

# Seconde/Identités remarquables

ChingEval : 4 exercices disponibles pour l'évaluation par QCM

## 1. Rappels :

(+1 exercice pour les enseignants)

### Exercice 1



Résoudre les équations suivantes :

a.  $\frac{2x-1}{3} = 5x+1$

b.  $(x+1)(2-x) = (2x-4)(5x-3)$

c.  $\frac{x-4}{3} = x-2$

### Exercice 2



En utilisant la méthode de votre choix, résoudre les équations suivantes :

a.  $3x^2 + x = 0$

b.  $(3x+1)^2 = 3x+1$

c.  $\frac{2x+1}{6} - \frac{1-x}{2} = x$

d.  $(2x+1)(3x+4) - (3x+1)(2x+4) = 0$

## 2. Introduction :

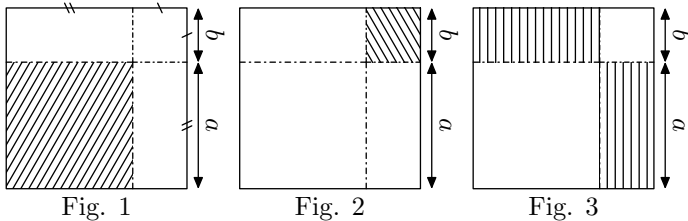
(+1 exercice pour les enseignants)

### Exercice 3



Dans cet exercice, on considère un carré de côté  $a+b$  où  $a$  et  $b$  sont deux nombres réels positifs ( $a, b \in ]0; +\infty[$ ).

1. Pour chacune des figures ci-dessous, donner l'aire du domaine hachuré :



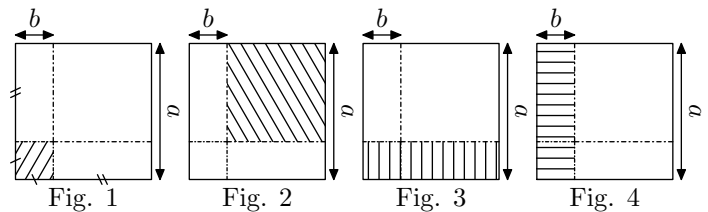
2. Parmi les expressions ci-dessous, donner les deux réponses permettant d'exprimer l'aire du carré :

- a.  $(a+b)^2$       b.  $a^2 + b^2$   
c.  $a^2 + 2ab + b^2$       d.  $a^2 - 2ab + b^2$

### Exercice 4



Soit  $a$  et  $b$  deux nombres réels strictement positif. On considère les quatre représentations d'un même carré de côté  $a$  ci-dessous :



1. a. Exprimer à l'aide des nombres  $a$  et  $b$  l'aire de chacune des parties hachurées.  
b. Quelle partie de cette figure admet pour aire l'expression :  $(a-b)^2 + 2ab - b^2$
2. Justifier l'identité :  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

## 3. Développement et identité remarquable :

### Exercice 5



1. Etablir chacune des identités ci-dessous :

a.  $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2$

b.  $(4x+3)^2 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2$

2. Etablir chacune des identités ci-dessous :

a.  $(2x-1)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2$

b.  $(3-6x)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times 6x + (6x)^2$

3. Etablir chacune des identités ci-dessous :

a.  $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2$

b.  $(4x+5)(4x-5) = (4x)^2 - 5^2$

## 4. Développer une identité remarquable :

(+2 exercices pour les enseignants)

**Exercice 6**

Compléter le tableau ci-dessous :

|            |     |     |       |       |       |                   |
|------------|-----|-----|-------|-------|-------|-------------------|
| $(a+b)^2$  | $a$ | $b$ | $a^2$ | $b^2$ | $2ab$ | $a^2 + 2ab + b^2$ |
| $(3x+2)^2$ |     |     |       |       |       |                   |
| $(4x+1)^2$ |     |     |       |       |       |                   |
| $(5x+1)^2$ |     |     |       |       |       |                   |

