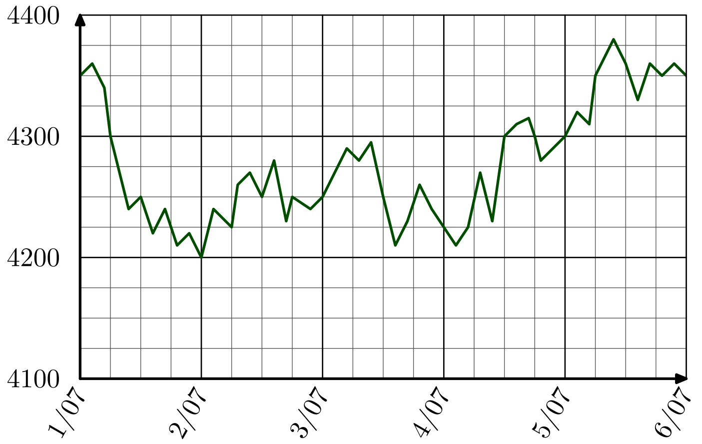
Seconde / Généralité sur les fonctions

ChingEval : 5 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

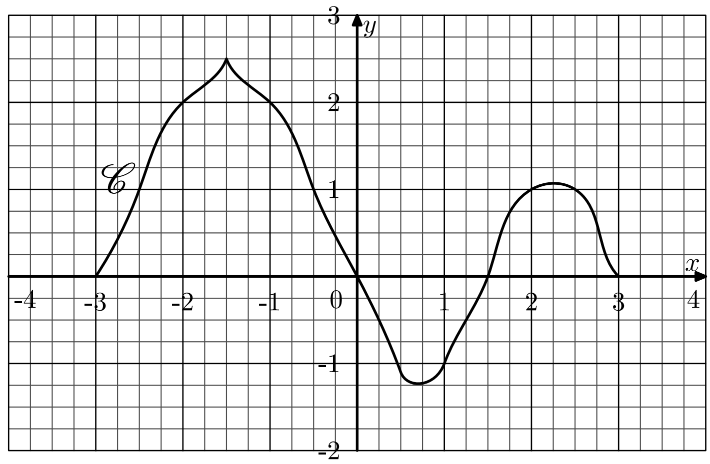
1. *Introduction aux fonctions*

E.1 Le graphique ci-dessous représente la valeur du CAC 40 *(indicateur boursier sur quarante entreprises de la place de Paris)*



1. On s'intéresse à la journée du 2 juillet, quel était la valeur du CAC 40 :
   a. à 0h? b. à 6h? c. à midi? d. à 18h?
2. Sur le graphique, à quel moment, le CAC 40 avait :
   a. une valeur de 4200? b. une valeur de 4300?
3. Choisir parmi les deux phrases suivantes, la phrase correcte :
   a. "*Ce graphique donne la date en fonction de la valeur du CAC 40*"
   b. "*Ce graphique donne la valeur du CAC 40 en fonction de la date*"

E.2 Dans le repère représenté ci-dessous, on considère la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f :



1. Placer le point $A(-1{,}5\,;2{,}5)$.
2. On considère les points suivants du plan :
   $B(-2\,;3)$; $C(2{,}5\,;1)$; $D(0{,}5\,;-1)$; $E(0{,}25\,;0{,}5)$
   a. Placer ces points sur le repère.
   b. Parmi ces points, lesquels appartiennent de manière certaine à la courbe $\mathscr{C}$.
3. Placer l'unique point F appartenant à la courbe $\mathscr{C}$ ayant -1 pour abscisse. Donner ses coordonnées.
4. Combien de points de la courbe $\mathscr{C}$ ont pour ordonnée la valeur 1? Préciser les coordonnées de ces points.

E.3 Voici un script saisi par Alice dans un logiciel d'algorithmique :

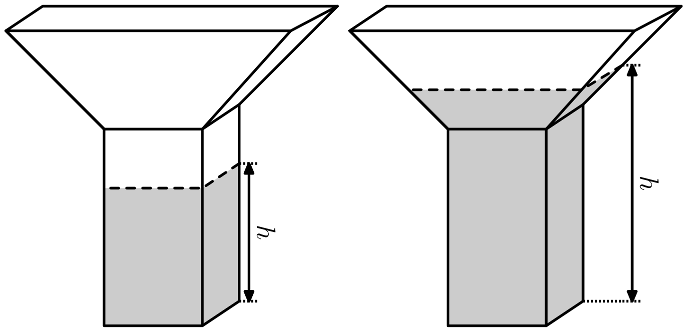
```
quand [drapeau] est cliqué
demander [Choisissez un nombre] et attendre
mettre [Nombre] à (réponse)
mettre [Résultat 1] à (2* (Nombre) +3)
mettre [Résultat 1] à ((Résultat 1) * (Résultat 1))
dire (regroupe [le résultat 1 est] (Résultat 1))
```

1. Alice a choisi 3 comme nombre, calculer la valeur de "*Résultat 1*".
2. Généralisation :
   a. En appelant x le nombre choisi dans l'algorithme, donner une expression littérale traduisant le résultat correspondant à l'algorithme d'Alice.
   b. ~~Trouver le ou les nombres choisis par Alice qui corre-~~spondent au résultat affiché ci-dessous :

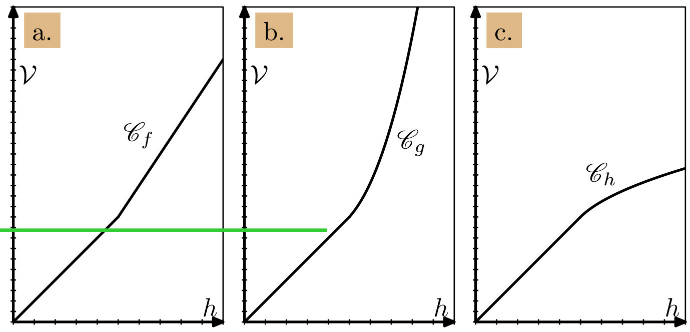
   le résultat 1 est 9

E.4 On considère un verre formé d'une base en forme de parallélépipède rectangle et dont le haut d'un verre est la base d'une pyramide à base carrée.

On note h la hauteur du liquide contenu dans le verre :



Parmi les trois courbes ci-dessous, laquelle représente le volume du liquide $\mathcal{V}$ en fonction de la hauteur h ?

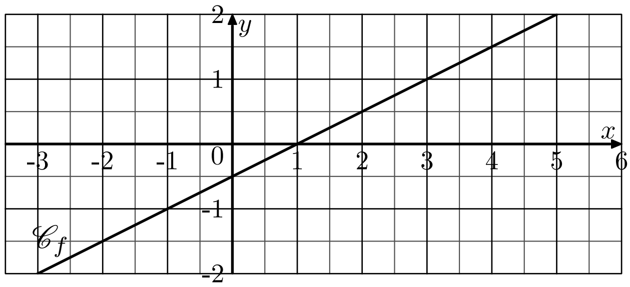


2. Courbe représentative : lecture des images et antécédents

E.5

Méthode : les deux vidéos ci-contre illustre la lecture graphique d'images et d'antécédents.

