SOMMAIRE

MINISTÈRE DE LA JEUNESSE,
DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA RECHERCHE

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE

ENSEIGNER AU COLLÈGE

MATHÉMATIQUES

Programmes

et

Accompagnement

Réimpression mars 2004
(Édition précédente réédition novembre 2003)

CENTRE NATIONAL DE DOCUMENTATION PÉDAGOGIQUE

ISBN 2-240-01406-7

Organisation de la formation au collège

Décret n° 96.465 du 29 mai 1996 – (*BO* n° 25 du 20 juin 1996)

Article 1er – Le collège accueille tous les élèves ayant suivi leur scolarité élémentaire. Il leur assure, dans le cadre de la scolarité obligatoire, la formation qui sert de base à l'enseignement secondaire et les prépare ainsi aux voies de formation ultérieures.

Article 2 – Le collège dispense à tous les élèves, sans distinction, une formation générale qui doit leur permettre d'acquérir les savoirs et savoir-faire fondamentaux constitutifs d'une culture commune. Il contribue également, par l'implication de toute la communauté éducative, à développer la personnalité de chaque élève, à favoriser sa socialisation et sa compréhension du monde contemporain.

S'appuyant sur une éducation à la responsabilité, cette formation doit permettre à tous les élèves d'acquérir les repères nécessaires à l'exercice de leur citoyenneté et aux choix d'orientation préalables à leur insertion culturelle, sociale et professionnelle future.

Article 3 – L'enseignement est organisé en quatre niveaux d'une durée d'un an chacun, répartis en trois cycles pédagogiques :
– le cycle d'adaptation a pour objectif d'affermir les acquis fondamentaux de l'école élémentaire et d'initier les élèves aux disciplines et méthodes propres à l'enseignement secondaire. Il est constitué par le niveau de sixième ;
– le cycle central permet aux élèves d'approfondir et d'élargir leurs savoirs et savoir-faire ; des parcours pédagogiques diversifiés peuvent y être organisés ; il correspond aux niveaux de cinquième et de quatrième ;
– le cycle d'orientation complète les acquisitions des élèves et les met en mesure d'accéder aux formations générales, technologiques ou professionnelles qui font suite au collège. Il correspond au niveau de troisième.

Des enseignements optionnels sont proposés aux élèves au cours des deux derniers cycles.

Les conditions de passage des élèves d'un cycle à l'autre sont définies par le décret du 14 juin 1990 susvisé.

Article 4 – Dans le cadre des objectifs généraux de la scolarité au collège définis par les articles 2 et 3, le ministre chargé de l'éducation nationale fixe les horaires et les programmes d'enseignement.

Les modalités de mise en œuvre des programmes d'enseignement et des orientations nationales et académiques sont définies par les établissements, dans le cadre de leur projet, conformément aux dispositions de l'article 2-1 du décret du 30 août 1985 susvisé.

Article 5 – Le collège offre des réponses appropriées à la diversité des élèves, à leurs besoins et leurs intérêts.

Ces réponses, qui ne sauraient se traduire par une organisation scolaire en filières, peuvent prendre la forme d'actions diversifiées relevant de l'autonomie des établissements.

Elles peuvent également prendre d'autres formes, dans un cadre défini par le ministre chargé de l'éducation nationale, notamment :
– un encadrement pédagogique complémentaire de l'enseignement ;
– des dispositifs spécifiques comportant, le cas échéant, des aménagements d'horaires et de programmes ; ces dispositifs sont proposés à l'élève avec l'accord de ses parents ou de son responsable légal ;
– des enseignements adaptés organisés, dans le cadre de sections d'enseignement général et professionnel adapté, pour la formation des jeunes orientés par les commissions de l'éducation spéciale prévues par la loi du 30 juin 1975 susvisée ;
– une formation s'inscrivant dans un projet d'intégration individuel établi à l'intention d'élèves handicapés au sens de l'article 4 de la loi du 30 juin 1975 susvisée ;
– des formations, partiellement ou totalement aménagées, organisées le cas échéant dans des structures particulières, pour répondre par exemple à des objectifs d'ordre linguistique, artistique, technologique, sportif ou à des besoins particuliers notamment d'ordre médical ou médico-social. Les modalités d'organisation en sont définies par le ministre chargé de l'éducation nationale, le cas échéant conjointement avec les ministres concernés. Des structures particulières d'éducation peuvent également être ouvertes dans des établissements sociaux, médicaux ou médico-éducatifs, dans des conditions fixées par arrêté conjoint du ministre chargé de l'éducation nationale et du ministre chargé de la santé.

Par ailleurs, peuvent être proposées aux élèves, en réponse à un projet personnel, des formations à vocation technologique ou d'initiation professionnelle dispensées dans des établissements d'enseignement agricole. Les modalités d'organisation en sont définies par arrêté conjoint du ministre chargé de l'éducation nationale et du ministre chargé de l'agriculture.

Article 6 – Le diplôme national du brevet sanctionne la formation dispensée au collège.

Article 7 – Au terme de la dernière année de scolarité obligatoire, le certificat de formation générale peut, notamment pour les élèves scolarisés dans les enseignements adaptés, valider des acquis ; ceux-ci sont pris en compte pour l'obtention ultérieure d'un certificat d'aptitude professionnelle.

Article 8 – Afin de développer les connaissances des élèves sur l'environnement technologique, économique et professionnel et notamment dans le cadre de l'éducation à l'orientation, l'établissement peut organiser, dans les conditions prévues par le Code du travail, des visites d'information et des séquences d'observation dans des entreprises, des associations, des administrations, des établissements publics ou des collectivités territoriales ; l'établissement organise également des stages auprès de ceux-ci, pour les élèves âgés de quatorze ans au moins qui suivent une formation dont le programme d'enseignement comporte une initiation aux activités professionnelles.

Dans tous les cas une convention est passée entre l'établissement dont relève l'élève et l'organisme concerné. Le ministre chargé de l'éducation nationale élabore à cet effet une convention-cadre.

Article 9 – Dans l'enseignement public, après affectation par l'inspecteur d'académie, l'élève est inscrit dans un collège par le chef d'établissement à la demande des parents ou du responsable légal.

Article 10 – Les dispositions du présent décret sont applicables en classe de sixième à compter de la rentrée scolaire 1996, en classe de cinquième à compter de la rentrée scolaire 1997, en classe de quatrième à compter de la rentrée scolaire 1998, en classe de troisième à compter de la rentrée scolaire 1999.

Article 11 – Le décret n° 76-1303 du 28 décembre 1976 relatif à l'organisation de la formation et de l'orientation dans les collèges est abrogé progressivement en fonction du calendrier d'application du présent décret défini à l'article 10.

Article 12 – Le ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, le ministre du travail et des affaires sociales, le ministre de l'agriculture, de la pêche et de l'alimentation, le secrétaire d'État à la santé et à la sécurité sociale sont chargés, chacun en ce qui le concerne, de l'exécution du présent décret qui sera publié au *Journal officiel* de la République française.

Fait à Paris,
le 29 mai 1996
Alain JUPPÉ

Par le Premier ministre :
Le ministre de l'éducation nationale,
de l'enseignement supérieur
et de la recherche
François BAYROU

Le ministre du travail
et des affaires sociales
Jacques BARROT

Le ministre de l'agriculture,
de la pêche et de l'alimentation
Philippe VASSEUR

Le secrétaire d'État à la santé
et à la sécurité sociale
Hervé GAYMARD

Cycle d'adaptation :

Classe de 6^{e}

Accompagnement du programme de 6^e

SOMMAIRE

Ce document présente quelques réflexions pour préciser certaines orientations du programme de mathématiques de la classe de 6^e défini par arrêté du 22 novembre 1995.

I – Conception générale de l'enseignement

A. Structure du programme

Les activités conduites en classe doivent, autant que possible, mêler les différentes approches numériques, géométriques et graphiques pour que l'activité mathématique prenne un sens plus global pour l'élève. Le découpage du programme en trois parties *(activités géométriques, activités numériques, gestion de données et fonctions)* est une commodité de présentation mais ne doit pas conduire à un cloisonnement par thèmes.

En particulier le thème *gestion de données et fonctions* est l'occasion d'illustrer les autres parties du programme. Son étude prend appui sur des situations, éventuellement tirées d'autres disciplines, et concourt à la formation du citoyen.

Le professeur organise le travail des élèves sans que l'ordre de présentation du programme impose une chronologie dans le traitement des différentes parties.

