcourir $50\,km$ en une journée, mais chaque jour, la fatigue s'accumule et donc sa performance diminue de $1\,\%$ tous les jours.

On note u_0 la distance parcourue le premier jour de course et de manière générale u_n le $n^{\text{ème}}$ jour de course.

1. a. Donner la valeur des termes u_0, u_1, u_2.
   b. Déterminer la distance parcourue le $30^{\text{ème}}$ jour de course arrondie au mètre près.
2. Pour déterminer la distance parcourue après 45 jours de course, nous allons utiliser une feuille de calcul automatisée :
   a. Recopier et compléter la feuille de calcul ci-dessous jusqu'à la colonne `AY`.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Jour de course	1	2	3	4	5	6	7
2	Distance parcourue *(en km)*							
3								

   b. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule `B2` afin d'être recopiée vers la droite et que la plage de cellules `B2 : AT2` représentent les distances des 45 premiers jours de course.
   c. Donner la valeur approchée, au mètre près, de la distance parcourue par le coureur sur les 45 premiers jours de courses.
3. On note S_{45} la somme des 45 premiers termes de la suite (u_n) :
   $S_{45} = u_0 + u_1 + \cdots + u_{44}$
   Parmi les quatre propositions ci-dessous, une seule est exacte.
   a. $S_{45} = 50{\times}0{,}99^{45}$
   b. $S_{45} = 50{\times}\dfrac{1-0{,}99^{44}}{1-0{,}99}$
   c. $S_{45} = 50{\times}\dfrac{1-0{,}99^{45}}{1-0{,}99}$
   d. $S_{45} = 50{\times}\dfrac{1-0{,}99^{46}}{1-0{,}99}$
   A l'aide de la valeur approchée obtenue à l'aide du logiciel, conjecturer l'expression correcte de S_{45}.

4. Première approche de la récurrence :

(+1 exercice pour les enseignants)

Remarque : Ce paragraphe peut être une première approche au raisonnement par récurrence

Exercice 6

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 5 et de raison 3. On note S_n la somme des $n{+}1$ termes de la suite (u_n) :
$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

1. Déterminer la valeur de S_3.
2. a. On admet l'égalité $S_6 = \dfrac{5}{2}\cdot\left(3^7-1\right)$. Etablir :
   $S_6 + u_7 = \dfrac{5}{2}\cdot\left(3^8-1\right)$
   b. En utilisant le résultat et la démarche précédente, établir une forme simplifiée de la somme S_8
3. Parmi les formules ci-dessous, exprimant la somme S_n en fonction de n, une seule est correcte. Laquelle?
   a. $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 5\cdot\dfrac{3^{n+1}-1}{1-3}$
   b. $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 5\cdot\dfrac{1-3^{n}}{1-3}$
   c. $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 5\cdot\dfrac{1-3^{n+1}}{1-3}$
   d. $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 5\cdot\dfrac{3^{n+1}-1}{1-3}$

5. Nombre de termes d'une suite de termes :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 7

On considère une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Déterminer le nombre de termes de chacune des sommes ci-dessous :

a. $u_0+u_1+u_2+u_3+u_4+u_5+u_6+u_7+u_8$

b. $u_5+u_6+u_7+u_8+u_9+u_{10}+u_{11}+u_{12}$

c. $u_{11}+u_{12}+u_{13}+\ldots+u_{25}+u_{26}$

d. $u_8+u_9+u_{10}+\cdots+u_{31}+u_{32}$

Exercice 8

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique. Pour chacune des questions, donner le nombre de termes composant la somme :

a. $u_0+u_1+\cdots+u_{32}$

b. $u_5+u_6+\cdots+u_{15}$

c. $u_0+u_1+\cdots+u_n$

d. $u_5+u_6+\cdots+u_n$

e. $u_k+u_{k+1}+\cdots+u_{100}$

f. $u_k+u_{k+1}+\cdots+u_n$

g. $u_0+u_2+\cdots+u_{88}$

h. $u_{3k}+u_{3k+3}+\cdots+u_{99}$

i. $\displaystyle\sum_{k=0}^{64} u_k$

j. $\displaystyle\sum_{k=5}^{16} u_{2k}$

6. Introduction à la somme des termes d'une suite arithmétique :

Exercice 9

1. On souhaite déterminer la valeur de la somme :
$S=1+2+3+4+\cdots+9$

a. Compléter les opérations en opérant d'abord colonne par colonne :

	C1		C2		C3		C4		C5		C6		C7				
	1	+	2	+	3	+	4	+	5	+	6	+	7	+		+	9
+	9	+	8	+	7	+	6	+	5	+	4	+	3	+		+	1
=		+		+		+		+		+		+		+		+	
=																	

b. D'après l'opération posée précédente, en déduire la valeur de $2\times S$.

c. En déduire la valeur de S.