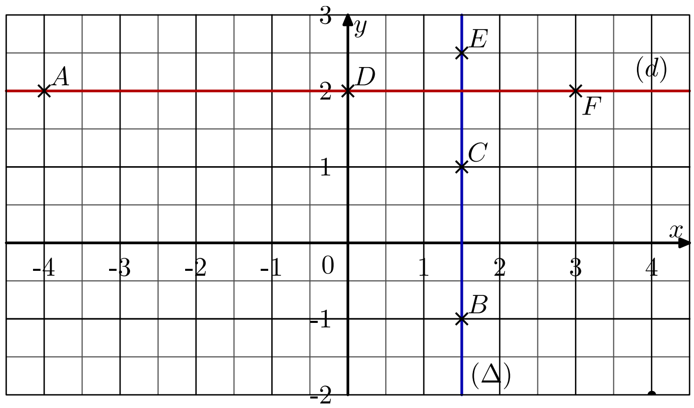
On considère une fonction f dont la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative est donnée ci-dessous dans le repère ci-dessous :



On justifiera chacune des réponses :

1. Donner l'image de 4 par la fonction f
2. Donner l'antécédent du nombre 1 par la fonction f.

E.6 Dans le plan muni du repère ci-dessous, on considère la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f et les deux droites (d) et (Δ).



1. Déterminer les coordonnées des points :
   A ; B ; C ; D
2. a. Quelle propriété caractérise les coordonnées des points de la droite (Δ) ?
   b. Compléter la phrase suivante :

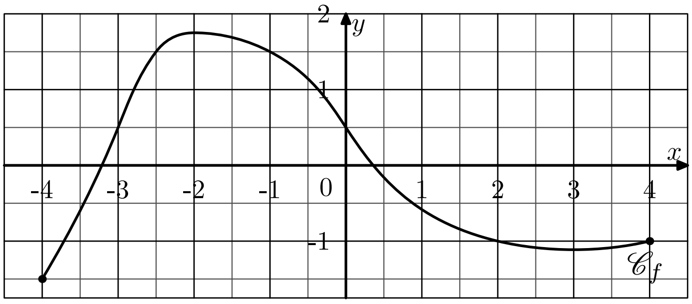
   Tous les points d'une droite verticale ont la même valeur des .... La droite (Δ) a pour équation :
   $x = ...$
3. En observant les coordonnées des points de la droite (d), compléter la phrase suivante :

Tous les points d'une droite horizontale ont la même valeur des .... La droite (d) a pour équation :
$y = \ldots\ldots$

E.7

Définition : dans le plan muni d'un repère, on appelle **courbe représentative de la fonction f** l'ensemble des points du plan dont les coordonnées sont de la forme $(x\,;f(x))$ où le nombre $f(x)$ est défini.

Dans le plan muni du repère ci-dessous, on considère la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f.

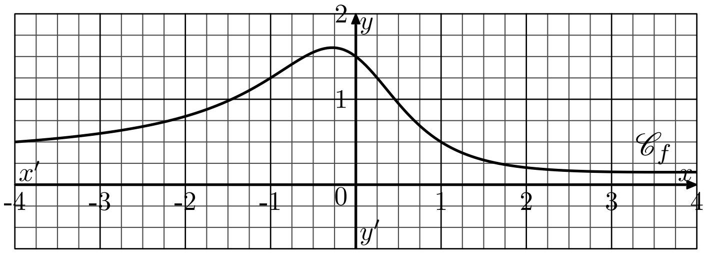


1. Justifier que l'image du nombre 2, par la fonction f, est -1.

Définition : soit f une fonction et b un nombre réel $(b\in\mathbb{R})$.
On dit que **le nombre a est un antécédent du nombre b par la fonction f** si l'image du nombre a est b.
C'est-à-dire que : $f(a) = b$.

2. a. Justifier que le nombre $-2{,}5$ est un antécédent du nombre $1{,}5$ par la fonction f.
   b. Donner tous les antécédents du nombre $1{,}5$ par la fonction f.

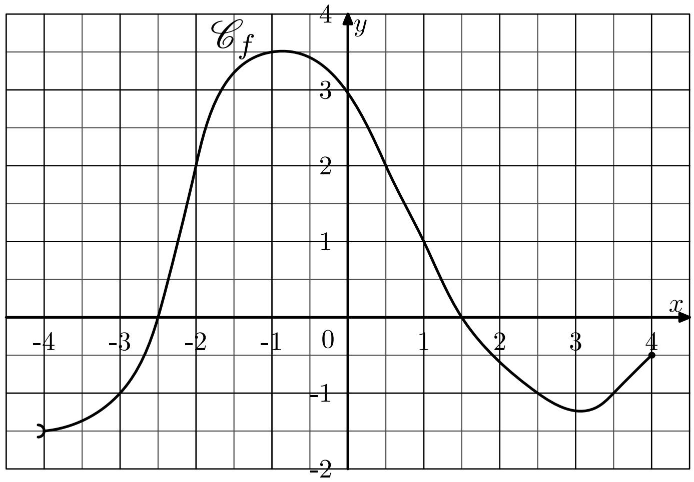
E.8 Dans le plan muni d'un repère, on considère la fonction f dont la courbe représentative est donnée ci-dessous :



1. Déterminer l'image du nombre 1 par la fonction f. On justifiera sa démarche.

2. Déterminer les antécédents du nombre $1{,}25$ par la fonction f. On justifiera sa démarche.

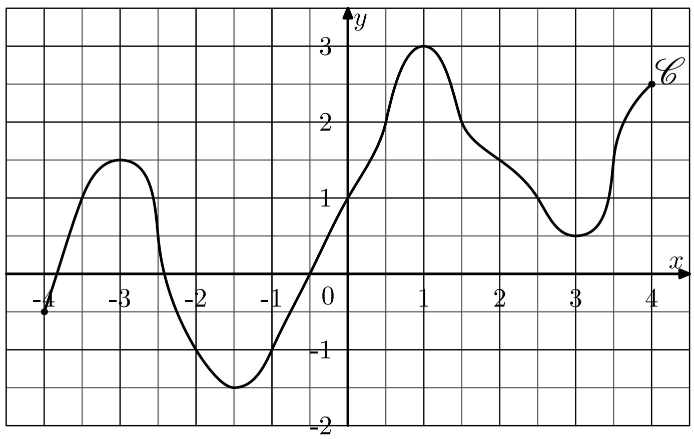
E.9 On considère la fonction f définie pour tout nombre compris entre -4 et 4 dont la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative est donnée dans le repère ci-dessous :



1. a. Déterminer, en justifiant votre démarche, l'image de $0{,}5$ par la fonction f.
   b. Déterminer, en justifiant votre démarche l'ensemble des antécédents de -1 par la fonction f.

2. Sans justifier votre réponse :
   a. Quelle est l'image du nombre -1 par la fonction f ?
   b. Quel est l'ensemble des antécédents de 2 par la fonction f ?

E.10 Dans le plan muni d'un repère, on représente la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f définie pour tout nombre compris entre -4 et 4.