B. Contenu de formation et compétences exigibles

La forme donnée à la présentation du programme, en trois colonnes, a pour objet d'aider le professeur à choisir les activités proposées aux élèves. Il faut veiller à ce que le découpage des compétences exigibles ne conduise pas à étudier séparément chacune d'entre elles. Il convient à cet égard de distinguer les activités d'apprentissage qui, en général, conduisent à travailler simultanément plusieurs compétences, des activités d'évaluation qui sont, entre autres, l'occasion de vérifier la maîtrise des diverses compétences exigibles. Les compétences exigibles constituent le noyau qui doit être acquis par chaque élève mais les activités mathématiques dans la classe vont bien au-delà de celles-ci.

Par ailleurs, l'activité mathématique est de nature essentiellement conceptuelle. Même si une partie des tâches proposées vise à l'entraînement et à l'utilisation de mécanismes, il faudra le plus souvent possible les placer dans un contexte plus large où elles prendront du sens et auront de l'intérêt pour les élèves.

C. Acquis de l'école élémentaire

A l'école élémentaire, les élèves ont acquis des connaissances et vécu des expériences de nature mathématique. Cependant leurs acquis sont divers et le professeur devra en tenir compte. L'évaluation à l'entrée en 6^{e} constitue un outil utile pour mesurer cette diversité et la prendre en compte.

La plupart des notions mathématiques enseignées en 6^{e} sont en cours d'acquisition. Ainsi le programme peut donner l'impression que rien de nouveau n'y est enseigné. En réalité il faut prendre en compte la progressivité des apprentissages et considérer que chaque notion est susceptible d'approfondissement, en particulier lors d'investissement dans des situations nouvelles.

Par ailleurs, l'école élémentaire ne constitue plus une fin d'études pour les élèves, et certaines notions n'y sont plus enseignées. Les nouveaux programmes de l'école primaire (1) font apparaître des allégements qui doivent retenir l'attention des professeurs de 6^{e} notamment sur deux points :

– dans le domaine des nombres décimaux, le calcul du produit de deux décimaux ne figure plus au programme de l'école primaire ; les professeurs de 6^{e} auront donc à mettre en place cette compétence, aussi bien du point de vue du sens que du point de vue de l'algorithme de calcul ;

– dans le domaine de la mesure, aucune compétence concernant les volumes n'est désormais inscrite au programme du cycle des approfondissements ; là aussi il convient d'être vigilant sur la progressivité dans la mise en place du concept même de volume.

D. Résolution de problèmes

L'activité de résolution de problèmes occupe une place importante dans le processus d'appropriation des connaissances mathématiques

1. Applicables au CM2 à la rentrée 1997.

par les élèves, que ce soit dans les phases de construction de connaissances nouvelles, dans les phases de consolidation et de réinvestissement de ces connaissances ou dans les phases d'évaluation. Les problèmes sont à la fois la **source** et le **critère** des connaissances mathématiques. Mais de quels problèmes s'agit-il ? Le terme de problème *concret* utilisé dans les précédents programmes a été abandonné parce qu'il renvoie trop souvent à la seule idée de *problème de la vie courante.*
En effet, pour préciser, on peut schématiquement faire référence à trois grands types de problèmes :
– ceux qui correspondent effectivement à des situations de la vie quotidienne et présentent une complexité raisonnable pour s'inscrire dans l'univers familier des élèves ;
– ceux qui sont posés dans d'autres champs disciplinaires. Ils sont l'occasion de commencer à travailler sur l'idée de modélisation mathématique. Ils permettent, en particulier, de décrire, contrôler et anticiper des phénomènes dans des situations accessibles aux élèves ;
– ceux qui portent directement sur des objets mathématiques et conduisent plus particulièrement à développer la curiosité mathématique et l'esprit de recherche. Dans ce domaine, il convient de distinguer exercice d'application et problème véritable dont la situation n'est pas obtenue directement par l'utilisation de connaissances étudiées préalablement.
C'est tout le métier du professeur d'adapter la complexité des problèmes proposés à ses élèves.

E. Place des calculatrices et de l'informatique

1. Calculatrices

Tous les élèves ont accès aux calculatrices et l'enseignement des mathématiques doit les prendre en compte. Cependant, il ne faut pas négliger l'apprentissage des techniques usuelles de calcul notamment celui du calcul mental. Un recours fréquent à ces techniques est également nécessaire.
Mais de nombreux apprentissages spécifiques à l'utilisation des calculatrices sont à développer, notamment :
– la signification des nombres affichés sur l'écran lors d'une division ;
– l'utilisation de mémoires ;
– la maîtrise indispensable des priorités opératoires ;
– le contrôle des calculs.
On mettra donc en place des situations :
– qui nécessitent un contrôle notamment au niveau de l'ordre de grandeur ;
– qui rendent commode l'utilisation de la mémoire et des opérateurs constants ;
– qui conduisent à calculer mentalement.
Dans ce contexte, le calcul mental portant sur les nombres inférieurs à 100 reste une nécessité. On visera en particulier la maîtrise des tables de multiplication, de l'addition des petits nombres et des relations arithmétiques entre les nombres notamment les multiples de 2, 3, 4, 5, 10, 12, 15 (par exemple 60 c'est 3 x 20 ou 4 x 15 ou 6 x 10 ou 5 x 12, etc.).
En revanche, l'utilisation de la calculatrice s'impose pour effectuer certaines opérations comme les multiplications ou divisions de grands nombres ou de nombres décimaux.

2. Ordinateurs

L'utilisation des ordinateurs peut apporter une aide importante pour l'apprentissage des mathématiques dès la classe de 6^{e}. Elle peut permettre un travail plus individualisé. Un premier usage concerne les logiciels d'aide à l'apprentissage de techniques de calcul (calcul mental, manipulations d'expressions…). Les logiciels de construction géométrique permettent une approche plus dynamique des figures. En cela, ils contribuent à initier au type de raisonnement que l'on se propose de mener sur les objets théoriques de la géométrie.

II – Expression et maîtrise de la langue en mathématiques

A. Vocabulaire, notation et concepts

La maîtrise de la langue est un objectif majeur de l'enseignement au collège. Les mathématiques ont un rôle important à ce niveau.

Les élèves doivent être capables d'employer correctement le vocabulaire de l'arithmétique, de la statistique et de la géométrie dans divers types d'activités mathématiques (résolution d'exercices, description de figures, développement d'arguments…).

L'apprentissage des notations ou d'un vocabulaire spécifique doit être conduit de manière progressive au travers des situations dans lesquelles elles ont une utilité et prennent du sens. Ainsi il peut être judicieux d'introduire la désignation des points d'une figure dans une situation de communication.

B. Lecture d'énoncés

La maîtrise de la langue peut, en particulier, être travaillée dans le cadre de la lecture et de l'écriture d'énoncés. La compréhension d'un texte mathématique suppose à la fois des compétences linguistiques générales et une bonne compréhension des notions mathématiques évoquées dans le texte.

Des descriptions de figures à lire au téléphone, des exercices d'écriture d'énoncés à destination d'autres élèves peuvent jouer un rôle pour ces apprentissages.

« La convergence du français et des mathématiques devient déterminante lorsqu'il s'agit de comprendre un énoncé ou de poser en termes mathématiques un problème de la vie courante, en explicitant toutes les données » (2).

2. CNP, décembre 1995.

III – Autour du raisonnement (déduction, argumentation…)

Dès la classe de 6^{e} un point de vue différent de celui de l'enseignement élémentaire est porté sur la géométrie.

« Les élèves commencent à se familiariser avec les propriétés d'une figure et c'est dans cette classe que se mettent en place un certain nombre d'éléments et de relations qui se développent ultérieurement dans des situations de validation et de preuve » (3).

Entre une géométrie d'observation et une géométrie de déduction, il est nécessaire de développer des apprentissages qui initient les élèves à la démonstration. Dans une géométrie d'observation, les figures ne sont pas porteuses d'informations clairement annoncées et les observations résultent de la perception visuelle. Dans une géométrie déductive, c'est à partir d'informations explicitées (les hypothèses) et des propriétés apprises qu'il s'agit de prouver des conséquences qui n'étaient pas annoncées au départ. En classe de 6^{e}, des activités géométriques appropriées peuvent préparer le raisonnement déductif, notamment en amenant les élèves à prendre en compte les mêmes informations sous diverses formes. Cette richesse est offerte par toutes les tâches combinant tracé, langage, mesure ou calcul.

Les travaux « géométrico-numériques » peuvent en particulier constituer un terrain privilégié pour aborder le raisonnement sur des îlots déductifs bien circonscrits, notamment à propos de comparaisons de longueurs et d'aires.

