

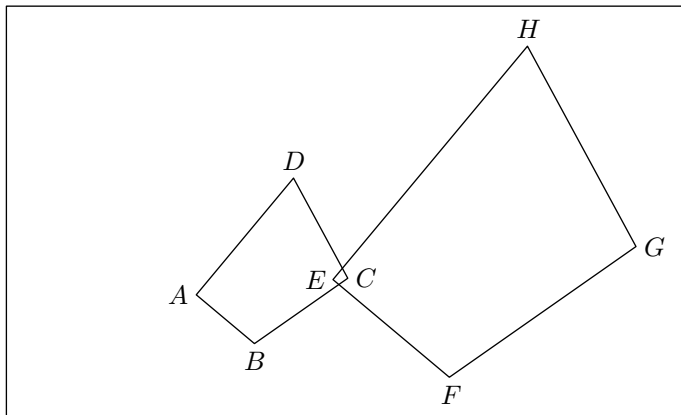
# Hors programme lycée/Transformations

## 1. Isométrie :

### Exercice 1



La figure ci-dessous représente deux quadrilatères  $ABCD$  et  $EFGH$  :



1. Effectuer les mesures nécessaires pour compléter le tableau ci-dessous :

	$AB$	$BC$	$CD$	$DA$
Mesure (en cm)				

	$EF$	$FG$	$GH$	$HE$
Mesure (en cm)				

2. a. Tracer les droites  $(AE)$ ,  $(BF)$ ,  $(CG)$  et  $(DH)$ .  
Que remarquez-vous?  
b. Nommer  $O$  le point d'intersection de ces droites.  
c. Compléter les tableaux ci-dessous :

	$OA$	$OB$	$OC$	$OD$
Mesure (en cm)				

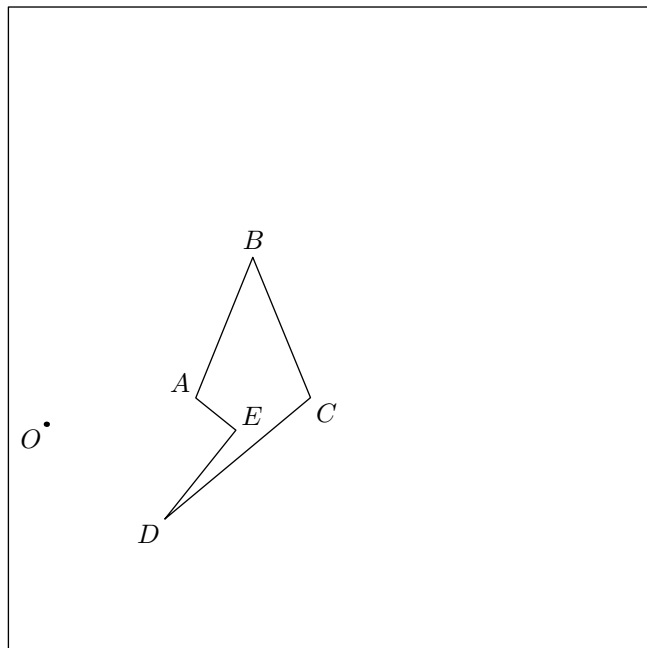
	$OE$	$OF$	$OG$	$OH$
Mesure (en cm)				

- d. Que remarquez-vous?

### Exercice 2



On considère le polygone  $ABCDE$  ci-dessous et  $O$  un point du plan.