1. Donner, en justifiant votre démarche, les images par la fonction f des nombres suivants :

   a. -3 b. $-\dfrac{1}{2}$ c. $\dfrac{1}{2}$ d. 0

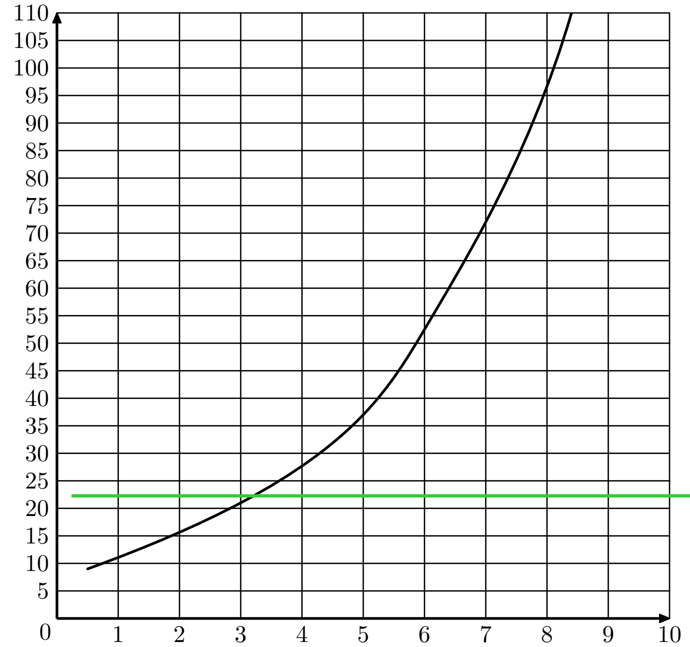
2. Donner,en justifiant votre démarche, l'ensemble des antécédents des nombres suivants par la fonction f :

   a. 3 b. -1 c. -2

E.11 ⚠ Un site est spécialisé dans la diffusion de vidéos sur internet. Le responsable du site a constaté que la durée de chargement des vidéos évoluait en fonction d'internautes connectés simultanément.

On cherche à estimer la durée de chargement en fonction du nombre de personnes connectées simultanément. Une fonction est proposée pour modéliser cette situation.

Dans le repère orthogonal ci-dessous, on a tracé la courbe représentative d'une fonction f qui modélise la situation précédente.
On note x le nombre, exprimé en millier, d'internautes connectés simultanément et $f(x)$ la durée de chargement exprimée en seconde.



1. Par lecture graphique, estimer la durée de chargement, en seconde, pour 8 000 personnes connectées.
2. a. Déterminer graphiquement un antécédent de 15 par f.

   b. Donner une interprétation de ce résultat.

E.12

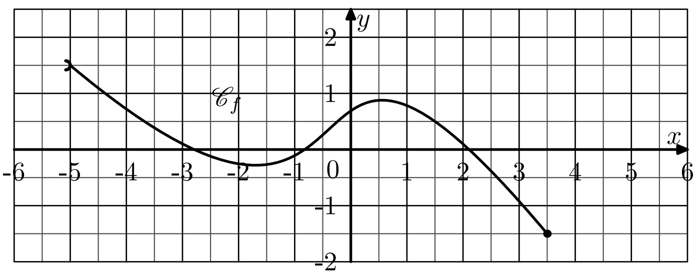
> ***Définition du petit Larousse :***
> *Un Q.C.M. (Questionnaire à Choix Multiple) est un questionnaire proposant, pour chaque question posée, plusieurs réponses entre lesquelles il s'agit de choisir la bonne.*

Pour chaque question, cocher la case associée à la réponse correcte :

1. Soit f une fonction vérifiant $f(4)=2$, on dit :
   - ☐ un antécédent de 4 est 2.
   - ☐ $\sqrt{2}$ est une solution de l'équation $f(x)=2$.
   - ☐ 4 a pour image 2 par la fonction f.
   - ☐ la courbe passe par le point de coordonnées $(2\,;4)$.
2. La courbe représentative de la fonction g passe par le point $(-1\,;2)$, alors :
   - ☐ l'équation $g(x)=-1$, admet 2 comme solution.
   - ☐ -1 est un antécédent de 2 par g.
   - ☐ 2 a pour image -1 par g.
   - ☐ 2 n'a pas d'image.
3. Soit h une fonction. L'équation $h(x)=-1$ admet comme solutions 3, $\frac{1}{5}$ et $\sqrt{2}$ alors :
   - ☐ 3 est l'unique antécédent du nombre -1 par la fonction h.
   - ☐ l'image du nombre -1 vaut $\sqrt{2}$.
   - ☐ la courbe représentative passe par le point de coordonnées $\left(\sqrt{2}\,;-1\right)$.
   - ☐ la fonction h vérifie $h(3)=\sqrt{2}$.
4. Soit j une fonction telle que le nombre 3 ait pour image -5 :
   - ☐ j vérifie $j(-5)=3$.
   - ☐ 3 est un antécédent du nombre -5 par la fonction j.
   - ☐ la courbe de j passe par le point de coordonnée $(-5\,;3)$.
   - ☐ l'équation $j(x)=-5$ n'admet aucune solution.

3. *Courbe représentative : ensemble de définition*

E.13 On considère la fonction f dont la courbe $\mathscr{C}_f$ est représentée dans le repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ ci-dessous :



Parmi les encadrements ci-dessous, lequel décrit l'ensemble des valeurs x appartenant à l'ensemble de définition de la fonction f :

a. $-5<x<3{,}5$ b. $-5\leqslant x<3{,}5$

c. $-5\leqslant x\leqslant 3{,}5$ d. $-5<x\leqslant 3{,}5$

4. *Expression algébrique : images*

E.14 On considère le programme de calcul ci-dessous :

```
quand [drapeau] est cliqué
demander [Choisissez un nombre] et attendre
mettre [Nombre] à (réponse)
mettre [Nombre] à ((Nombre) -1)
mettre [Nombre] à ((Nombre) *0,5)
dire (Nombre)
```

On note f la fonction qui à tout nombre x associe la valeur de sortie du programme de calcul lorsque la valeur x lui est donné.

(1) Donner l'expression algébrique de la fonction f.

(2) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-2	-1	$-0{,}5$	0	1	$3{,}2$
$f(x)$						

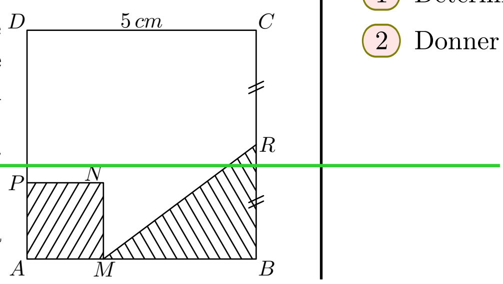
E.15 Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer l'image du nombre 2 :

(a) $f : x \longmapsto \dfrac{10-2\cdot x}{3\cdot x}$ (b) $g : x \longmapsto x^2 - 2x + 1$

5. *Première modélisation*

E.16

On considère la figure ci-contre où le carré $ABCD$, le carré $AMNP$ et le triangle MRB où M est une point du segment $[AB]$, R est le milieu du segment $[BC]$ et $CD=5\,cm$. On note x la longueur du segment $[AM]$.



On note f la fonction qui associe à la valeur de x la valeur de la partie hachurée formée du carré $AMNP$ et du triangle BMR.

(1) Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction f.

(2) Donner l'expression de la fonction f en fonction de x.