**Exercice 7**

Compléter le tableau ci-dessous :

|            |     |     |       |       |       |                   |
|------------|-----|-----|-------|-------|-------|-------------------|
| $(a-b)^2$  | $a$ | $b$ | $a^2$ | $2ab$ | $b^2$ | $a^2 - 2ab + b^2$ |
| $(x-5)^2$  |     |     |       |       |       |                   |
| $(2x-4)^2$ |     |     |       |       |       |                   |
| $(4x-3)^2$ |     |     |       |       |       |                   |

**Exercice 8**

Compléter le tableau ci-dessous :

|                |     |     |       |       |             |
|----------------|-----|-----|-------|-------|-------------|
| $(a+b)(a-b)$   | $a$ | $b$ | $a^2$ | $b^2$ | $a^2 - b^2$ |
| $(2x+5)(2x-5)$ |     |     |       |       |             |
| $(x+4)(x-4)$   |     |     |       |       |             |
| $(4x+3)(4x-3)$ |     |     |       |       |             |

**Exercice 9**

Développer les expressions suivantes :

a.  $(x+1)^2$

b.  $(2x+3)^2$

c.  $(x+6)^2$

d.  $(5x+1)^2$

e.  $(3x+3)^2$

e.  $(a+b)^2$

**Exercice 10**

Développer les expressions suivantes :

a.  $(x-2)^2$

b.  $(x-3)^2$

c.  $(3x-1)^2$

d.  $(5x-1)^2$

e.  $(3x-2)^2$

f.  $(a-b)^2$

**Exercice 11**

Compléter les pointillés ci-dessous afin d'obtenir ..

a.  $(2x+4)^2 = 4x^2 + 16x + \dots$

b.  $(3x+1)^2 = \dots + 6x + 1$

c.  $(x-2)^2 = \dots - 4x + 4$

d.  $(4+5x)^2 = 16 + 40x + \dots$

e.  $(x-3)^2 = x^2 - 6x + \dots$

**5. Développer :***(+2 exercices pour les enseignants)***Exercice 12**

Développer les expressions suivante :

a.  $2(3x-1)(2-x)$

b.  $(2x+3)^2$

c.  $(3x-2)(3x+2)$

d.  $(5x-6)^2$

**Exercice 13**

Ci-dessous est rappelé le développement des identités remarquables :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Utiliser ces identités remarquables pour déterminer par un calcul mental la valeur des calculs ci-dessous :

a.  $21^2$

b.  $29^2$

c.  $21 \times 19$

d.  $34 \times 26$

**6. Factoriser une identité remarquable :***(+4 exercices pour les enseignants)***Exercice 14**

On considère les expressions littérales suivantes :

a.  $81x^2 + 80x + 25$

b.  $4x^2 - 12x + 9$

c.  $16x^2 - 32x - 16$

d.  $36 - 4x^2$

1. Les identités remarquables permettent d'écrire les factorisations suivantes :

●  $a^2 + 2 \cdot ab + b^2 = (a+b)^2$

●  $a^2 - 2 \cdot ab + b^2 = (a-b)^2$

●  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

En identifiant, si possible, chacune des expressions proposées à l'une des identités remarquables, compléter le tableau ci-dessous :

|    |     |     |              |
|----|-----|-----|--------------|
|    | $a$ | $b$ | $2 \cdot ab$ |
| a. |     |     |              |
| b. |     |     |              |
| c. |     |     |              |
| d. |     |     |              |

2. Parmi les expressions proposées, lesquelles peuvent être factorisées? On donnera alors leur forme factorisée.

**Exercice 15**   

On considère les expressions littérales suivantes :

- a.  $25x^2 + 20x + 4$    b.  $9x^2 + 18x + 9$   
 c.  $4x^2 - 12x + 9$    d.  $25x^2 - 16$

1. Les identités remarquables permettent d'écrire les factorisations suivantes :

- $a^2 + 2 \cdot ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2 \cdot ab + b^2 = (a - b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

En identifiant, si possible, chacune des expressions proposées à l'une des identités remarquables, compléter le tableau ci-dessous :

|    | a | b | $2 \cdot ab$ |
|----|---|---|--------------|
| a. |   |   |              |
| b. |   |   |              |
| c. |   |   |              |
| d. |   |   |              |

2. Parmi les expressions proposées, lesquelles sont factorisées? On donnera alors leur forme factorisée.

**Exercice 16**   

1. Parmi les trois expressions ci-dessous une seule a été obtenu par le développement d'une identité remarquable? Laquelle? Préciser l'expression de départ :