3. APMEP, 31 mai 1995.

IV – Proportionnalité

Dans la rédaction du programme de 6e, la proportionnalité n'a pas une grande place et il n'y a pas de chapitre explicite relevant de ce thème pourtant fondamental. Le professeur veillera cependant, au cours de l'année, à proposer de nombreuses situations en dégageant celles qui relèvent ou non du modèle proportionnel. Même si les algorithmes de recherche systématique d'une quatrième proportionnelle ne sont pas au programme, on proposera des situations multiplicatives dont le traitement permet d'utiliser et de mettre en évidence les propriétés de linéarité ou la présence d'un coefficient de proportionnalité.

Le professeur ne doit pas perdre de vue que l'étude de la proportionnalité s'étend sur tout le collège.

V – Activités numériques

A. Calcul mental et ordre de grandeur

Les activités d'estimation et de recherche d'un ordre de grandeur sont fondamentales. Elles prennent de plus en plus d'importance avec l'utilisation des calculatrices. Elles sont associées au regard critique qu'il est nécessaire de porter sur tout calcul. Anticiper la taille d'un résultat par une estimation et se poser chaque fois la question de la vraisemblance des résultats obtenus doivent devenir des préoccupations constantes pour les élèves.

La résolution de problèmes numériques et, plus tard, le calcul algébrique supposent une bonne maîtrise des relations arithmétiques entre les nombres inférieurs à 100. Le professeur entretiendra donc les acquis de l'école élémentaire et conduira de nombreuses activités de calcul mental pour améliorer les performances des élèves dans ce domaine.

B. Nombres entiers et décimaux, écritures fractionnaires

Les nombres entiers sont des nombres familiers aux élèves. Il n'en est pas de même des nombreux décimaux. Les évaluations faites en 6e ont montré combien la signification des écritures décimales échappe encore à beaucoup d'élèves à l'entrée en 6e. Il est nécessaire de conduire un travail sur la signification de l'écriture décimale et de la relier au travail sur les opérations et à la multiplication et la division par 0,1 ; 0,01 ou 0,001. L'écriture fractionnaire n'est apparue que dans des exemples très simples à l'école primaire. En 6e, elle est utilisée dans des situations moins élémentaires et est à relier à l'écriture décimale. Le travail sur l'écriture fractionnaire s'étend sur tout le collège.

C'est en 6e que le professeur doit désormais conduire l'apprentissage de la multiplication de deux décimaux qui était autrefois entrepris à l'école élémentaire. Il ne s'agit pas là de rechercher une virtuosité dans le domaine du calcul, mais de donner du sens à cette opération ainsi que des moyens de contrôle aux élèves pour le calcul avec les machines.

Un travail de réflexion sur la division et son algorithme doit être mené, là encore, sans recherche de virtuosité, notamment en ce qui concerne la division de deux nombres décimaux où aucune compétence n'est exigée.

Cycle central :
Classes de 5^e et de 4^e

Organisation des enseignements du cycle central du collège

Arrêté du 26 décembre 1996 – (*BO* n° 5 du 30 janvier 1997)

Article 1er – Les enseignements du cycle central de collège (classes de 5^e et de 4^e) sont organisés conformément à l'annexe jointe au présent arrêté.

En plus des enseignements communs à tous les élèves, chaque élève suit un enseignement optionnel obligatoire de deuxième langue vivante en classe de 4^e et peut suivre un ou deux enseignements optionnels facultatifs organisés dans les conditions définies en annexe.

Article 2 – Pour l'organisation des enseignements communs, chaque collège dispose d'une dotation d'au moins 25 h 30 hebdomadaires d'enseignement, hors enseignements optionnels, par division de 5^e et par division de 4^e.

Article 3 – Dans le cadre de son autonomie pédagogique, chaque établissement utilise les moyens d'enseignement qui lui sont attribués pour assurer les enseignements définis par les programmes et apporter les réponses adaptées à la diversité des élèves.

Dans le cadre des 25 h 30 attribuées à chaque division il peut notamment utiliser les souplesses offertes par les horaires définis en annexe pour mettre en place des parcours pédagogiques diversifiés fondés sur les centres d'intérêts et les besoins des élèves et organiser des enseignements en effectifs allégés.

Article 4 – En classe de 5^e, des études dirigées ou encadrées peuvent être organisées au-delà des horaires d'enseignement.

Article 5 – En classe de 4^e, en vue de remédier à des difficultés scolaires importantes, le collège peut mettre en place un dispositif spécifique dont les horaires et les programmes sont spécialement aménagés sur la base d'un projet pédagogique inscrit dans le cadre des orientations définies par le ministre chargé de l'éducation nationale. L'admission d'un élève dans ce dispositif est subordonnée à l'accord des parents ou du responsable légal.

Article 6 – Le présent arrêté est applicable à compter de l'année scolaire 1997-1998 en classe de 5^e et de l'année scolaire 1998-1999 en classe de 4^e.

Le nouveau dispositif d'enseignement des langues anciennes entre en vigueur à la rentrée scolaire 1997 dans l'ensemble du cycle central.

Article 7 – À titre transitoire, l'enseignement de physique-chimie défini en annexe peut ne pas être organisé en classe de 5^e pour l'année scolaire 1997-1998. Pour les élèves n'en ayant pas bénéficié en classe de cinquième, l'enseignement de physique-chimie sera dispensé en classe de quatrième, à raison de deux heures hebdomadaires, pendant l'année scolaire 1998-1999.

Article 8 – Sont abrogés, à compter de l'année scolaire 1997-1998, l'arrêté du 26 janvier 1978 fixant les horaires et effectifs des classes de 5e des collèges et, à compter de l'année scolaire 1998-1999, les dispositions de l'arrêté du 22 décembre 1978 susvisé, pour ce qui concerne la classe de 4e ainsi que les dispositions de l'arrêté du 9 mars 1993 modifiant l'arrêté du 9 mars 1990 susvisé, pour ce qui concerne l'organisation pédagogique des classes de 4e technologique implantées en collège.

L'organisation pédagogique des classes de 4e technologique implantées en lycée professionnel reste fixée par l'arrêté du 9 mars 1990.

Article 9 – Le directeur des lycées et collèges est chargé de l'exécution du présent arrêté qui sera publié au *Journal Officiel* de la République française.

Fait à Paris,
le 26 décembre 1996

Pour le ministre de l'éducation nationale,
de l'enseignement supérieur
et de la recherche et par délégation

Le directeur des lycées et des collèges

Alain BOISSINOT

Organisation des enseignements du cycle central du collège

Arrêté du 14 janvier 2002 - (*BO* n° 8 du 21 février 2002) modifiant l'arrêté du 26 décembre 1996

Article 1er – L'article 1er de l'arrêté du 26 décembre 1996 susvisé est rédigé ainsi qu'il suit :

« Article 1er – Les enseignements du cycle central de collège (classes de cinquième et de quatrième) sont organisés conformément à l'annexe jointe au présent arrêté.

Dans le cadre des enseignements obligatoires, deux heures hebdomadaires sont consacrées à des itinéraires de découverte, impliquant au moins deux disciplines et utilisant l'amplitude horaire définie en annexe pour chacune d'entre elles. Ils sont mis en place pour tous les élèves en classes de cinquième et de quatrième, selon des modalités définies par le ministre de l'éducation nationale.

En plus des enseignements obligatoires, chaque élève peut suivre un ou deux enseignements facultatifs organisés dans les conditions définies en annexe.

Chaque élève peut également participer aux diverses activités éducatives facultatives proposées par l'établissement. »

Article 2 – L'article 2 de l'arrêté du 26 décembre 1996 susvisé est rédigé ainsi qu'il suit :

« Article 2 – Dans le cycle central, chaque collège dispose d'une dotation horaire globale de 26 heures hebdomadaires par division de cinquième et de 29 heures hebdomadaires par division de quatrième pour l'organisation des enseignements obligatoires, incluant les itinéraires de découverte.

Un complément de dotation peut être attribué aux établissements pour le traitement des difficultés scolaires importantes. Ce complément est modulé par les autorités académiques en fonction des caractéristiques et du projet de l'établissement, notamment en ce qui concerne le suivi des élèves les plus en difficulté. »

Article 3 – L'article 3 de l'arrêté du 26 décembre 1996 susvisé est rédigé ainsi qu'il suit :

« Article 3 – Cette dotation en heures d'enseignement est distincte de l'horaire-élève fixé, pour les enseignements obligatoires, à 25 heures hebdomadaires en classe de cinquième et à 28 heures hebdomadaires en classe de quatrième. »

Article 4 – L'article 4 de l'arrêté du 26 décembre 1996 susvisé est rédigé ainsi qu'il suit :

« Article 4 – Dans le cadre de son projet d'établissement, chaque collège utilise les moyens d'enseignement qui lui sont attribués pour apporter des réponses adaptées à la diversité des élèves accueillis ou organiser des travaux en groupes allégés, notamment en français et en sciences et techniques (sciences de la vie et de la Terre, physique-chimie et technologie).