6. *Expression algébrique et courbe représentative*

E.17

Proposition : dans le plan muni d'un repère, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f. Le point $A(x_A\,;y_A)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$ si les deux conditions suivantes sont vérifiées :
- x_A appartient à l'ensemble de définition de f $(x_A \in \mathcal{D}_f)$
- L'image de x_A est y_A $\quad (f(x_A)=y_A)$

On considère la fonction f dont l'expression est définie par la relation : $f(x)=2x^2-3x+2$

Parmi les points ci-dessous, quels sont ceux qui appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :

$A(1\,;2)$; $B(4\,;22)$; $C(-1\,;9)$; $D(0\,;3)$

Justifier vos réponses

E.18 On considère la fonction f définie pour tout nombre x par :

$f(x) = 3x^2 + 4x - 1$

et on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de cette fonction dans le plan muni d'un repère.

Parmi les points ci-dessous lequel ou lesquels appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_f$:

$(-2\,;-21)$; $(-1\,;-2)$; $(0\,;6)$; $(1\,;12)$; $(2\,;19)$

On justifiera ses réponses.

E.19 On considère la fonction f dont l'expression est définie par la relation : $f(x)=\dfrac{3x}{2x-3}$ et notons $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

Parmi les points ci-dessous, quels sont ceux qui appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.

$A(2\,;2)$; $B(0{,}5\,;-0{,}75)$

Justifier vos réponses.

E.20 On considère la fonction f dont l'expression est définie par la relation : $f(x)=\dfrac{x}{2x+4}$ et notons $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

Parmi les points ci-dessous, quels sont ceux qui appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.

$A(0\,;1)$; $B\left(1{,}5\,;\dfrac{3}{14}\right)$

Justifier vos réponses.

7. *Expression algébrique : antécédents*

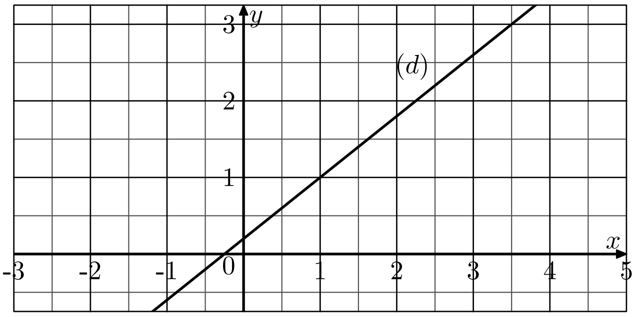
E.21 On considère la fonction affine f admettant pour expression :

$f(x) = 0{,}8x + 0{,}2$

1. a. Résoudre les équations :
   $f(x) = 2 \quad ; \quad f(x) = 3.$

   b. En déduire les antécédents des nombres 2 et 3 par la fonction f.

2. Dans le repère ci-dessous, est donnée la courbe (d) représentative (d) de la fonction f :



Laisser les traits de construction permettant de vérifier les résultats de la question 1.

E.22

Méthode : soit f une fonction et b un nombre. Pour déterminer l'ensemble des antécédents du nombre b par la fonction f, on déterminer l'ensemble des solutions de l'équation : $f(x)=b$

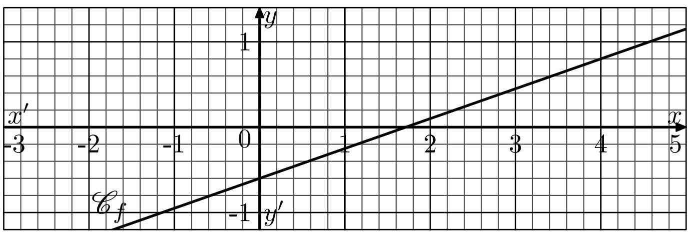
On considère la fonction affine g définie par l'expression :

$g(x) = 1{,}2x + 0{,}1$

Déterminer l'antécédent du nombre 2,5 par la fonction g.

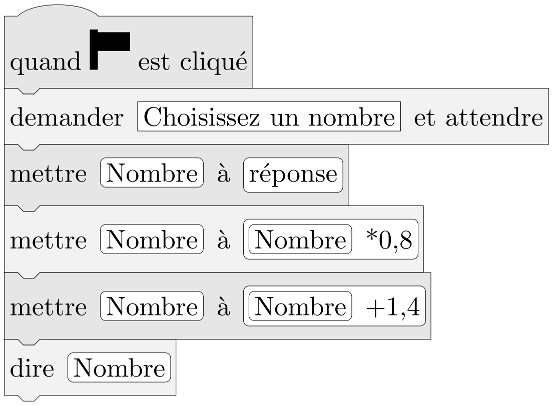
E.23 On considère la fonction f dont l'image de tout nombre x est définie par : $f(x)=0{,}35{\cdot}x-0{,}6$

Dans le plan ci-dessous muni d'un repère, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f :



1. Graphiquement et sans justification, donner l'ensemble des antécédents du nombre 0,8 par la fonction f.
2. Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 0,3 par la fonction f. On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

E.24 On considère le programme de calcul ci-dessous :



et la fonction f qui, à un nombre x, saisi dans le programme de calcul associe le nombre retourné par ce programme de calcul.

1. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

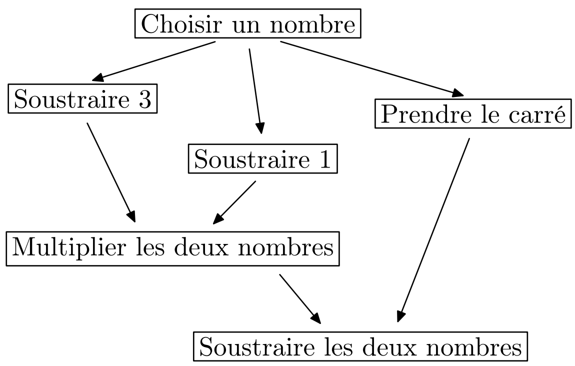
x	-5	1	10
$f(x)$			

2. Déterminer l'antécédent du nombre 3 par la fonction f.

E.25 Déterminer les antécédents du nombre 4 par les fonctions suivantes :

a. $h : x \longmapsto 3{\cdot}x - 5$ b. $j : x \longmapsto x^2$

E.26 On considère le programme de calcul représenté par le diagramme ci-dessous :



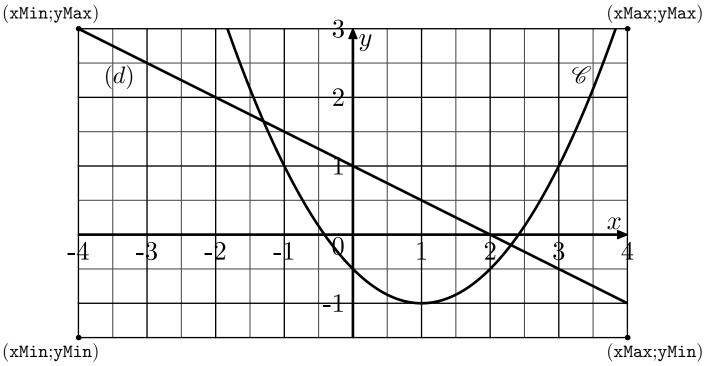
On note f la fonction qui, au nombre x, associe la valeur renvoyée par ce programme de calcul.