- a.  $4x^2 + 6x + 9$    b.  $4x^2 + 24x + 9$    c.  $4x^2 + 12x + 9$

2. Même question avec les expressions :

- a.  $x^2 - 64x + 64$    b.  $x^2 - 16x + 64$    c.  $x^2 - 8x + 64$

3. Même question avec les expressions :

- a.  $9x^2 + 15x + 25$    b.  $9x^2 + 30x + 25$    c.  $9x^2 + 6x + 25$

**Exercice 17**   

Factoriser chacune des expressions littérales suivantes :

- a.  $x^2 - 16$    b.  $x^2 - 10x + 25$   
 c.  $x^2 - 2x + 1$    d.  $x^2 + 14x + 49$

**Exercice 18**   

Factoriser chacune des expressions suivantes :

- a.  $9x^2 - 12x + 4$    b.  $x^2 + 2x + 1$

**Exercice 19**   

Factoriser, **si possible**, les expressions littérales suivantes :

- a.  $25x^2 - 50x + 25$    b.  $4x^2 + 1$   
 c.  $100x^2 + 140x + 49$    d.  $4x^2 + 24x + 9$

**Exercice 20**   

Factoriser les expressions littérales suivantes :

- a.  $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$    b.  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}$   
 c.  $\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{15}x + \frac{1}{25}$    d.  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$

**Exercice 21**   

Factoriser les expressions suivantes :

- a.  $-x^2 - 4x - 4$    b.  $-x^2 + 6x - 9$   
 c.  $-9x^2 + 12x - 4$    d.  $-25x^2 + 20x - 4$

**7. Factorisation: un peu plus loin :**

(+3 exercices pour les enseignants)

**Exercice 22**   

Factoriser les expressions suivantes. Aucune justification particulière n'est demandée :

- b.  $(x + 2)^2 - 9$    b.  $25x^2 - 9 - (5x + 3)(5 - x)$

**Exercice 23**   

Factoriser les expressions suivantes :

- a.  $(2x - 8)(7x + 1) - 16 + x^2$   
 b.  $18x^2 - 24x + 8 + (3x - 2)(2 - x)$

**Exercice 24**   

Etablir la factorisation suivante :

$$3(2x + 1) + (x - 1)^2 = (x + 2)^2$$

**8. Equation (facteur commun et identité remarquable) :**

(+2 exercices pour les enseignants)

**Exercice 25**   

On considère l'expression algébrique :  $B = (5x - 7)^2 - 3^2$

1. Déterminer la forme factorisée de l'expression B.
2. Trouver une valeur de x pour laquelle  $B = 0$ .

**Exercice 26**   

Résoudre les équations ci-dessous. Pour cela, utiliser une factorisation pour obtenir une équation produit nulle.

a.  $4x^2 + 12x + 9 = 0$       b.  $x^2 - 10x + 25 = 0$

c.  $4x^2 - 9 = 0$                 d.  $5x^2 + 3x = 0$

**Exercice 27** 📏 🍷 🎒

Résoudre les équations suivantes :

a.  $9x^2 - 12x + 4 = 0$       b.  $x^2 + 5x - 5 = 3x - 6$

**Exercice 28** 📏 🍷 🎒

**9. Expression rationnelle :**

(+1 exercice pour les enseignants)

**Exercice 30** 📏 🍷 🎒

Etablir l'identité suivante:  $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x+2}{2x+3} = \frac{(x+2)^2}{(x+1)(2x+3)}$

**Exercice 31** 📏 🍷 🎒

**10. Problèmes :**

(+3 exercices pour les enseignants)

**Exercice 32** 📏 🍷 🎒 ⚠️

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Anatole affirme :

“Pour tout nombre entier naturel  $n$ , l'expression  $n^2 - 24n + 144$  est toujours différente de zéro.”

A-t-il raison?