En classe de cinquième, un dispositif d'aide aux élèves et d'accompagnement de leur travail personnel peut être organisé au-delà des heures hebdomadaires d'enseignements obligatoires. »

Article 5 – L'article 5 de l'arrêté du 26 décembre 1996 susvisé est rédigé ainsi qu'il suit :

« Article 5 - En classe de quatrième, en vue de remédier à des difficultés scolaires persistantes, le collège peut mettre en place un dispositif spécifique, dont les modalités d'organisation peuvent être spécialement aménagées, sur la base d'un projet pédagogique inscrit dans le cadre des orientations définies par le ministre chargé de l'éducation nationale.

L'accueil d'un élève dans ce dispositif est subordonné à l'accord des parents ou du représentant légal. »

Article 6 – Le présent arrêté est applicable à compter de l'année scolaire 2002-2003 en classe de cinquième et de l'année scolaire 2003-2004 en classe de quatrième.

Article 7 – Le directeur de l'enseignement scolaire est chargé de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au *Journal Officiel* de la République française.

Annexe

Horaires des enseignements applicables aux élèves des classes du cycle central de collège (cinquième et quatrième)

TITRE	CLASSE DE CINQUIÈME		CLASSE DE QUATRIÈME	
	Horaire-élève Enseignements communs	Horaire-élève possible avec les itinéraires de découverte (*)	Horaire-élève Enseignements communs	Horaire-élève possible avec les itinéraires de découverte (*)
Enseignements obligatoires Français	4	5	4	5
Mathématiques	3,5	4,5	3,5	4,5
Première langue vivante étrangère	3	4	3	4
Deuxième langue vivante (**)			3	
Histoire-géographie-éducation civique	3	4	3	4
Sciences et techniques : - Sciences de la vie et de la Terre - Physique et chimie - Technologie	 1,5 1,5 1,5	 2,5 2,5 2,5	 1,5 1,5 1,5	 2,5 2,5 2,5
Enseignements artistiques : - Arts plastiques - Éducation musicale	 1 1	 2 2	 1 1	 2 2
Éducation physique et sportive	3	4	3	4
Horaire non affecté **À répartir par l'établissement**	**1**		**1**	
Enseignements facultatifs Latin (***)	2		3	
Langue régionale (****)			3	
Heures de vie de classe	10 heures annuelles		10 heures annuelles	

(*) Itinéraires de découverte sur deux disciplines : 2 heures inscrites dans l'emploi du temps de la classe auxquelles correspondent 2 heures professeur par division.
(**) Deuxième langue vivante étrangère ou régionale.
(***) Possibilité de faire participer le latin dans les itinéraires de découverte, à partir de la classe de quatrième.
(****) Cette option peut être proposée à un élève ayant choisi une langue vivante étrangère au titre de l'enseignement de deuxième langue vivante.

En plus des enseignements obligatoires, chaque élève peut participer aux diverses activités éducatives facultatives proposée par l'établissement.

Cycle central des collèges

Arrêté du 10 janvier 1997. *JO* du 21 janvier 1997 – (*BO* hors série n° 1 du 13 février 1997)

Article 1er – Les programmes applicables à compter de la rentrée scolaire 1997 en classe de cinquième et de la rentrée scolaire 1998 en classe de 4e dans toutes les disciplines, sont fixés en annexe au présent arrêté.

Article 2 – Les dispositions contraires au présent arrêté figurant en annexe de l'arrêté du 14 novembre 1985 susvisé deviennent caduques à compter de la rentrée scolaire 1997 en classe de 5e et de la rentrée scolaire 1998 en classe de 4e.

Article 3 – Les programmes applicables en classe de 3e des collèges restent ceux définis en annexe des arrêtés des 14 novembre 1985, 10 juillet 1992 et 3 novembre 1993 susvisés (1).

Article 4 – Le directeur des lycées et collèges est chargé de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au *Journal Officiel* de la République française.

Fait à Paris,
le 10 janvier 1997

Pour le ministre de l'éducation
nationale, de l'enseignement supérieur
et de la recherche et par délégation,

le directeur des lycées et collèges

Alain BOISSINOT

(1) Remplacés par les nouveaux programmes en vigueur.

Programme du cycle central

I – Présentation

Les objectifs généraux et l'organisation de l'enseignement des mathématiques décrits pour le programme de 6e demeurent pour le cycle central du collège.

La démarche suivie dans l'enseignement des mathématiques renforce la formation intellectuelle des élèves et concourt à celle de citoyen, en développant leur aptitude à chercher, leur capacité à critiquer, justifier ou infirmer une affirmation, en les habituant à s'exprimer clairement aussi bien à l'oral qu'à l'écrit.

L'élargissement des domaines étudiés et l'enrichissement des outils acquis au fur et à mesure, alliés à une plus grande maturité des élèves, permettent de les initier davantage à l'activité mathématique. À ce propos, les études expérimentales (calculs numériques, avec ou sans calculatrices, mesures, représentations à l'aide d'instruments de dessin, etc.) permettent d'émettre des conjectures et donnent du sens aux définitions et aux théorèmes. Elles ont donc toute leur place dans la formation scientifique des élèves. On veillera toutefois à ce que les élèves ne les confondent avec des démonstrations : par exemple, pour tout résultat mathématique énoncé, on précisera explicitement qu'il est admis lorsqu'il n'a pas été démontré.

On privilégiera l'activité de l'élève, sans négliger les temps de synthèse qui rythment les acquisitions communes. Elle seule permet, par exemple, l'appropriation du raisonnement ; il s'agit, en poursuivant l'initiation très progressive au raisonnement déductif commencée en 6^{e}, de passer de l'utilisation consciente d'une propriété mathématique au cours de l'étude d'une situation à l'élaboration complète d'une démarche déductive dans des cas simples. Les activités de formation, distinctes des travaux d'évaluation portant sur les compétences exigibles, seront aussi riches et diversifiées que possible. Elles seront aussi l'occasion de mobiliser et de consolider les acquis antérieurs dans une perspective élargie.

Le programme du cycle central du collège a pour objectif de permettre :

- en géométrie, la connaissance de propriétés et de relations métriques relatives à des configurations de base (triangles, parallélogrammes), l'approche de transformations du plan (symétrie centrale, translation), la familiarisation avec les représentations de figures de l'espace, l'apprentissage progressif de la démonstration ;

• dans le domaine numérique, la maîtrise des calculs sur les nombres décimaux relatifs et les nombres en écriture fractionnaire, une initiation au calcul littéral (priorités opératoires, développement), à la résolution d'une équation ;

• en « organisation et gestion de données » l'acquisition de quelques outils statistiques utiles dans d'autres disciplines et dans la vie de tout citoyen.

Dans ces trois domaines d'études, la proportionnalité apparaît comme un fil conducteur : afin de favoriser sa maîtrise, le programme propose de nombreuses situations géométriques, numériques ou graphiques.

La rédaction de ce programme tend à :

– bien équilibrer les apprentissages sur les deux années ;

– en souligner la continuité et la cohérence ;

– dégager clairement les points forts de chaque année.

Il a été tenu compte, dans l'élaboration et la rédaction de ce programme, des informations recueillies lors de diverses évaluations des acquis mathématiques des élèves de 5^e et de 4^e.

Le vocabulaire et les notations seront introduits, comme en 6^e, au fur et à mesure de leur utilité : la notation cos, les symboles $\sqrt{\ }$, $\geq$, $\leq$, $\approx$ et les notations a^n et a^{-n} ; il y aura également lieu de familiariser les élèves avec le décodage de calculs utilisant pour la division les symboles $\div$ et /.

Le travail personnel des élèves en classe, en étude ou à la maison est essentiel à leur formation. Les devoirs de contrôle sont d'abord destinés à vérifier les compétences exigibles. Les autres travaux peuvent avoir des objectifs beaucoup plus larges et prendre des formes très diverses. En particulier, les travaux individuels de rédaction concourent efficacement à la maîtrise de la langue, à la mémorisation des savoirs et savoir-faire et au développement des capacités de raisonnement. La régularité d'un travail extérieur à la classe est importante pour les apprentissages. En outre, la correction individuelle du travail d'un élève est une façon de reconnaître la qualité de ce travail et de permettre à son auteur de l'améliorer, donc de progresser.

II – Explicitations des contenus de la classe de 5^e

Il est rappelé que le professeur a toute liberté dans l'organisation de son enseignement à condition que soient atteints les objectifs visés par le programme.