1. a. Placer le point  $A'$  sur la demi-droite  $[OA)$  tel que :  
 $OA' = 2 \cdot OA$   
b. Placer le point  $B'$  sur la demi-droite  $[OB)$  tel que :  
 $OB' = 2 \cdot OB$   
c. Faire de même avec les points  $C, D$  et  $E$ .  
d. Tracer le polygone  $A'B'C'D'E'$

2. a. Effectuer les mesures suivantes :

	$AB$	$BC$	$CD$	$DE$	$EA$
Mesure (en cm)					

	$A'B'$	$B'C'$	$C'D'$	$D'E'$	$E'A'$
Mesure (en cm)					

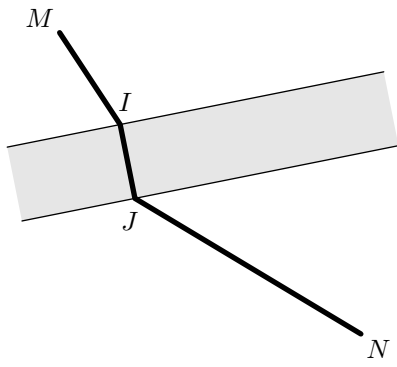
- b. Que pouvez-vous dire de ces deux polygones?  
3. a. Quelle conjecture pouvez-vous faire sur les droites  $(AB)$  et  $(A'B')$ ?  
b. Quel théorème permet de confirmer votre conjecture?

### Exercice 3



On doit construire une route passant de la ville  $M$  à la ville  $N$ .

Cette route doit passer au dessus d'une rivière: le pont sera perpendiculaire au lit de la rivière.



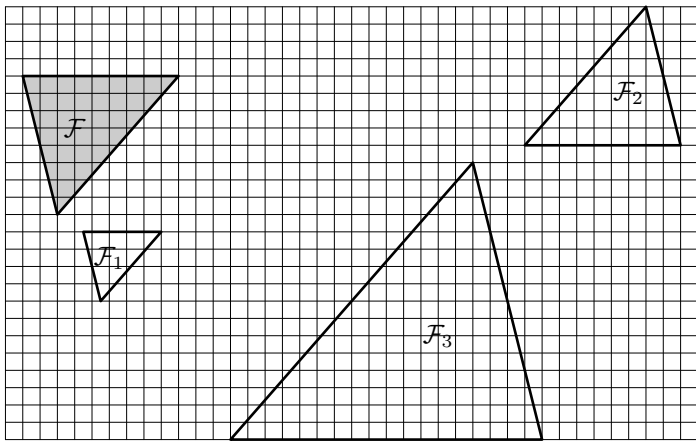
Placer le pont (plus précisément les points  $I$  et  $J$ ) afin que la longueur de la route soit minimale.

Indication : penser à l'inégalité triangulaire.

#### Exercice 4



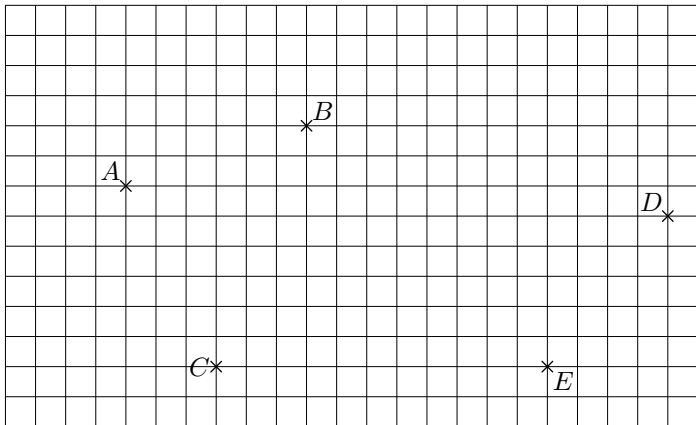
La figure  $\mathcal{F}$  a subi trois homothéties distinctes ; pour chacune d'entre elles, déterminer son centre et son rapport de l'homothétie :



#### Exercice 5



On considère les cinq points du plan représentés ci-dessous :



- Déterminer le centre et le rapport de l'homothétie transformant  $A$  en  $C$  et  $B$  en  $D$ .
- Déterminer le centre de l'homothétie de rapport  $\frac{3}{2}$  transformant le point  $B$  en le point  $A$ .
- Justifier qu'il n'existe pas d'homothéties transformant  $B$  en  $C$  et  $D$  en  $E$ .