**Exercice 33** 📏 🍷 🎒 ⚠️

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Anatole affirme :

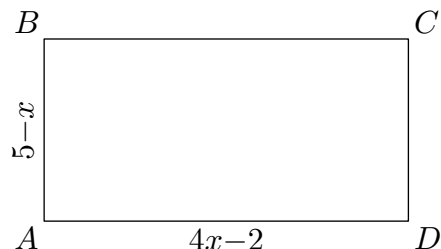
“Pour tout nombre entier naturel  $n$ , l'expression  $n^2 - 24n + 144$  est toujours différente de zéro.”

A-t-il raison?

**Exercice 34** 📏 🍷 🎒

On considère le rectangle  $ABCD$  représenté ci-contre dont les dimensions, dépendant d'une valeur indéterminée  $x$ , sont  $5-x$  et  $4x-2$  exprimées en centimètre.

Déterminer les valeurs possibles de  $x$  afin que l'aire de  $ABCD$ , exprimé en  $cm^2$ , soit égale au périmètre de  $ABDC$ , exprimé en  $cm$ .



Résoudre les équations :

a.  $(x+1)(2x-3) = 4x^2 - 9$

b.  $(2x-3)(5x+4) = (2x-3)(3-2x)$

**Exercice 29** 📏 🍷 🎒

Résoudre les équations suivantes :

a.  $(x+1)^2 - (2x-3)^2 = 0$       b.  $(x+1)(2x-3) = x^2 - 1$

1. Déterminer les valeurs des réels  $a$  et  $b$  réalisant l'identité :

$$\frac{2x+3}{x} - \frac{2x+3}{3x+3} = \frac{(ax+b)^2}{x(3x+3)}$$

2. Déterminer les valeurs des réels  $c$  et  $d$  réalisant l'identité :

$$\frac{5x+2}{2x+1} - \frac{3x-2}{3x+1} = \frac{(cx+d)^2}{(2x+1)(3x+1)}$$

**Exercice 35** 📏 🍷 🎒

On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  définies par :  $f(x) = x^2$  ;  $g(x) = 2x - 1$

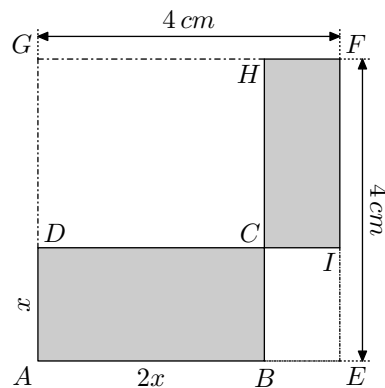
1. A l'aide de votre calculatrice, donner les abscisses des points d'intersections des deux courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  représentatives des fonctions  $f$  et  $g$ .

2. a. Retrouver le résultat de la question précédente en résolvant l'équation :  $x^2 = 2x - 1$

b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ .

**Exercice 36** 📏 🍷 🎒

On considère la figure ci-dessous grisée et on note son aire  $A$  :



(les mesures sont exprimées en centimètre)

Elle est composée :

- du carré  $AEFB$ ,
- de deux rectangles  $ABCD$  et  $CIFH$ .

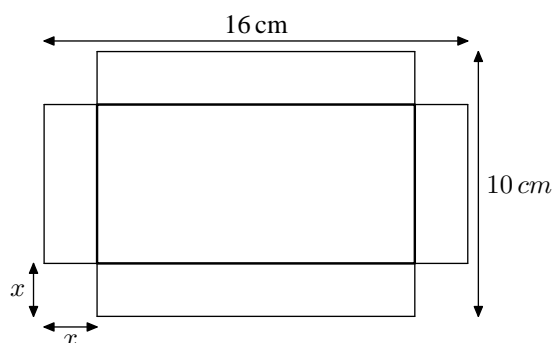
Déterminer la ou les valeurs de  $x$  afin que l'aire  $\mathcal{A}$  ait pour valeur  $7 \text{ cm}^2$

Toute trace de recherche ou de prise d'initiative sera prise en compte dans l'évaluation.

### Exercice 37



On veut réaliser, dans le patron ci-dessous une boîte rectangulaire sans couvercle. Les longueurs sont exprimées en  $\text{cm}$ .