2. On souhaite déterminer la valeur de la somme :
$S'=1+2+3+4+\cdots+100$

a. Compléter les opérations en opérant d'abord colonne par colonne :

	C1		C2		C3		C4		C5		C6		C7		C8		C9
	1	+	2	+	3	+	4	+	5	+	6	+	7	+	8	+	100
+	100	+	99	+	98	+	97	+	96	+	95	+	94	+	93	+	1
=		+		+		+		+		+		+		+			
=																	

b. D'après l'opération posée précédente, en déduire la valeur de $2\times S'$.

c. En déduire la valeur de S'.

3. Utiliser une démarche similaire aux questions précédentes pour déterminer la valeur de la somme S'' définie par : $S''=1+5+9+13+\cdots+81$

Exercice 10

On considère une suite (u_n) arithmétique de premier terme u_0 et de raison r.

1. Exprimer u_1, u_2 et u_3 en fonction de u_0 et de r.

2. Exprimer les termes u_n, u_{n-1} et u_{n-2} en fonction de n, de u_0 et de r.

3. Justifier l'égalité suivante :
$u_2+u_{n-2}=u_1+u_{n-1}=u_0+u_n$

7. Suite arithmétique : somme des premiers termes :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 11

On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme u_0 et de raison r. On note S la somme des $n{+}1$ premiers termes de la suite (u_n). On a :

$$S=u_0+u_1+\cdots+u_n=\frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}$$

On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison 2. Déterminer la somme S des 100 premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 12

On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 5. Déterminer la somme de ses 33 premiers termes.

Exercice 13

On considère la suite (u_n), définie pour tout $n\in\mathbb{N}$, arithmétique de premier terme -10 et de raison 3.

Déterminer la valeur de la somme S définie par :
$S=u_0+u_1+\cdots+u_{84}$

Exercice 14

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n naturel par : $v_n=4+3{\cdot}n$
Déterminer la somme S' des 20 premiers termes de la suite (v_n).

8. Suite arithmétique : somme et reconnaissance de la suite :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 15

On considère la somme S définie par :
$S = 1 + 3 + 5 + \cdots + 101$

On admet que les termes de la somme S sont les premiers termes successifs d'une suite arithmétique (u_n) définies sur $\mathbb{N}$.

1. a. Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n).
   b. Déterminer le rang du terme de la suite ayant 101 pour valeur.
2. En déduire la valeur de la somme S.

Exercice 16

On considère la somme S définie par :
$S = \frac{2}{3} + 1 + \frac{4}{3} + \frac{5}{3} + \cdots + 10$

On admet que les termes de la somme S sont les premiers termes successifs d'une suite arithmétique (u_n) définie sur $\mathbb{N}$.

1. Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n) et déterminer le rang du terme ayant pour valeur 10.
2. En déduire la valeur de la somme S

Exercice 17

La somme S, définie ci-dessous, est la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique :
$S = 7 + 10 + 13 + \cdots + 340$

En laissant les traces de votre démarche, déterminer la valeur de la somme S.

Exercice 18

On considère la somme S définie par :

$$S = 1+2+101+102+201+202+301+302+\cdots+1501+1502$$

Déterminer la valeur de S.