1. Déterminer l'image du nombre 2 par la fonction f.
2. a. Donner une expression de la fonction f.

   b. Donner l'expression développée et réduite de la fonction f.
3. Déterminer le ou les nombres fournis en entrée à l'algorithme afin que la valeur 6 soit obtenue en sortie de cet algorithme.

8. *Expression algébrique : usage de la calculatrice*

E.27 Dans le repère ci-dessous, on a représenté les courbes représentatives (d) et $\mathscr{C}$ respectivement des fonctions f et g.



Ces deux fonctions sont définies par les expressions algébriques :

$$f(x) = -0{,}5\times x + 1 \quad ; \quad g(x) = 0{,}5\big(x-1\big)^2 - 1$$

Le but de l'exercice est d'obtenir la représentation graphique de ces deux fonctions à l'aide de la calculatrice :

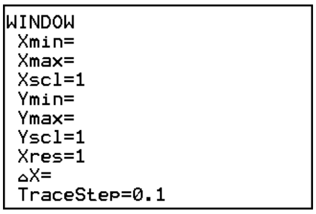
1. Nous allons définir les paramètres d'affichage de la calculatrice :

   a. Déterminer les valeurs des réels `xMin`, `xMax`, `yMin` et `xMax` afin que les quatre coins de notre affichage aient pour coordonnées : (`xMin` ; `yMin`), (`xMax` ; `yMin`), (`xMax` ; `yMax`), (`xMin` ; `yMax`).

   b. Effectuons le réglage de la fenêtre d'affichage de la calculatrice :

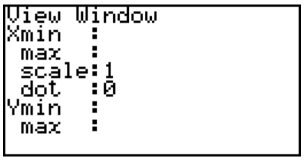
Calculatrices TI

On utilise la touche “Fenêtre”



Calculatrices Casio

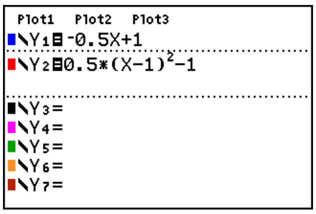
On utilise l'option `V-WINDOW` (F3)



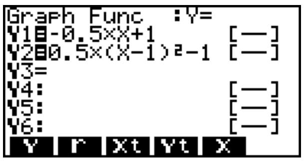
Compléter les données `xMin`, `xMax`, `yMin`, `yMax` manquantes puis valider votre choix.

2. Saisissez les expressions algébriques des fonctions :

On utilise la touche “f(x)”

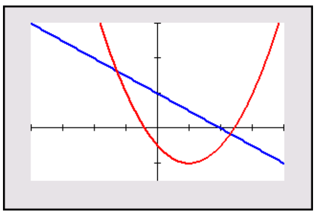


On se rend dans le mode “Graph”

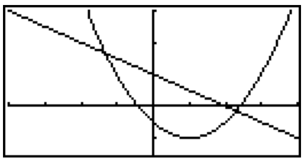


3. On effectue le tracé des courbes représentatives :

On trace les courbes avec le bouton “graphe”



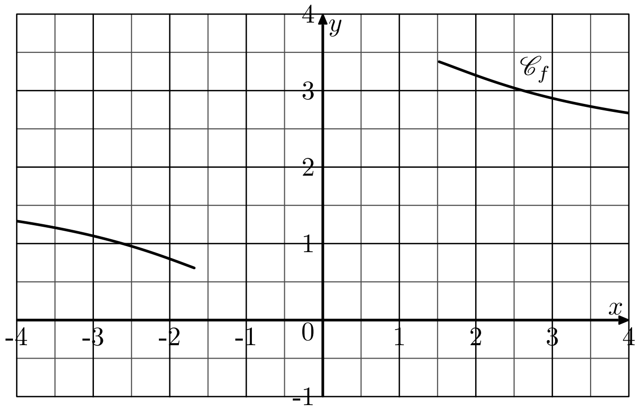
On utilise la commande “draw” (F6)



E.28 On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{3x}{x^2+1} + 2$$

Dans le repère ci-dessous, on a donné une partie de la courbe $\mathscr{C}_f$.



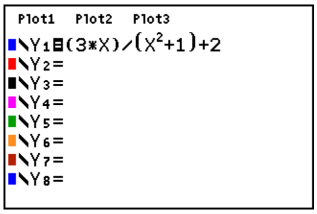
On souhaite compléter le tableau de valeurs ci-dessous afin de construire la partie manquante de la courbe $\mathscr{C}_f$.

x	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1
$f(x)$						

1. Nous allons saisir l'expression de la fonction à étudier :

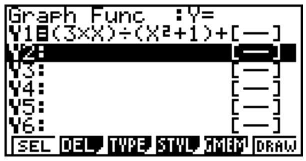
Calculatrices TI

En appuyant sur la touche $f(x)$, on saisit l'expression de la fonction



Calculatrices Casio

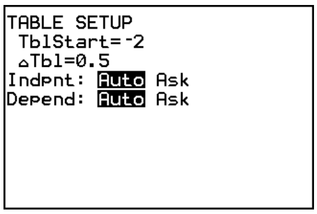
On se rend dans le mode `Table` et on saisit l'expression.



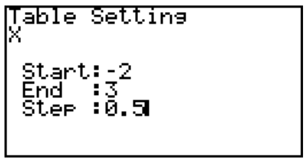
2. a. Quelle est le pas entre deux graduations de l'axe des abscisses?
   Cette valeur s'appellera ΔTbl *(TI)* ou `Step` *(Casio)*.

   b. On définit les paramètres du tableau de valeurs qu'on souhaite obtenir :

Avec l'option `Def tabl`, on indique la première valeur `TblStart` du tableau ainsi que le pas `ΔTblStart` de calcul.

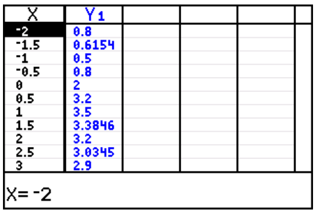


Avec la commande `SET` (F5), on indique la première valeur du tableau *(*`Start`*)* et la dernière *(*`End`*)* et aussi le pas *(*`0,5`*)*.



3. On construit le tableau de valeurs :

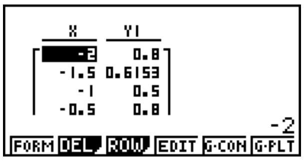
On utilise l'option `table` *(au dessus de la touche* `graphe`*)*.



X	Y1				
-2	0.8				
-1.5	0.6154				
-1	0.5				
-0.5	0.8				
0	2				
0.5	3.2				
1	3.5				
1.5	3.3846				
2	3.2				
2.5	3.0345				
3	2.9				

X=-2

On utilise l'option `TABL` (F6)



X	Y1
-2	0.8
-1.5	0.6153
-1	0.5
-0.5	0.8

-2

FORM DEL ROW EDIT G·CON G·PLT

Compléter le tableau de valeurs de la fonction f.