## 11. Etude de fonctions et identités remarquables :

(+2 exercices pour les enseignants)

### Exercice 38

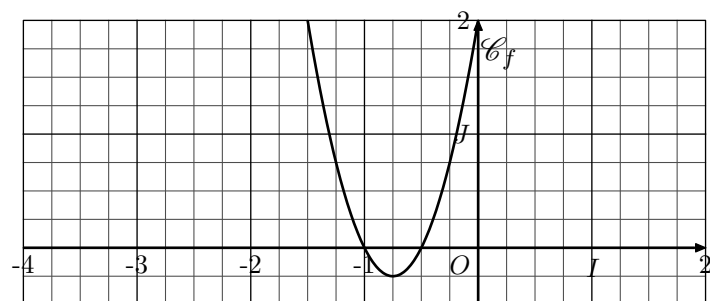


On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  définies par :

$$f(x) = -2x - 2 \quad ; \quad g(x) = 4x^2 + 6x + 2$$

Dans le plan muni d'un repère  $(O; I; J)$  orthonormal, on note respectivement  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$ .

La courbe  $\mathcal{C}_g$  est donnée ci-dessous :



1. Résoudre l'équation :  $f(x) = g(x)$

2. Donner, s'ils existent, les coordonnées des points d'intersection des courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ .

### Exercice 39

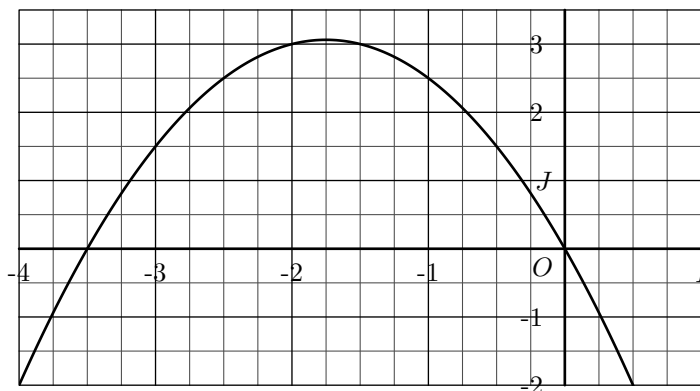


On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  dont l'image d'un nombre  $x$  est donnée par la relation :

$$f(x) = -\frac{1}{2}(4x + 7)(x + 2) + x^2 + 4x + 7$$

Dans le repère  $(O; I; J)$  orthogonal ci-dessous sont représentés la courbe  $\mathcal{C}_f$  de la fonction  $f$  :

1.
  - a. Lorsque la boîte sera construite, le nombre  $x$  représentera quelle dimension? La longueur, la largeur ou la hauteur?
  - b. Quelles valeurs peut prendre la variable  $x$  dans ce problème?
  - c. Donner l'expression du volume  $\mathcal{V}$  en fonction de la valeur de  $x$ .
2. Dans cette question, nous cherchons pour quelles valeurs de " $x$ ", cette boîte possède un volume égal à  $144 \text{ cm}^3$  :
  - a. Déterminer la valeur des réels de  $a$  et de  $b$  vérifiant la factorisation suivante :
 
$$4x^3 - 52x^2 + 160x - 144 = (a \cdot x + b)(2x - 4)^2$$
  - b. En déduire les valeurs de  $x$  pour lesquelles  $\mathcal{V}(x)$  a pour valeur 144.



1. Répondre graphiquement aux questions suivantes :
  - a. Déterminer l'image du nombre  $-3$  par la fonction  $f$ . Justifier votre réponse.
  - b. Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 0 par la fonction  $f$ . Justifier votre réponse.
2.
  - a. Développer l'expression :
 
$$-\frac{1}{2}(4x + 7)(x + 2) + x^2 + 4x + 7$$
  - b. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :  $f(x) = 0$ .
3.
  - a. Factoriser l'expression  $x^2 + 4x + 4$ .
  - b. En déduire la factorisation de l'expression :
 
$$\left(-2x - \frac{7}{2}\right)(x + 2) + x^2 + 4x + 4$$
  - c. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :  $f(x) = 3$