9. Suite arithmétique : sommmes et équations :

Exercice 19

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison r

On s'intéresse à la somme S des 13 premiers termes de (u_n) :
$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{11} + u_{12}$

Déterminer la valeur de r afin que : $S = 65$

Exercice 20

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 5 et de raison 2. Pour tout entier naturel k non-nul $(k\in\mathbb{N}^*)$, on note :
$S_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_k$

1. En fonction de l'entier k, combien de termes comprend la somme S_k ?
2. Déterminer la valeur de l'entier k afin que : $S_k = 10\,605$

Exercice 21

On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 5 et de raison r. La somme des 72 premiers termes a pour valeur :
$u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{71} = 76$

Déterminer la valeur de la raison r. *(on laissera les étapes de son raisonnement)*

Exercice 22

On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison r. La somme des 71 premiers termes a pour valeur :
$u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{70} = 497$

Déterminer la valeur de la raison r. *(on laissera les étapes de son raisonnement)*

10. Suite arithmétiques : formule générale :

Exercice 23

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r. On a la propriété :

$$u_k + u_{k+1} + \cdots + u_n = \frac{\overbrace{(n-k+1)}^{\text{Nombres de termes}}\cdot(\overset{\text{Premier terme}}{u_k} + \overset{\text{Dernier terme}}{u_n})}{2}$$

On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 2. Déterminer la valeur de la somme :
$S = u_{12} + u_{13} + \cdots + u_{34}$

Exercice 24

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n $(n\in\mathbb{N})$ par : $v_n = 2-3\cdot n$
Déterminer la valeur de la somme :
$S' = v_4 + v_5 + \cdots + v_{15}$

Exercice 25

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 2 et

de raison $\frac{1}{4}$. Déterminer la somme S définie par :
$S = u_{11} + u_{12} + \cdots + u_{25}$

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison $-\sqrt{3}$. Déterminer la somme S' définie par :
$S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{13}$

12. Suite géométrique : somme des premiers termes :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 26

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme u_0 et de raison q. On note S la somme des $n{+}1$ premiers termes de la suite (u_n). On a :

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = u_0 \cdot \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 2. Déterminer la somme S des 100 premiers termes de la suite (u_n).

Exercice 27

On considère la suite géométrique de premier terme 12 et de raison 4. Déterminer la somme des 100 premiers termes de cette suite.

Indication : on donnera l'expression simplifiée de cette somme.

Exercice 28

On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 12 et de raison $\frac{1}{4}$.

1. Donner l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.
2. Quel est le rang du terme de la suite (v_n) ayant pour valeur $\frac{3}{64}$
3. Déterminer une expression simplifiée de la somme S définie par :
$S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{30}$

Exercice 29

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n naturel par : $v_n = \frac{5}{2^n}$

Déterminer la somme S' des 20 premiers termes de la suite (v_n).

13. Suite géométrique : somme des premiers termes et équation :

(+1 exercice pour les enseignants)

Exercice 30

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 2 et de raison $\frac{1}{2}$.

Soit k un entier naturel non-nul $(k\in\mathbb{N})$, on note S la somme des $k{+}1$ premiers termes de la suite (u_n).
C'est-à-dire : $S=u_0+u_1+\cdots+u_k$

Déterminer la valeur de k afin que : $S=4-\frac{1}{2^8}$

Exercice 31

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme $\frac{1}{484}$ et de raison 3. Pour un entier k strictement supérieur à 0, on note S la somme des termes successifs de la suite (u_n) du terme du rang 0 au rang k :
$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_k$

Déterminer la valeur de l'entier k vérifiant : $S=61$

On pourra utiliser du tableau des puissances de 3 :

$3^0=1$;	$3^3=27$;	$3^6=729$;	$3^9=19683$;	$3^{12}=531441$
$3^1=3$;	$3^4=81$;	$3^7=12187$;	$3^{10}=59049$;	$3^{13}=1594323$
$3^2=9$;	$3^5=243$;	$3^8=6561$;	$3^{11}=177147$;	$3^{14}=4782969$

14. Suite géométrique : reconnaissance du terme général :

(+3 exercices pour les enseignants)

Exercice 32

On considère la somme S définie par :

$$S = 27 + 9 + 3 + \cdots + \frac{1}{81}$$

On admet que les termes de cette somme sont les termes consécutifs d'une suite (u_n) géométrique.

1. Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n).
2. Déterminer le rang du terme de la suite (u_n) dont la valeur est $\frac{1}{81}$, puis donner le nombre de terme de la somme S.
3. Déterminer la valeur de S.

Exercice 33

On considère que la somme S ci-dessous :
$S = 1 + \sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + \cdots + 8\sqrt{2}$

On admet que les termes de cette somme sont les termes consécutifs d'une suite (u_n) géométrique.