E.29

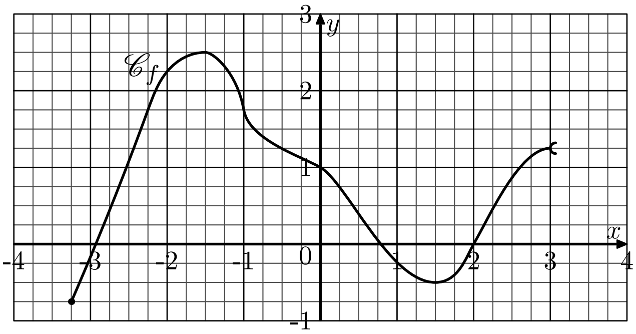
Indication : on répondra aux questions suivantes à l'aide de la calculatrice.

1. (a) Tracer la courbe représentative de la fonction carrée f définie par : $f(x)=x^2$
   (b) Donner les antécédents du nombre 2 par la fonction f arrondis au centième près.
2. On considère les deux fonctions g et h définie par :
   $g(x)=4-x^2$; $h(x)=x+1$

   Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ arrondies au dixième près.

9. *Intervalles et ensemble de définitions*

E.30 Dans un repère, on considère ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative d'une fonction f :

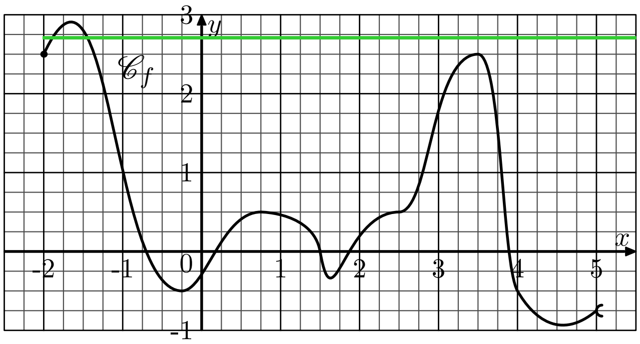


1. Les nombres x admettant une image par la fonction f forment un ensemble caractérisé par l'un des encadrements ci-dessous. Lequel?

   (a) $-3{,}25<x<3$ (b) $-3{,}25\leqslant x<3$

   (c) $-3{,}25\leqslant x\leqslant 3$ (d) $-3{,}25<x\leqslant 3$
2. Donner l'ensemble de définition de la fonction f sous la forme d'un intervalle.

E.31 Dans un repère, on considère ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative d'une fonction f :



1. (a) Parmi les intervalles ci-dessous, quel est le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est définie :
   $]-2\,;5[$; $]-2\,;5]$; $[-2\,;5[$; $[-2\,;5]$
   (b) Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. (a) Déterminer l'image du nombre 0,75 par la fonction f. Justifier votre réponse.
   (b) Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre $-0{,}5$ par la fonction f. Justifier votre réponse.

E.32 On considère les cinq fonctions suivantes :

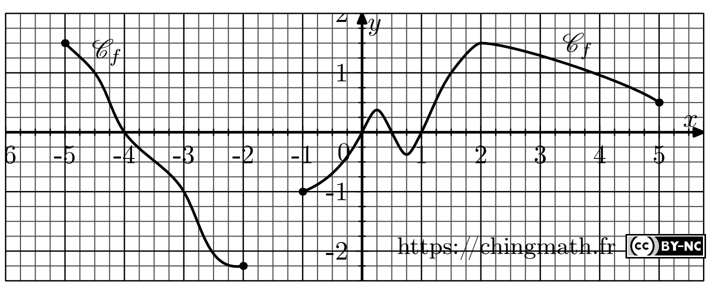
$f\colon x\longmapsto \dfrac{1}{2-x}$; $g\colon x\longmapsto \dfrac{2x+1}{3x+3}$; $h\colon x\longmapsto \dfrac{1}{x^2+1}$

$j : x\longmapsto \sqrt{1-2x}$; $k\colon x\longmapsto \sqrt{x+4}$

1. Un quotient n'est pas défini lorsque son dénominateur est nul.
   (a) Peut-on calculer l'image de 2 par la fonction f?
   (b) Pour quelle valeur, la fonction g n'admet pas d'image?
   (c) Existe-t-il une valeur n'admettant pas d'image par la fonction h.
2. Une racine carrée n'est pas définie pour des valeurs strictement négatives.
   (a) Peut-on calculer l'image de 5 par la fonction j?
   (b) Pour quelles valeurs de x, la fonction k n'associe pas d'images?

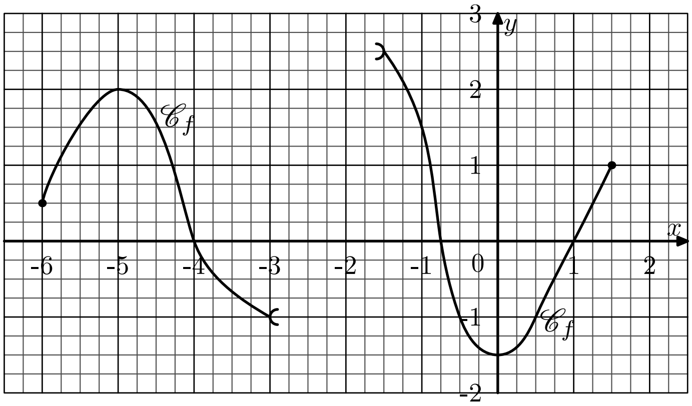
10. *Fonctions définies par morceaux*

E.33 On munit le plan du repère ci-dessous. La courbe $\mathscr{C}_f$ est la représentation graphique de la fonction f :



1. Déterminer graphiquement les images par la fonction f des nombres : -2 ; 2
2. Justifier que les nombres $-1{,}5$ et $5{,}5$ n'admettent pas d'image par la fonction f.
3. Donner l'ensemble de définition de la fonction f sous la forme d'une union d'intervalles.

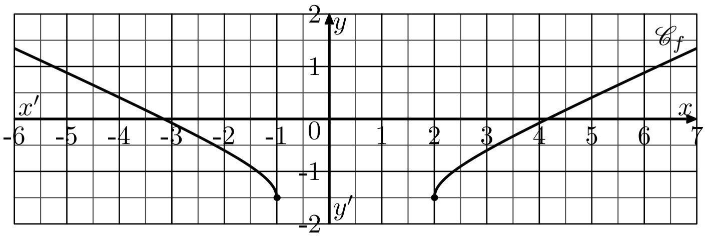
E.34 Soit f une fonction dont la représentation graphique est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous :



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. a. Déterminer l'image du nombre 0 par la fonction f.
   b. Déterminer l'ensemble des antécédents de -1 par la fonction f.

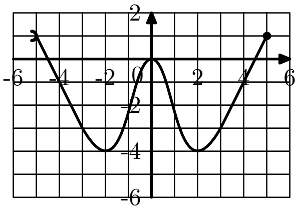
E.35 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par : $f(x) = 0{,}45\times\sqrt{x^2 - x - 2} - 1{,}5$

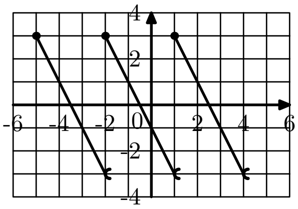
Dans le plan ci-dessous muni d'un repère, on donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :

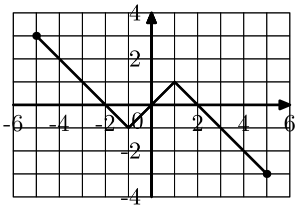


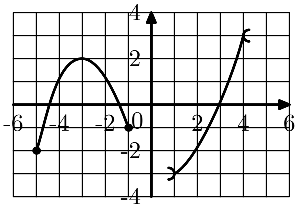
1. Graphiquement et sans justification, donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Sans s'aider de la représentation graphique, justifier que le nombre 1 n'admet pas d'image par la fonction f.