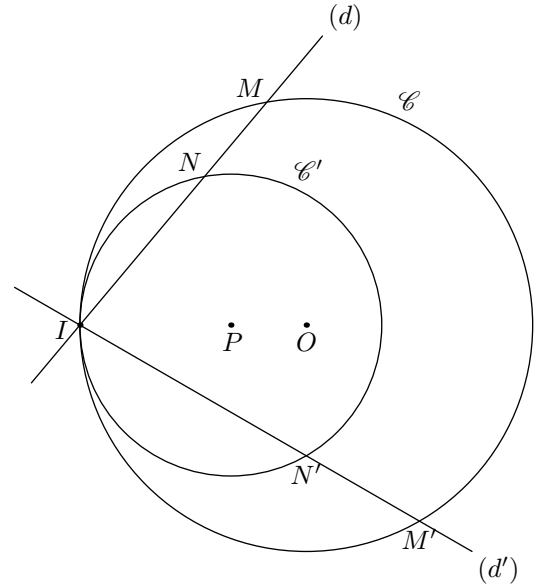
#### Exercice 6



On considère deux points du plan  $O$  et  $P$  séparés de  $1\text{ cm}$  ; le cercle  $\mathcal{C}$  a pour centre le point  $O$  et un rayon de  $3\text{ cm}$  ; le cercle  $\mathcal{C}'$  a pour centre  $P$  et son rayon est de  $2\text{ cm}$ . Soit  $I$  le point d'intersection de la droite  $(OP)$  avec le cercle

$\mathcal{C}$ .

La droite  $(d)$  passant par  $I$  intercepte les cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  respectivement en  $M$  et en  $N$ . La droite  $(d')$  passant par  $I$  est sécante au cercle  $\mathcal{C}$  en  $M'$  et coupe également le cercle  $\mathcal{C}'$  en  $N'$ .



- Montrer que le point  $I$  appartient également au cercle  $\mathcal{C}'$ .  
Que pouvez-vous de la position relative des deux cercles  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$ .
- Déterminer le centre et le rapport de l'homothétie transformant le cercle  $\mathcal{C}$  en le cercle  $\mathcal{C}'$ .
- En déduire que les droites  $(NN')$  et  $(MM')$  sont parallèles.

#### Exercice 7



Soit  $A$  et  $B$  deux points du plan et  $M$  un point du plan n'appartenant pas à  $(AB)$ .

Placer le point  $C$  tel que  $H$  soit l'orthocentre du triangle  $ABC$ .

#### Exercice 8



Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de centre  $O$  et  $A$  un point du cercle.

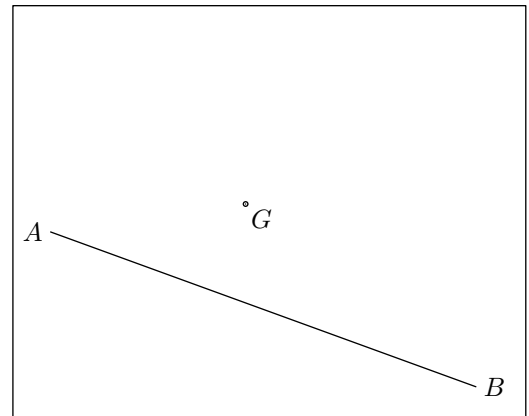
On considère le point  $M$  parcourant le cercle  $\mathcal{C}$  et  $I$  le milieu du segment  $[OM]$

Que décrit le point  $I$  lorsque le point  $M$  décrit le cercle  $\mathcal{C}$ ?

#### Exercice 9



Construire, dans la figure ci-dessous, le point  $C$  tel que  $ABC$  ait pour centre du cercle inscrit (le point d'intersection des bissectrices) le point  $G$ .