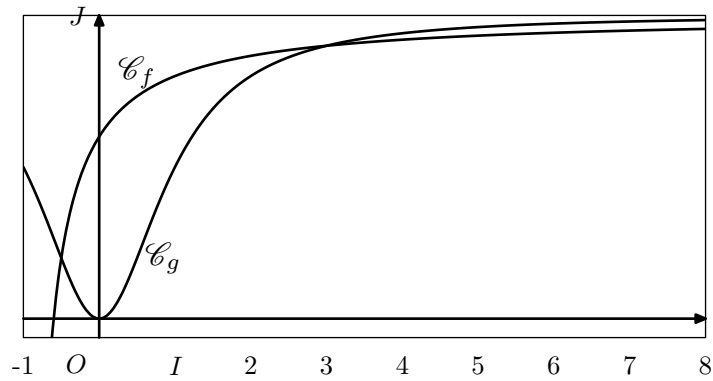
### Exercice 40



On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $] -1; +\infty[$  dont les images d'un nombre  $x$  sont définies par les relations :

$$f(x) = \frac{5x + 3}{5x + 5} \quad ; \quad g(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$$

Dans le repère  $(O; I; J)$ , sont tracés les courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  représentatives des fonctions  $f$  et  $g$ :



1. Etablir l'égalité suivante:

$$g(x) - f(x) = \frac{2x^2 - 5x - 3}{(x^2 + 1)(5x + 5)}$$

2. a. Justifier que 3 est une solution de l'équation:  
 $f(x) = g(x)$ .

b. Déterminer les valeurs des réels  $a$  et  $b$  vérifiant l'égalité suivante:

$$2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(a \cdot x + b)$$

3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation:

$$f(x) = g(x)$$

## 12. Identités remarquable et racine carrées :

(+3 exercices pour les enseignants)

### Exercice 41



Développer les calculs ci-dessous et donner leurs résultats sous la forme  $a + b\sqrt{c}$ , où  $a, b, c$  sont des entiers avec  $c$  le plus petit possible:

a.  $(3 - \sqrt{2})^2$       b.  $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

### Exercice 42



On considère l'expression:  $E = (\sqrt{7}+1)^2 + (\sqrt{7}-1)^2$

1. Après avoir développé les carrés, montrer que  $E$  est un nombre entier.

2. En déduire la nature d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement, en centimètres,  $\sqrt{7}+1$ ,  $\sqrt{7}-1$

et 4; justifier votre réponse.

### Exercice 43



Soit  $a$  et  $b$  deux nombres tels que  $a \geq 0$  et  $b \geq 0$ :

1. Développer:  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$

2. Quel est le signe de:  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$

3. En déduire:  $a+b \geq 2\sqrt{a \times b}$

### Exercice 44



1. a. Etablir l'égalité suivante:  $(1-2\sqrt{2})^2 = 9-4\sqrt{2}$

b. En déduire une expression simplifiée de  $\sqrt{9-4\sqrt{2}}$

2. Démontrer l'égalité suivante:  $\sqrt{37+12\sqrt{7}} = 3+2\sqrt{7}$

## 13. Systèmes d'équations non-linéaires et identités remarquables :

(+2 exercices pour les enseignants)

### Exercice 45



1. Résoudre le système:  $\begin{cases} x + y = 2 \\ x \times y = 1 \end{cases}$

2. Résoudre le système:  $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x \times y = 2 \end{cases}$

3. Résoudre le système:  $\begin{cases} x + 3y = -6 \\ x \times y = 3 \end{cases}$

## 14. Partage :

(+2 exercices pour les enseignants)

### Exercice 46



Factoriser chacune des expressions suivantes:

a.  $49x^2 - 42x + 9$       b.  $16x^2 - 1$

c.  $(5x + 2)(3 - 2x) - (5x + 2)(x + 1)$

d.  $(9x - 4)^2 - (9x - 4)$

## 15. Exercices non-classés :

**Exercice 47**

Dans cette exercice, nous établissons l'identité de Brahmagupta

Pour tous nombres réels  $a, b, c, d$ , établir l'identité ci-dessous :

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$$

**Exercice 48**

Développer et réduire les expressions suivantes :

**a.**  $(x + 1)^2$

**b.**  $(2 - \sqrt{2}x)(2 + \sqrt{2}x)$

Factoriser les expressions suivantes :

**c.**  $9x^2 - 12x + 4$

**d.**  $2x^2 - 1$

Résoudre l'équation suivante :

**e.**  $(x - 1)(2x + 5) = 0$