E.36 Ci-dessous, sont représentées trois courbes représentatives de fonctions. Déterminer graphiquement pour chacune d'elles son ensemble de définition :

a


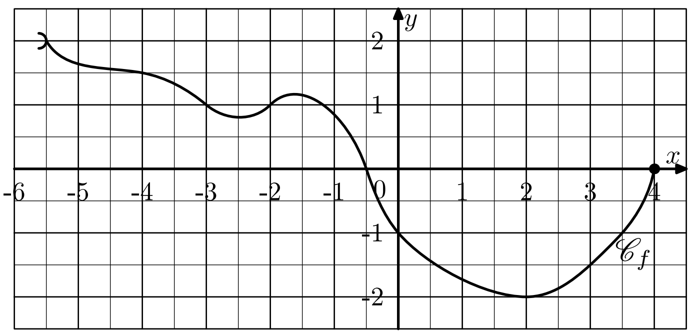
b


c


d


11. Résolutions d'équations

E.37 On considère la fonction f dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous :



Graphiquement et avec la précision donnée par le quadrillage, résoudre les équations suivantes :

a. $f(x) = -1$ b. $f(x) = 1$

12. Point d'intersections

E.38 Une entreprise fabrique chaque jour des pièces métalliques pour l'industrie automobile. La production quotidienne varie entre 0 et 25 pièces.

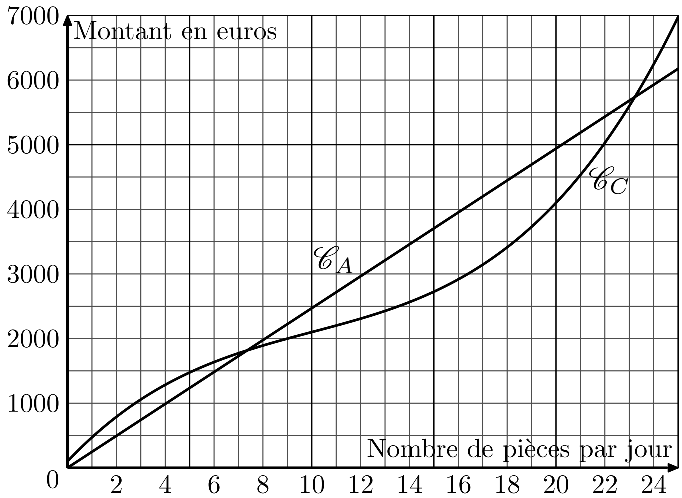
Le montant des charges correspondant à la fabrication de x pièces, exprimé en euros, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0\,;25]$ par :

$C(x) = x^3 - 30x^2 + 400x + 100$

On suppose que l'entreprise vend chaque jour sa production journalière. Chaque pièce est vendue au prix de 247 euros. Le chiffre d'affaires est modélisé par la fonction A définie sur l'intervalle $[0\,;25]$ par :

$A(x) = 247x$

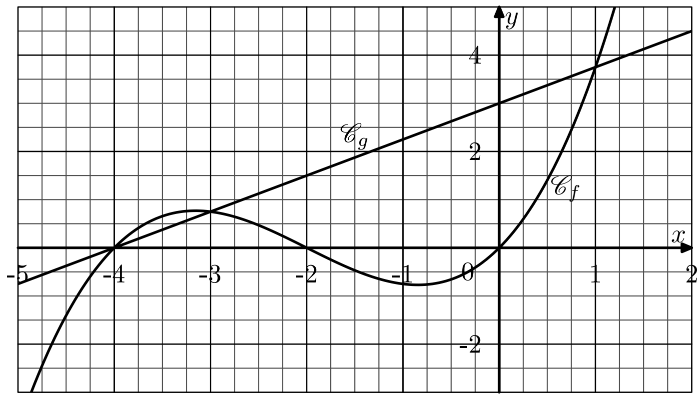
Dans le repère ci-dessous sont représentées les courbes $\mathscr{C}_C$ et $\mathscr{C}_A$ respectivement des fonctions C et A :



① Graphiquement, donner les valeurs approchées des solutions de l'équation $C(x)=A(x)$.

② Que représente, pour l'entreprise, les moments où l'expression $C(x)-A(x)$ est nulle?

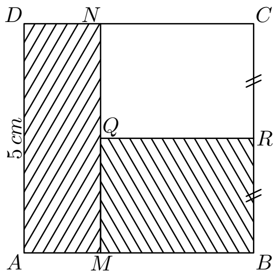
E.39 On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ dont leurs présentations, $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, sont données dans le repère orthogonal $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



Graphiquement, déterminer l'ensemble des solutions de l'équation : $f(x)=g(x)$

13. Problèmes

E.40 On considère la figure ci-contre où $ABCD$ est un carré, $AMND$ et $MQRB$ sont deux rectangles où M et N appartiennent respectivement aux segments $[AB]$ et $[CD]$, R est le milieu du segment $[BC]$ et $CD=5\,cm$. On note x la longueur du segment $[AM]$ en centimètre.



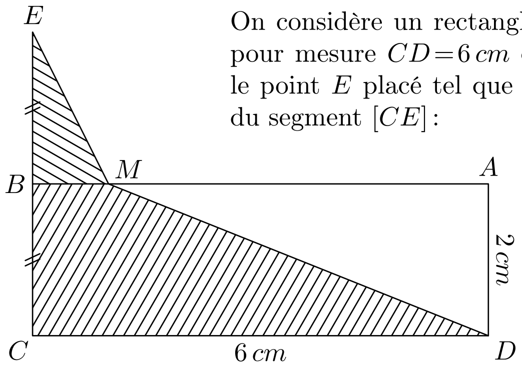
On note f la fonction qui associe à la longueur x l'aire de la partie hachurée.

① Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

② Donner l'image du nombre 2 par la fonction f.

③ Déterminer la valeur de x afin que l'aire de la partie hachurée soit égale à $16\,cm^2$.

E.41



On considère un rectangle $ABCD$ ayant pour mesure $CD=6\,cm$ et $AD=2\,cm$ et le point E placé tel que B soit le milieu du segment $[CE]$:

Soit M un point du segment $[AB]$. Le polygone $BCDME$ est constitué d'un triangle EBM et du trapèze $BCDM$. On note x la longueur du segment $[BM]$ en centimètres et f la fonction qui à la valeur x associe l'aire du polygone $BCDME$.

① Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

② ⓐ En fonction de x, donner l'expression de l'aire du triangle BEM.

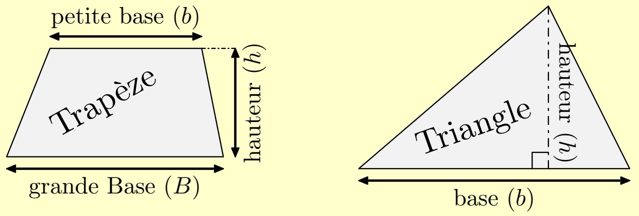
ⓑ En fonction de x, donner l'expression de l'aire du trapèze $BCDM$.