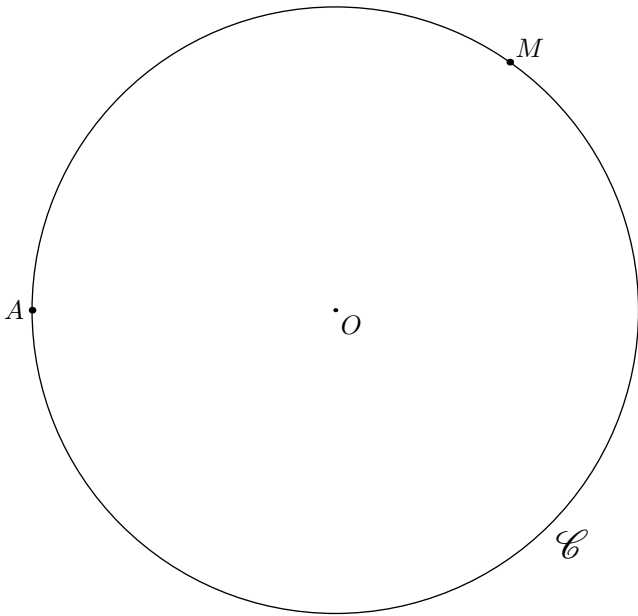


**Exercice 10**



On considère un cercle  $\mathcal{C}$ , un point  $A \in \mathcal{C}$  et un point  $M$  qui décrit le cercle: c'est à dire que la position de  $M$  est variable et il parcourera le cercle  $\mathcal{C}$ .

On considère le point  $I$  milieu de  $[AM]$ .



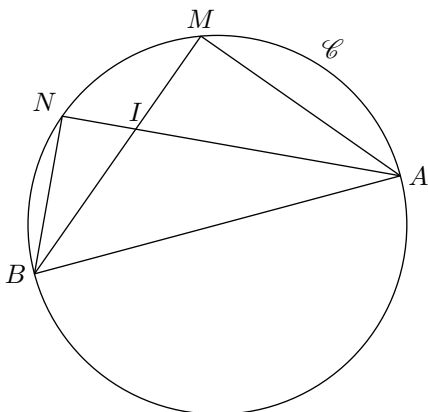
1. Placer le point  $I$  sur la figure ci-dessus.
2.
  - a. Placer le point  $M$  diamétralement opposé au point  $A$ . Où se trouve alors le point  $I$ .
  - b. Si le point  $M$  se trouve en  $A$ , où se trouve le point  $I$ .
  - c. Placer le point  $M$  à quatre autres endroits possibles et construire à chaque fois le point  $I$  associé
3. Lorsque le point  $M$  décrit l'intégralité du cercle  $\mathcal{C}$  quel ensemble décrit le point  $I$ .

**Exercice 11**



On considère un cercle  $\mathcal{C}$  de diamètre  $[AB]$ . Soit  $M$  et  $N$  deux points de  $\mathcal{C}$  distinct de  $A$  et  $B$ .

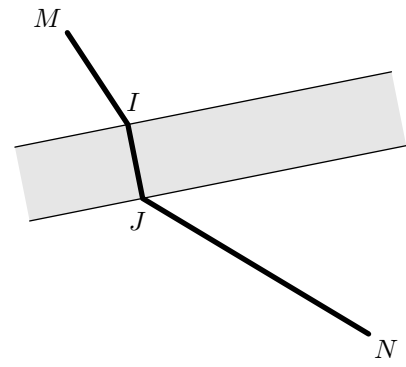
1. Placer sur la figure ci-dessus le point  $J$  intersection des droites  $(NB)$  et  $(MA)$ .
2. Montrer que la droite  $(IJ)$  est perpendiculaire à  $(BA)$ .



**Exercice 12**



On doit construire une route passant de la ville  $M$  à la ville  $N$ . Cette route doit passer au dessus d'une rivière: le pont sera perpendiculaire au lit de la rivière.