A. Travaux géométriques

En classe de 6^e, les élèves ont été progressivement habitués à s'exprimer d'une manière précise pour décrire des figures et mettre en œuvre de courtes séquences déductives.

En classe de 5^e, l'étude des figures planes se poursuit. Un nouvel outil, la symétrie centrale, permet d'enrichir et de réorganiser les connaissances sur les figures, dont certaines propriétés pourront être démontrées ; le parallélogramme est une figure fondamentale du programme. Dans l'espace, les études expérimentales s'amplifient ; elles fournissent un terrain pour dégager quelques propriétés élémentaires du parallélisme et de l'orthogonalité.

Les travaux de géométrie plane prennent toujours appui sur des figures, dessinées suivant les cas à main levée ou à l'aide des instruments de dessin et de mesure, y compris dans un environnement informatique. Ils sont conduits en liaison étroite avec l'étude des autres rubriques ; ils constituent, en particulier, le support d'activités numériques conjointes (grandeurs et mesures). Les diverses activités de géométrie habitueront les élèves à expérimenter et à conjecturer, et permettront progressivement de s'entraîner à des justifications au moyen de courtes séquences déductives mettant en œuvre les outils du programme et ceux déjà acquis en 6^e, notamment la symétrie axiale. Il importe de faire peu à peu percevoir aux élèves ce qu'est l'activité mathématique, tout en veillant à ne pas leur demander de prouver des propriétés perçues comme évidentes.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Prismes droits, cylindres de révolution	Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle, ou un parallélogramme, de dimensions données. Fabriquer un cylindre de révolution dont la base est un cercle de rayon donné. Représenter à main levée ces deux solides.	Comme en 6^e, l'objectif est d'entretenir et d'approfondir les acquis : représenter, décrire et construire des solides de l'espace, en particulier à l'aide de patrons. Passer de l'objet à ses représentations constitue encore l'essentiel du travail, lequel pourra être fait en liaison avec l'enseignement de la technologie. L'usage d'outils informatiques (logiciels de géométrie dans l'espace) peut se révéler utile pour une meilleure visualisation des différentes représentations d'un objet. Ces travaux permettront de consolider les images mentales déjà mises en place, relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité.
	Calculer le volume d'un prisme droit ; calculer son aire latérale à partir du périmètre de sa base et de sa hauteur. Calculer le volume et l'aire latérale d'un cylindre de révolution.	Le parallélépipède rectangle, déjà rencontré en 6^e, est un cas particulier de prisme droit. La formule de son volume est à présent une connaissance exigible.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
2. Dans le plan, transformation de figures par symétrie centrale ; parallélogramme		Dans un premier temps, l'effort portera sur un travail expérimental (pliage pour la symétrie axiale et papier calque pour le demi-tour), permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples. Les propriétés conservées par symétrie centrale seront ainsi progressivement dégagées, en comparant avec la symétrie axiale.
Construction d'images et mise en évidence de conservations.	Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un cercle.	La symétrie centrale n'a, à aucun moment, à être présentée comme application du plan dans lui-même. Suivant les cas, on mettra en évidence : – l'action sur une figure d'une symétrie centrale donnée, – la présence d'un centre de symétrie dans une figure (exemples : cercle, rectangle, carré, losange), c'est-à-dire l'existence d'une symétrie centrale la conservant.
Parallélogramme.	Connaître et utiliser une définition du parallélogramme et des propriétés relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles. Relier les propriétés du parallélogramme à celles de la symétrie centrale. Calculer l'aire d'un parallélogramme.	Ces travaux conduiront à : – la construction de l'image d'un point, d'une figure simple, – la mise en évidence de la conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires, et l'étude d'exemples d'utilisation de ces propriétés, – l'énoncé et l'utilisation de propriétés caractéristiques du parallélogramme (on veillera à toujours formuler ces propriétés à l'aide d'énoncés séparés), – la caractérisation angulaire du parallélisme. Le travail entrepris sur le parallélogramme et la symétrie centrale aboutit ainsi à des énoncés précis que les élèves doivent connaître. Des séquences déductives pourront s'appuyer sur ces énoncés. L'aire du parallélogramme pourra être reliée à celle du rectangle.
Caractérisation angulaire du parallélisme.	Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante.	
	Connaître et utiliser les expressions : angles adjacents, angles complémentaires, angles supplémentaires.	On pourra utiliser également le vocabulaire suivant : angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
Figures simples ayant un centre de symétrie ou des axes de symétrie.	Reproduire, sur papier quadrillé ou pointé et sur papier blanc, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés. Connaître et utiliser une définition et des propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange.	Les problèmes de construction consolideront les connaissances relatives aux quadrilatères usuels. Ils permettront de mettre en œuvre droites et cercles et de revenir sur la symétrie axiale et les axes de symétrie. On poursuit le travail sur la caractérisation des figures en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés.
3. Triangle Somme des angles d'un triangle.	Utiliser, dans une situation donnée, la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle.	La symétrie centrale ou la caractérisation angulaire du parallélisme qui en découle permettent de démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés. Exemple d'utilisation : trouver quels triangles isocèles ont un angle de 80 degrés.
Construction de triangles et inégalité triangulaire.	Construire un triangle connaissant : – la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents, – les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés, – les longueurs des trois côtés.	On remarquera, dans chaque cas où la construction est possible, que lorsqu'un côté est placé, on peut construire plusieurs triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice ou à son milieu. On rencontrera à ce propos l'inégalité triangulaire, $AB + BC \geq AC$ dont l'énoncé sera admis. Le cas de l'égalité $AB + BC = AC$ sera commenté et illustré.
Aire d'un triangle.	Calculer l'aire d'un triangle connaissant un côté et la hauteur associée.	On pourra relier l'aire du triangle à celle du parallélogramme.
4. Cercle Cercle circonscrit à un triangle.	Construire le cercle circonscrit à un triangle.	La caractérisation de la médiatrice d'un segment à l'aide de l'équidistance a déjà été rencontrée en 6^{e}. Elle permet de démontrer que les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes et justifie la construction du cercle circonscrit à un triangle.
Aire du disque.	Calculer l'aire d'un disque de rayon donné.	

B. Travaux numériques

Comme en 6^e, la résolution de problèmes constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Ces problèmes, en associant à une situation donnée une activité numérique, renforcent le sens des opérations et des écritures numériques et littérales figurant au programme et développent les qualités d'organisation et de gestion de données numériques. Il convient donc de ne pas multiplier les activités de technique pure.

L'initiation aux écritures littérales se poursuit, mais le calcul littéral ne figure pas au programme. Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché, sous différentes formes souvent complémentaires : le calcul mental, le calcul à la main (dans le cas de nombres courants et d'opérations techniquement simples), l'emploi d'une calculatrice.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Enchaînement d'opérations sur les nombres entiers et décimaux positifs. Conventions de priorités entre opérations.	Organiser, pour l'effectuer mentalement, avec papier-crayon ou à la calculatrice, une succession d'opérations au vu d'une écriture donnée, de la forme $a+bc$, $a+\frac{b}{c}$, $\frac{a}{b+c}$, $\frac{a+b}{c}$, $a/(b/c)$. $\cdots$ uniquement sur des exemples où a, b, et c sont numériquement fixés.	L'acquisition des priorités opératoires est le préalable à plusieurs apprentissages : compréhension et mise en pratique de règles. Le fait que les calculatrices n'aient pas toutes les mêmes principes de fonctionnement est une occasion à saisir. En effet, l'activité consistant à répertorier leurs diverses modalités de fonctionnement, et à les mettre en œuvre, est hautement formatrice. On n'oubliera pas de penser, pour éviter d'introduire plusieurs fois un même nombre, à recourir à une mémoire de la machine.
	Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations.	Pour la lecture et l'écriture d'expressions, on pourra utiliser le vocabulaire : terme d'une somme, facteur d'un produit.
Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.	Connaître et utiliser les identités $k\,(a + b) = ka + kb$ et $k\,(a - b) = ka - kb$ dans les deux sens.	La distributivité est à connaître sous forme générale d'identité. La comparaison avec une formulation en français – « le produit d'un nombre par la somme de deux nombres est égal à la somme des produits du premier par chacun des deux autres »… – pourra être l'occasion de montrer un intérêt (en économie et précision) de l'écriture symbolique. On entraînera les élèves à la