ⓒ Donner l'expression de la fonction f en fonction de x.

③ ⓐ Résoudre l'équation : $f(x) = 10$

ⓑ Donner une interprétation des résultats de la question précédente.

Rappel :

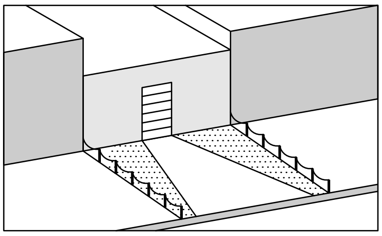


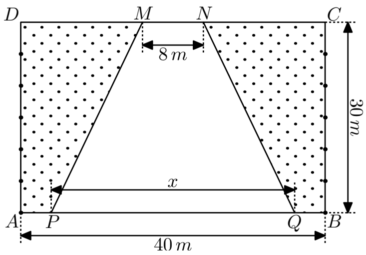
$\mathcal{A} = \dfrac{(B+b)\times h}{2}$ $\qquad$ $\mathcal{A} = \dfrac{b\times h}{2}$

E.42

Une entreprise souhaite installer un jardin de part et d'autre du chemin d'entrée de son entrepôt.

Le jardin est représenté en pointillé dans la représentation ci-contre.





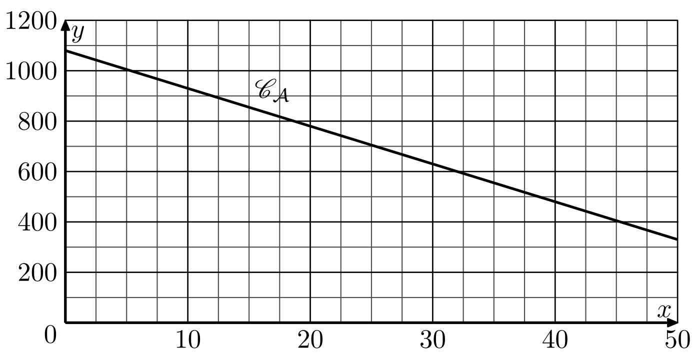
Le schéma ci-contre permet de connaître les dimensions de l'entrée au hangar. Le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

1. À quel intervalle appartiennent les valeurs de x ?

2. a. Exprimer l'aire $\mathcal{A}$ du gazon en fonction de x.

   b. Déterminer la largeur de l'entrée (PQ) afin que l'aire du gazon soit de $600\,m^2$.

3. Ci-dessous est donnée la représentation de la courbe de la fonction $\mathcal{A}$ donnant l'aire du gazon en fonction de x :



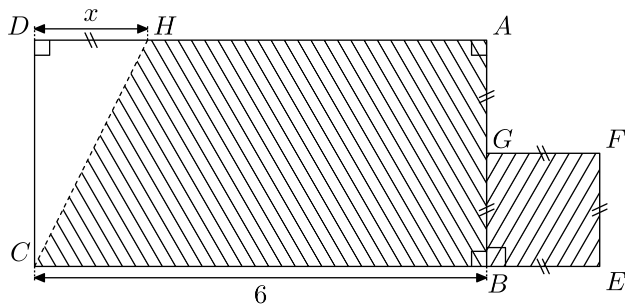
On répondra aux questions suivantes par lecture graphique. On laissera les traits de constructions utiles.

a. Quelle est l'aire du gazon lorsque l'entrée mesure $25\,m$?

b. Quelle est la largeur de l'entrée pour que l'aire du gazon mesure $500\,m^2$.

E.43 La figure ci-dessous, composée du rectangle $ABCD$ et du carré $BEFG$ tels que : $AD=6\,cm$; $AB=2x$; $BE=x$

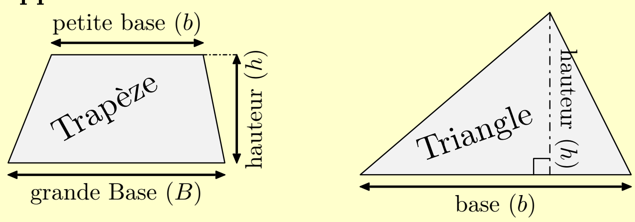
On place le point H sur le segment $[AD]$ tel que : $DH=x$.



On note f la fonction qui, à la longueur de x associe l'aire de la partie hachurée composée du trapèze $ABCH$ et du carré $BEFG$.

Déterminer l'antécédent du nombre 33 par la fonction f. Que représente la valeur obtenue?

Rappel :



$\mathcal{A} = \dfrac{(B+b)\times h}{2}$ $\qquad$ $\mathcal{A} = \dfrac{b\times h}{2}$

14. *Exercices non-classés*

E.44

1. On considère les trois fonctions f, g, h définies par :

$$f : x \longmapsto \frac{x^2-3x+2}{2x} \quad ; \quad g : x \longmapsto 2^x$$

$$h : x \longmapsto \sqrt{x+\sqrt{7x-3}} \quad ; \quad j : x \longmapsto \frac{(6x-3)^2}{-36x^2+36x-9}$$

Déterminer les images du nombre 4 respectivement par les fonctions f, g, h et j.

2. On considère les deux fonctions k, ℓ définies par :

$$k : x \longmapsto 4x-5 \quad ; \quad \ell : x \longmapsto 9x^2-6x$$

a. Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre $\dfrac{1}{2}$ par la fonction k.

b. Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre -1 par la fonction ℓ. *(on pensera à une factorisation).*

E.45

1. Ci-dessous sont présentées trois fonctions dont l'expression a été saisie sur une calculatrice :

   a. `Y1=√(1+√(3-X))÷√X+3`

   b. `Y2=(3X-2)÷(2√X+1)`

   c. `Y3=√(3+X)(2-X)`

   Réécrire sur votre copie ces trois fonctions avec la présentation habituelle des expressions mathématiques.

2. Pour chacune des fonctions ci-dessous, écrire les caractères à saisir dans une calculatrice pour les insérer :

   a. $f : x \mapsto \dfrac{1+\dfrac{3+x}{x}}{2-3x}$

   b. $f : x \mapsto \sqrt{(1-2x)\times\big(3x-1\big)}$

   c. $f : x \mapsto \dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}+1}$

E.46

1. On considère les fonctions f, g, h, j, k définies par les relations :

$$f(x) = 3{\cdot}x+1 \quad ; \quad g(x) = x^2-2{\cdot}x+3 \quad ; \quad h(x) = \sqrt{9-8{\cdot}x}$$

$$j(x) = \frac{6-3{\cdot}x}{-1+x^2} \quad ; \quad k(x) = \big(x^2-9\big)^2$$

   Pour trois de ces fonctions, le nombre -2 a eu respectivement pour image les nombres 4, 5, 11.

   Sans justification, associer à chacune de ces images la fonction correspondante.

2. On considère les trois fonctions suivantes :

$$\ell(x) = 2-3{\cdot}x \quad ; \quad m(x) = \frac{3-2{\cdot}x}{1+2x} \quad ; \quad n(x) = 12-x^2$$

   Déterminer les antécédents du nombre 3 par les fonctions ℓ, m et n.