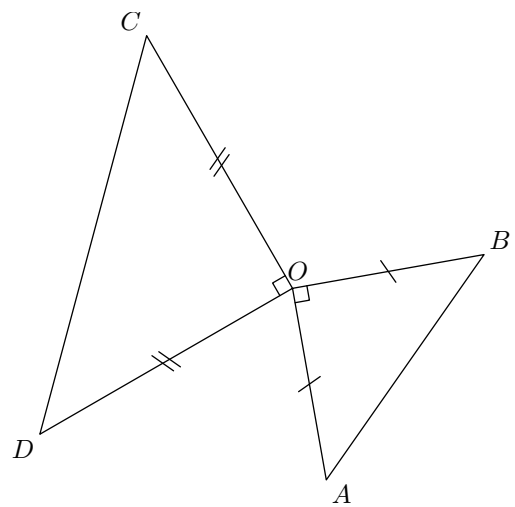
Placer le pont (*plus précisément les points  $I$  et  $J$* ) afin que la longueur de la route soit minimale.

*Indication: on pensera à l'inégalité triangulaire.*

**Exercice 13**



On considère les deux triangles  $OCD$  et  $OAB$  rectangles isocèles en  $O$

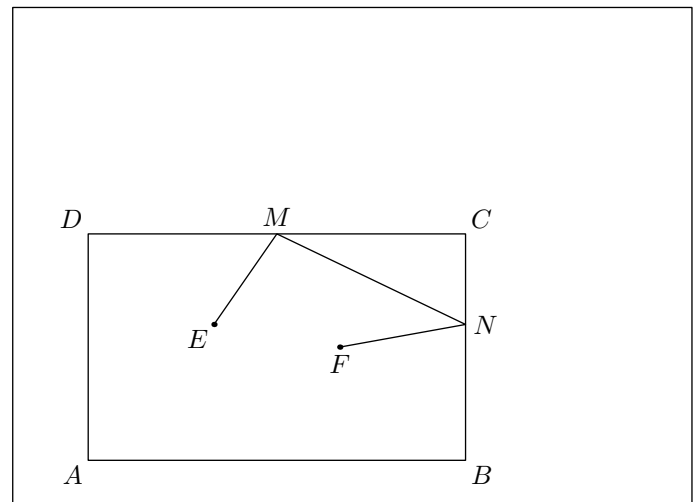


A l'aide d'une rotation, dont on indiquera ses caractéristiques, montrer que les segments  $[CA]$  et  $[DB]$  ont même longueur.

**Exercice 14**



On considère un rectangle  $ABCD$ ,  $M$  un point de  $[DC]$  et  $N$  un point de  $[BC]$ .



Déterminer, sur la figure ci-dessus, le positionnement des points  $M$  et  $N$  de sorte que le chemin passant par les points  $E, M, N$  et  $F$  soient le plus courts possible.

*(aucune justification n'est demandée).*

## 2. Composée d'isométrie :

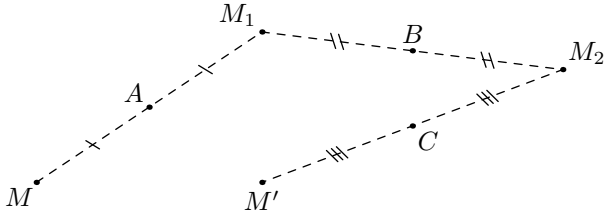
### Exercice 15



Soit  $A, B, C$  trois points distincts deux à deux du plan et  $M$  un point quelconque du plan.

La figure ci-contre représente l'image  $M'$  de  $M$  par la transformation  $S_C \circ S_B \circ S_A$  où :

$$S_A(M) = M_1 \quad ; \quad S_B(M_1) = M_2 \quad ; \quad S_C(M_2) = M'$$



Déterminer, s'ils existent, les invariants de la transformation  $S_C \circ S_B \circ S_A$ .

### Exercice 16



On considère dans le plan un carré  $ABCD$ . On note  $I$  le milieu de  $[AB]$ .

1. Simplifier l'écriture de la transformation suivante :

$$t_{AB} \rightarrow \circ t_{CA} \rightarrow \circ t_{AC} \rightarrow \circ t_{BC} \rightarrow$$

2. Etablir la relation suivante :

$$t_{BC} \rightarrow \circ S_I \circ S_B = t_{BD} \rightarrow$$

3. Déterminer le point  $M$  vérifiant la relation suivante :

$$S_I \circ S_B = S_M \circ S_C$$