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
		convention usuelle d'écriture bc pour b x c, 3a pour 3 x a. Les applications donnent lieu à deux types d'activités bien distinctes : le développement qui correspond au sens de lecture de l'identité indiquée, et la factorisation qui correspond à la lecture « inverse » ka + kb = k (a + b). Cette réversibilité se retrouve dans l'initiation à la résolution d'équations.
2. Nombres en écriture fractionnaire Multiplication.	Effectuer le produit de deux nombres écrits sous forme fractionnaire ou décimale, le cas d'entiers étant inclus. exemples : $\frac{7}{8}\times\frac{5}{3}$, $6\times\frac{22}{7}$, $\frac{5,24}{2,1}\times\frac{2}{3}$... Ramener une division dont le diviseur est décimal à une division dont le diviseur est entier.	Toutes les activités numériques fourniront des occasions de pratiquer le calcul mental et d'utiliser une calculatrice. Plusieurs objectifs sont visés, en particulier développer la capacité à : – prévoir des ordres de grandeur, – opérer en conservant l'écriture fractionnaire, – utiliser le vocabulaire approprié (terme, facteur, numérateur, dénominateur), – contrôler des résultats par des calculs mentaux approchés.
Comparaison, addition et soustraction, les dénominateurs étant égaux ou multiples.	Comparer, additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes et dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre.	La classe de 5^{e} s'inscrit, pour le calcul avec des écritures fractionnaires, dans un processus prévu sur toute la durée du collège. En 6^{e}, le produit et la somme de fractions n'ont été envisagés qu'à propos de nombres décimaux. La simplification y a été abordée et pourra donc être utilisée en 5^{e} ; ce sera l'occasion d'obtenir des fractions irréductibles mais aucune compétence n'est exigible à ce sujet. La systématisation de la réduction au même dénominateur est traitée en 4^{e}.
3. Nombres relatifs en écriture décimale	Ranger, soit dans l'ordre croissant, soit dans l'ordre décroissant, des nombres relatifs courants en écriture décimale. Effectuer la somme de deux nombres relatifs dans les différents cas de signes qui peuvent se présenter.	Les activités partiront de l'expérience acquise en 6^{e} et pourront s'appuyer sur des interprétations graphiques. Elles mettront en place les techniques opératoires concernant l'addition et la soustraction ; on entraînera les élèves à organiser et gérer un programme de calcul

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
	Transformer une soustraction en une addition, comme dans l'exemple : – 3,7 – (– 4,3) = – 3,7 + 4,3 = 0,6. Calculer, sur des exemples numériques, une expression où interviennent uniquement les signes +, – et éventuellement des parenthèses. Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.	mettant en jeu des additions et des soustractions avec ou sans calculatrice. A cette occasion, on observera que soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé.
4. Initiation à la résolution d'équations	Trouver, dans des situations numériques simples, le nombre par lequel diviser un nombre donné pour obtenir un résultat donné.	Le travail sur cette compétence étend au cas de la division l'initiation à la résolution d'équations, entreprise en 6^{e}. Désigner par une lettre le nombre inconnu peut ici se révéler pertinent.
	Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques données.	Les programmes prévoient une initiation très progressive à la résolution d'équations, de manière à éviter l'écueil connu d'apprentissages aboutissant à la mise en œuvre d'algorithmes dépourvus de véritable sens. La classe de 5^{e} correspond à une étape importante dans l'acquisition du sens, avec la présentation d'égalités vues comme des assertions dont la vérité est à examiner. Par exemple, dans l'étude d'une situation conduisant à une égalité telle que $3y = 4x + 2$, on sera amené à en tester la véracité pour diverses valeurs de x et y. Les expressions qui figurent de part et d'autre du signe d'égalité jouent ici le même rôle. On travaillera aussi avec des inégalités dans des cas simples, sans pour autant que cette activité donne lieu à des compétences exigibles.

C. Organisation et gestion de données, fonctions

Les trois parties de cette rubrique s'éclairent et se complètent mutuellement. La contribution des mathématiques à l'éducation du citoyen y apparaît clairement. La partie statistique a pour objectif d'initier à la lecture, à l'interprétation, à la réalisation et à l'utilisation de diagrammes, tableaux et graphiques et d'en faire l'analyse critique. Les outils de description d'une situation sont plus nombreux. Les travaux correspondants ne peuvent se concevoir qu'à partir d'exemples et en liaison, chaque fois qu'il est possible, avec l'enseignement des autres disciplines : sciences de la vie et de la terre, technologie, géographie… Ils seront l'occasion de consolider et d'approfondir les acquis des élèves sur l'utilisation des unités de mesure, dont celle du temps.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Activités graphiques Repérage sur une droite graduée.	Sur une droite graduée : – lire l'abscisse d'un point donné, – placer un point d'abscisse donnée, – déterminer la distance de deux points d'abscisses données.	Les activités graphiques conduiront : – à enrichir la correspondance entre nombres et points d'une droite déjà graduée à l'aide de nombres entiers, en développant l'usage des nombres décimaux relatifs, – à interpréter l'abscisse d'un point d'une droite graduée en termes de distance et de position par rapport à l'origine ; en particulier, le cas où l'origine est le milieu de deux points donnés mérite de retenir l'attention, – à relier la distance de deux points sur un axe et la soustraction des nombres relatifs, – à situer les points du plan muni d'un repère orthogonal.
Repérage dans le plan.	Dans le plan muni d'un repère : – lire les coordonnées d'un point donné, – placer un point de coordonnées données, Connaître et utiliser le vocabulaire : coordonnées, abscisse, ordonnée.	
2. Exemples de fonctions. Proportionnalité	Reconnaître, s'il y a lieu, la proportionnalité sur un tableau complet de nombres.	Toute définition de la notion de fonction sera évitée, mais des expressions telles que « en fonction de », « est fonction de » seront utilisées. On pourra notamment constituer un tableau des abscisses et ordonnées de points d'une droite passant par l'origine dans le plan muni d'un repère.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
	Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité dont les données sont fournies partiellement. En particulier, déterminer une quatrième proportionnelle.	Les élèves retiendront que dans une relation de proportionnalité, la correspondance est déterminée par un couple de valeurs homologues non nulles.
	Mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants : – utiliser des unités combinant le système décimal et le système sexagésimal (mesure du temps), – calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin, – reconnaître un mouvement uniforme à la proportionnalité entre temps et distance parcourue ; utiliser cette proportionnalité, – calculer un pourcentage, un coefficient de proportionnalité, – effectuer pour des volumes des changements d'unités de mesure.	Les activités numériques et graphiques pourront se référer à l'un ou l'autre thème exploitant des formules, notamment de longueur, d'aire et de volume. Ainsi, on pourra envisager des variations : – de l'aire d'un triangle ou d'un parallélogramme, de celle d'un disque, – de la longueur d'un arc de cercle, de l'aire d'un secteur circulaire, – du volume ou de l'aire latérale d'un cylindre ou d'un prisme droit, en fonction d'une variable de la formule, toute autre variable étant fixée.
3. Relevés statistiques. Lecture, interprétation, représentations graphiques de séries statistiques. Classes, effectifs.	Lire et interpréter un tableau, un diagramme à barres, un diagramme circulaire ou semi-circulaire. Regrouper des données statistiques en classes, calculer des effectifs. Présenter une série statistique sous la forme d'un tableau, la représenter sous la forme d'un diagramme ou d'un graphique.	Il importe d'entraîner les élèves à lire et à représenter des données statistiques en utilisant un vocabulaire adéquat. Le calcul d'effectifs cumulés n'est pas une compétence exigible mais il pourra être entrepris, en liaison avec les autres disciplines dans des situations où les résultats auront une interprétation. Le choix de la représentation est lié à la nature de la situation étudiée.
Fréquences.	Calculer des fréquences.	La notion de fréquence est notamment utilisée pour comparer des populations d'effectifs différents, et faire le lien avec la proportionnalité. Les écritures 4/10, 2/5, 0,4 (ou en notation anglo-saxonne 0.4 ou .4), 40 %, qui peuvent être utilisées pour désigner une fréquence, permettent d'insister sur les diverses représentations d'un même nombre.

II – Explicitation des contenus de la classe de 4^e

Il est rappelé que le professeur a toute liberté dans l'organisation de son enseignement à condition que soient atteints les objectifs visés par le programme.

A. Travaux géométriques

En classe de 4^e, la représentation d'objets géométriques usuels du plan et de l'espace, le calcul de grandeurs attachées à des objets, demeurent des objectifs majeurs ; s'y ajoute la caractérisation de certains d'entre eux.

Dans le plan, les travaux portent sur les figures usuelles déjà étudiées (triangle, cercle, quadrilatères particuliers), mais également sur une nouvelle configuration illustrant une situation fondamentale de proportionnalité : celle de triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes. À ce nouvel outil et à ceux des classes antérieures s'ajoutent le théorème de Pythagore et la translation. Ces enrichissements doivent favoriser le développement des capacités de découverte et de démonstration.