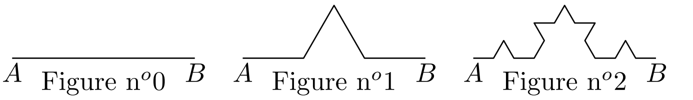
1. Donner les caractéristiques de la suite géométrique (u_n).
2. Déterminer le rang du terme de la suite (u_n) dont la valeur est $8\sqrt{2}$. Donner le nombre de termes de la somme S.
3. En déduire la valeur de S.

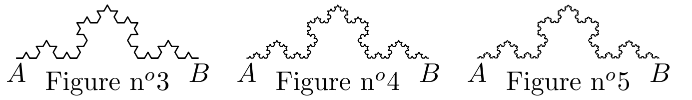
Exercice 34

Etablir que l'entier $7^{20}-1$ est un multiple de l'entier 6.

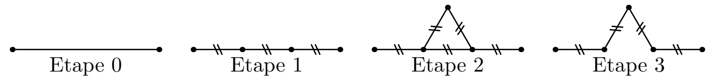
Exercice 35

Ci-dessous sont représentés les six premièrs "***flocons de Helge Von Koch***" représentant un des fractales les plus simples :





Voici la procédure affectée à chaque segment de la ligne brisée pour construire la figure à l'étape suivante :



- Chaque segment est partagée en trois parties égales.
- Sur le segment situé au milieu du segment, on construit un triangle équilatéral.
- On supprime le segment situé au milieu du segment

1. Pour tout entier naturel n, notons u_n le nombre de segments composant le flocon de Helge Von Koch à l'étape n.
   Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite (u_n).
2. Pour tout entier naturel n, notons v_n la longueur de la ligne brisée formant le flocon de Von Koch à l'étape n.
   Conjecturer une relation de récurrence entre les termes de la suite (v_n).

15. *Suite géométrique : formule générale :*

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 36

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q. On a la propriété :

$$u_k + u_{k+1} + \cdots + u_n = \overset{\text{Premier terme}}{u_k} \cdot \frac{1-q^{\overset{\text{Nombre de termes}}{n-k+1}}}{1-q}$$

On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 4 et de raison 3. Déterminer la valeur de la somme :

$S = u_{10} + u_{11} + \cdots + u_{19}$

Exercice 37

On considère la suite (v_n) dont le terme de rang n, un entier naturel $(n\in\mathbb{N})$, est définie par : $v_n = \dfrac{3}{4^n}$

Déterminer la valeur de la somme S' :

$S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{12}$

Exercice 38

On considère la suite (un) définie pour tout $n\in\mathbb{N}$ géométrique de premier terme $2^4\times 3^5$ et de raison $\dfrac{1}{3}$. Déterminer la somme des 100 premiers termes de la suite (u_n).

16. *Suite géométrique : formule générale et équations :*

Exercice 39

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme 2 et de raison $\dfrac{1}{2}$. Pour un entier k strictement supérieur à 4, on note S la somme des termes successifs de la suite (u_n) du terme du rang 4 au rang k :

$S = u_4 + u_5 + \cdots + u_k$

Déterminer la valeur de l'entier k vérifiant : $S = \dfrac{127}{512}$

On pourra utiliser du tableau des puissances de 2 :

$2^0=1$	$2^3=8$	$2^6=64$	$2^9=512$	$2^{12}=4096$
$2^1=2$	$2^4=16$	$2^7=128$	$2^{10}=1024$	$2^{13}=8192$
$2^2=4$	$2^5=32$	$2^8=256$	$2^{11}=2048$	$2^{14}=16384$

Exercice 40

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme $\dfrac{1}{4356}$ et de raison 3. Pour un entier k strictement supérieur à 2, on note S la somme des termes successifs de la suite (u_n) du terme du rang 2 au rang k :

$S = u_2 + u_3 + \cdots + u_k$

Déterminer la valeur de l'entier k vérifiant : $S = 61$

On pourra utiliser du tableau des puissances de 3 :

$3^0=1$	$3^3=27$	$3^6=729$	$3^9=19683$	$3^{12}=531441$
$3^1=3$	$3^4=81$	$3^7=12187$	$3^{10}=59049$	$3^{13}=1594323$
$3^2=9$	$3^5=243$	$3^8=6561$	$3^{11}=177147$	$3^{14}=4782969$

17. Un peu plus loin :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 41

1. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 1 et de raison $\frac{1}{8}$. On considère la somme suivante :

   $S_1 = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$

   Déterminer la valeur de n afin que la somme S_1 a pour valeur 31.

   (On sera ammené à trouver les racines du polynôme du second degré $\left(2+\frac{x}{8}\right)(x+1)-62$*)*

2. Soit $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme 2 tel que :

   $$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{63}{16}$$

   Déterminer la raison de cette suite.

   (On admettra que le polynôme $-32x^6+63x-31$ *admet pour racines les nombres* $\frac{1}{2}$ *et 1)*

Exercice 42

On souhaite déterminer la valeur de la somme S suivante :
$S = 9 + 15 + 27 + \cdots + 3075$

On remarquera que cette somme peut s'écrire par :

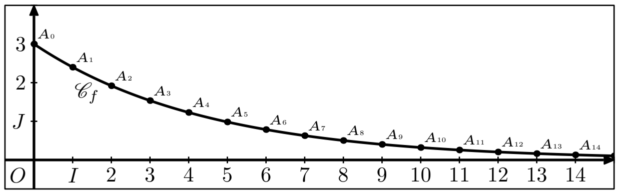
$$S=\left(3\times2^1+3\right)+\left(3\times2^2+3\right)+\left(3\times2^3+3\right)+\cdots+\left(3\times2^{10}+3\right)$$

Déterminer la valeur de S

Toutes traces de recherche, même incomplètes, seront prises en compte dans l'évaluation.

Exercice 43

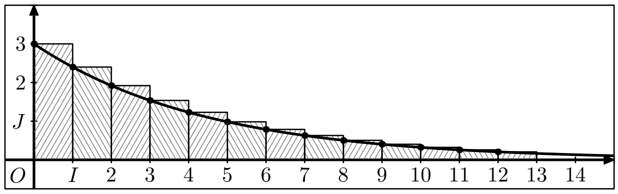
On considère une fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ dont la courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère $(O\,;I\,;J)$:



De plus, l'ensemble des points A_n du plan définis pour tout entier naturel n par leurs coordonnées $A_n(n\,;3\times0{,}8^n)$ appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_f$.

Toute trace de recherche ou de raisonnement même incomplet sera prise en compte et valorisée.

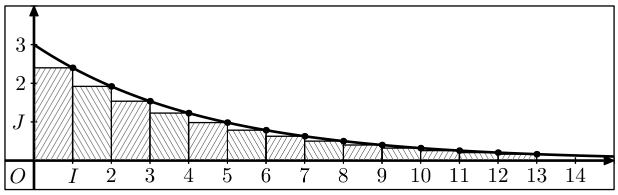
1. On définit un domaine du plan en considérant les treize rectangles représentés ci-dessous :

   où les points A_0, A_1, …, A_{12} forment les sommets “en haut à gauche” de chacun de ses rectangles.

   Déterminer l'aire de ce domaine.

2. On définit un domaine du plan en considérant les treize rectangles représentés ci-dessous :

   où les points A_1, A_2, …, A_{13} forment les sommets “en haut à droite” de chacun de ses rectangles.

   Déterminer l'aire de ce domaine.

19. Exercices non-classés :

(+2 exercices pour les enseignants)

Exercice 44

Un globe-trotter a parié de parcourir $5\,000\,km$ à pied.
Il peut, frais et dispos, parcourir $50\,km$ en une journée, mais chaque jour, la fatigue s'accumule et donc sa performance diminue de 1 % tous les jours.

On note u_1 la distance parcourue le premier jour de course et de manière générale u_n le $n^{\text{ème}}$ jour de course.

1. a. Donner la valeur des termes u_1, u_2, u_3.

   b. Préciser la nature de la suite (u_n) ainsi que ses éléments caractéristiques.

   c. Donnera distance parcourue le $30^{\text{ème}}$ jour de course arrondie au mètre près.

2. On note (v_n) la suite dont le terme de rang n a pour valeur la distance totale parcourue par le globe-trotter les n premiers jours

   a. En fonction de n, déterminer l'expression du terme de rang n de la suite (v_n).

   b. Donner la distance totale, arrondie au mètre près, parcourue par le globe-trotter sur les 30 premiers jours de la course.