Dans l'espace, les travaux sur les solides étudiés exploitent largement les résultats de géométrie plane.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Triangles Milieux et parallèles.	Connaître et utiliser les théorèmes suivants relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle : Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisième. Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté, elle coupe le troisième en son milieu. Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.	La symétrie centrale et les propriétés caractéristiques du parallélogramme permettent de démontrer ces théorèmes.
Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes.	Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : Dans un triangle ABC, si M est un point du côté [AB], N un point du	L'égalité des trois rapports sera admise après d'éventuelles études dans des cas particuliers. Elle s'étend bien sûr au cas où M et N appartiennent respectivement aux demi-droites [AB) et [AC), mais on n'examinera pas le cas où les

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
	côté [AC] et si [MN] est parallèle à [BC], alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$	demi-droites [AM) et [AB), de même que les demi-droites [AN) et [AC), sont opposées. Le théorème de Thalès dans toute sa généralité ainsi que sa réciproque seront étudiés en classe de 3^e.
Droites remarquables d'un triangle.	Construire les bissectrices, les hauteurs, les médianes, les médiatrices d'un triangle ; en connaître une définition et savoir qu'elles sont concourantes.	Certaines de ces propriétés de concours pourront être démontrées ; ce sera l'occasion de mettre en œuvre les connaissances de la classe ou celles de 5^e. On pourra étudier la position du point de concours de la médiane sur chacune d'elles.
2. Triangle rectangle et cercle Cercle circonscrit, théorème de Pythagore et sa réciproque.	Caractériser le triangle rectangle : – par son inscription dans un demi-cercle, – par la propriété de Pythagore et sa réciproque. Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres. En donner, s'il y a lieu, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche $\sqrt{\ }$ d'une calculatrice. Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.	On poursuit le travail sur la caractérisation des figures en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés. Les relations métriques dans le triangle rectangle, autres que celles mentionnées dans les compétences exigibles, ne sont pas au programme.
Tangente ; distance d'un point à une droite.	Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points. Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite.	Le problème d'intersection d'un cercle et d'une droite fera l'objet d'activités, sans pour autant que l'énoncé du résultat général soit une compétence exigible. L'inégalité triangulaire et la symétrie axiale, vues en classe de 5^e, permettent de démontrer le résultat relatif à la distance d'un point à une droite, lequel peut aussi être relié au théorème de Pythagore.
Cosinus d'un angle.	Utiliser, pour un triangle rectangle, la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des deux côtés adjacents. Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée : – du cosinus d'un angle aigu donné, – de l'angle aigu dont on donne le cosinus. Étant donnés deux points A et B, sachant qu'une translation transforme A en B, construire :	La propriété de proportionnalité des côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes permet de définir le cosinus comme un rapport de longueurs. On peut également le définir comme l'abscisse d'un point sur le quart de cercle trigonométrique situé dans le premier quadrant.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
3. Translation	– l'image d'un point, appartenant ou non à la droite AB, – l'image d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un cercle.	Les vecteurs seront abordés en 3^e et leur étude sera reliée à celle des translations à l'occasion de la composition de ces dernières. Diverses approches expérimentales, par exemple sur des frises ou des pavages, pourront introduire la notion de translation. La translation est définie à partir du parallélogramme. Elle pourra donner lieu à des manipulations, notamment sur des quadrillages. On pourra ainsi, après un travail expérimental conduisant à mettre en évidence la conservation des longueurs, de l'alignement, des angles et des aires, justifier certaines de ces conservations. Définition et propriétés pourront être utilisées dans la résolution d'exercices très simples de construction.
4. Pyramide et cône de révolution	Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule V = Bh/3.	L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace et de calculer des longueurs, des aires et des volumes, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la fabrication de patrons. Ces travaux permettront de consolider les images mentales relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité. La recherche de l'aire latérale d'un cône de révolution peut être une activité de mise en œuvre de la proportionnalité. On pourra, à l'aide des formules d'aires ou de volumes, étudier les variations d'une grandeur en fonction d'une autre.

B. Travaux numériques

La résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral. Les exercices de technique pure ne sont pas à privilégier.

La pratique du calcul exact ou approché sous différentes formes complémentaires (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a pour objectifs :

– la maîtrise des règles opératoires de base ;

– l'acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres ;

– la réflexion et l'initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre selon la situation.

Le calcul littéral sera introduit avec prudence en veillant à ce que les élèves puissent donner du sens aux activités entreprises dans ce cadre, en particulier lors de l'utilisation de formules issues des sciences et de la technologie.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Nombres et calcul numérique Opérations (+, –, x, :) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée).	Calculer le produit de nombres relatifs simples dans les différents cas de signe qui peuvent se présenter.	Toute étude théorique des propriétés des opérations est exclue. Les élèves ont la pratique de l'utilisation de la multiplication des nombres positifs en écriture décimale ou fractionnaire. En s'appuyant sur ces connaissances, les opérations seront étendues au cas des nombres relatifs. Les justifications pourront être limitées à l'observation de l'extension de tables de multiplication ou à la généralisation de règles provenant de l'addition de nombres (par exemple 3x (–2) = – 2 – 2 – 2 = – 6), en admettant les résultats dans les autres cas.
	Savoir que $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres décimaux (positifs ou négatifs). Utiliser sur des exemples numériques les égalités : $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$; $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$; $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ où a, b, c et d sont des nombres décimaux relatifs.	Un travail sera conduit sur la notion d'inverse d'un nombre non nul, les notations x^{-1} ou $\frac{1}{x}$ et l'usage de calculatrices avec la touche correspondante. À cette occasion, on remarquera que diviser par un nombre non nul, c'est multiplier par son inverse.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
	Calculer la somme de nombres relatifs en écriture fractionnaire.	L'addition de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire peut demander un travail sur la recherche de multiples communs à deux ou plusieurs nombres entiers. La recherche du plus petit commun multiple pour l'obtention d'un dénominateur commun et celle du plus grand diviseur commun pour l'obtention de la forme irréductible ne sont pas exigibles.
Puissances d'exposant entier relatif.	Utiliser sur des exemples numériques, avec ou sans calculatrice scientifique, les égalités : $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$; $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$ $(10^m)^n = 10^{mn}$ où m et n sont des entiers relatifs.	En liaison avec la physique, les activités insisteront sur l'usage des puissances de dix. Les calculatrices seront largement utilisées. Les élèves doivent maîtriser l'usage des touches correspondantes de leur calculatrice.
Notation scientifique des nombres décimaux. Ordre de grandeur d'un résultat.	Sur des exemples numériques, écrire un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10.	Modifier l'écriture d'un nombre comme 25 698,236 sous la forme $2{,}5698236 \times 10^4$ ou $25\,698\,236 \times 10^{-2}$ ou $25{,}698236 \times 10^3$ est une activité que doivent pratiquer les élèves. La notation ingénieur n'est pas exigible.
	Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur.	
	Utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples des égalités telles que : $a^2 \times a^3 = a^5$; $\frac{a^2}{a^5} = a^{-3}$ $(ab)^2 = a^2 b^2$, où a et b sont des nombres relatifs non nuls.	Cette rubrique ne doit pas donner lieu à des calculs artificiels sur les puissances entières d'un nombre relatif. Pour des nombres autres que 10, on s'en tiendra au cas d'exposants simples.
	Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs. Organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondantes.	À la suite du travail commencé en 5^e avec des nombres décimaux positifs, les élèves seront entraînés aux mêmes types de calculs avec des nombres relatifs. Ils seront ainsi progressivement familiarisés à l'usage des priorités opératoires intervenant dans les conventions usuelles d'écritures ainsi qu'à la gestion d'un programme de calcul utilisant des parenthèses.
Touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice.	Trouver à l'aide de la calculatrice une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre positif.	Le théorème de Pythagore fournit l'occasion de calculer des racines carrées de nombres positifs dans

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
		des cas qui relèvent d'une situation où le nombre calculé a une signification que l'élève peut identifier. On peut aussi rattacher le calcul d'une racine carrée à des problèmes où interviennent l'aire d'un carré et la mesure de son côté.
2. Calcul littéral	Réduire une expression littérale à une variable, du type : $3x - (4x - 2)$, $2x^2 - 3x + x^2$…	L'apprentissage du calcul littéral doit être conduit très progressivement en recherchant des situations qui permettent aux élèves de donner du sens à l'introduction de ce type de calcul. Le travail proposé s'articule sur deux axes : – utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques – utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes divers. Les situations proposées aux élèves doivent exclure tout type de virtuosité et répondre chaque fois à un objectif précis (résolution d'une équation, gestion d'un calcul numérique). On évitera en particulier les expressions à plusieurs variables introduites *a priori*.
Développement.	Sur des exemples numériques ou littéraux, développer une expression du type $(a + b)(c + d)$. Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.	Les activités de développement poursuivent celles de 5^e en utilisant l'identité $k(a + b) = ka + kb$. L'introduction progressive des lettres et des nombres relatifs s'intégrant aux expressions algébriques représente une difficulté importante qui doit être prise en compte. À cette occasion, le test d'une égalité par substitution de valeurs numériques aux lettres prendra tout son intérêt. Le développement de certaines expressions du type $(a + b)(c + d)$ peut conduire à des simplifications d'écriture, mais les identités remarquables ne sont pas au programme. L'objectif est d'apprendre aux élèves à développer pas à pas ce type d'expression en une somme de termes. La factorisation d'expressions analogues à $x(3x + 4) - 5(3x + 4)$ n'est pas au programme.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Applications.	Comparer deux nombres relatifs simples en écriture décimale ou fractionnaire. Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme a + b et a + c sont rangés dans le même ordre que b et c. Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ab et ac sont rangés dans le même ordre que b et c si a est strictement positif. Écrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice (quotient, racine carrée…).	À partir d'une interprétation graphique, on introduira le critère relatif au signe de la différence. Aucune connaissance n'est exigible lorsque a est négatif, mais ce cas sera évoqué pour montrer la nécessité de la condition a > 0 dans l'énoncé de la propriété envisagée.
Résolution de problèmes conduisant à des équations du premier degré à une inconnue.	Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.	Les problèmes issus d'autres parties du programme conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. On dégagera chaque fois sur des problèmes particuliers les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat. Tous les problèmes aboutissant à des équations produits, du type (x – 2) (2x – 3) = 0, sont hors programme.

C. Gestion de données, fonctions

Les notions essentielles relatives à cette rubrique ont été introduites ou approfondies en 6^e et 5^e. En 4^e ces notions seront fréquemment réinvesties dans les mêmes conditions que celles explicitées dans le programme de 5^e, avec une insistance particulière sur l'utilisation des moyens de calcul moderne.

Le lien avec les autres disciplines et avec l'éducation à la citoyenneté sera maintenu et renforcé. Comme en 5^e, le mot « fonction » sera employé, chaque fois que nécessaire, en situation, et sans qu'une définition formelle soit donnée.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Représentations graphiques. Proportionnalité	Utiliser, dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité sous la forme d'alignement de points avec l'origine.	On fera travailler les élèves à la fois sur des exemples et des contre-exemples de situations de proportionnalité.
2. Applications de la proportionnalité		
Vitesse moyenne.	Utiliser l'égalité d = vt pour des calculs de distance parcourue, de vitesse et de temps.	Les situations où interviennent des vitesses moyennes constituent des exemples riches où le traitement mathématique s'avère particulièrement pertinent, comme l'étude de la vitesse moyenne d'un trajet sur un parcours de 60 km, où l'aller se parcourt à 20 km. h^{-1} et le retour à 30 km. h^{-1}. Les compétences exigibles se réduisent aux vitesses mais d'autres situations de changements d'unités méritent d'être envisagées : problèmes de change monétaire, consommation de carburant d'un véhicule en litres pour 100 kilomètres ou en kilomètres parcourus par litre.
Grandeurs quotients courantes	Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).	
Calculs faisant intervenir des pourcentages.		En liaison avec d'autres disciplines (géographie,…), la notion d'indice pourra être présentée comme un cas particulier du cœfficient de proportionnalité, donnant lieu à illustrations et calculs mais en aucun cas à des développements théoriques.
	Mettre en œuvre la proportionnalité dans des situations simples utilisant à la fois des pourcentages et des quantités ou des effectifs.	Des situations issues de la vie courante ou des autres disciplines demandent de mettre en œuvre à la fois un cœfficient de proportionnalité, sous forme de pourcentage ou d'indice, et des quantités ou des effectifs. Par exemple, connaissant

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
		le pourcentage d'un caractère dans deux groupes d'effectifs différents, déterminer le pourcentage obtenu après réunion des deux groupes.
3. Statistiques Effectifs cumulés, fréquences cumulées.	Calculer des effectifs cumulés, des fréquences cumulées.	
Moyennes pondérées.	Calculer la moyenne d'une série statistique. Calculer une valeur approchée de la moyenne d'une série statistique regroupée en classes d'intervalles	L'élève sera confronté à des situations courantes où la méthode de calcul est à remettre en cause : par exemple, les différences constatées entre la moyenne annuelle des notes d'un élève calculée à partir de l'ensemble des notes de l'année ou à partir de la moyenne des moyennes trimestrielles.
Initiation à l'utilisation de tableurs-grapheurs.		Les tableurs-grapheurs, utilisés dès la 5^e en technologie, introduisent une nouvelle manière de désigner une variable : par l'emplacement de la cellule où elle se trouve dans un tableau. Cette nouveauté est un enrichissement pour des utilisations dont on pourra donner des exemples. Pour les graphiques des choix successifs sont proposés, ils conduisent naturellement à examiner leur pertinence pour l'illustration d'une situation donnée.

Accompagnement des programmes du cycle central 5^e-4^e

SOMMAIRE

Ce document présente quelques réflexions pour préciser certaines orientations du programme de mathématiques du cycle central du collège.

Première partie

Configurations, constructions et transformations

En géométrie dans l'espace, les solides permettant une construction à partir de patrons sont introduits avant la sphère. En classe de 4^{e}, on propose ainsi l'étude des pyramides et cônes de révolution, dont le développement sous forme de patron correspond à une mise en œuvre poussée de la proportionnalité (ce n'est donc pas une compétence exigible). La sphère, antérieurement étudiée en classe de 4^{e}, sera proposée en classe de 3^{e}, en même temps que les problèmes de sections planes.

Dans les configurations et transformations planes, le souci a été d'introduire une progressivité à la fois dans les contenus présentés et dans les démarches mises en place. Il s'agit notamment de porter sur les objets géométriques un regard qui provienne de points de vue évolutifs. C'est ainsi que la perception du plan tout entier comme « espace géométrique » est forcément précédée par la confrontation des configurations présentées par des figures. Le recours à des transformations est une démarche à faire acquérir en vue de toutes les utilisations, tant techniques que scientifiques.

Le cycle central du collège a semblé être approprié au passage graduel d'une vision des figures à celle du plan tout entier. La translation convient pour marquer une telle évolution. Par certains côtés, tels que les conservations d'alignements, les distances et les angles, la translation est proche des symétries, donc s'intègre bien à un univers avec lequel les élèves sont familiarisés. Mais elle doit nécessairement être regardée comme une transformation, parce qu'en répétant une même translation on ne revient pas à son point de départ. Ce point de vue a paru suffisamment important pour que l'étude de la translation ne soit pas mélangée à d'autres acquisitions ; ainsi, ni les vecteurs, ni la projection, ni toute autre application n'ont été introduits en classe de 4^{e}. Le report de la présentation de la notion de vecteur ne soulève pas de problèmes de liaison avec les autres disciplines. C'est la composition de translations différentes qui rendra utile l'introduction des vecteurs.

Dans la situation de Thalès pour le triangle, tous les résultats de proportionnalité utiles sont présentés à partir de la situation obtenue en faisant couper deux sécantes par deux parallèles ; le point d'appui pris sur la situation d'un triangle avec les milieux de ses côtés, en autorisant une justification partielle, en facilite l'introduction. De tels résultats permettent de définir le cosinus d'un angle aigu.

En ce qui concerne la caractérisation angulaire du parallélisme, le programme conduit à mettre l'accent sur l'identification de la symétrie centrale que présente la figure constituée par deux parallèles et une sécante, et il ne cite pas l'axiome d'Euclide. Il ne s'agit donc pas de présenter systématiquement cet axiome, mais il n'est pas pour autant exclu de l'évoquer dans une classe où une discussion se trouverait engagée sur les résultats que la caractérisation angulaire du parallélisme met en œuvre.

Repérage, distances et angles

Le souci de progressivité conduit à une évolution dans la manière d'employer les coordonnées. Par exemple, on peut parler d'un point d'abscisse $-\frac{4}{3}$ sur une droite graduée dès la classe de 5^{e}, mais il sera alors situé grâce à une approximation du quotient ; le placement du point par une construction utilisant le résultat de Thalès est prévu en classe de 3^{e}.

L'inégalité triangulaire apparaît dès la classe de 5^{e}, puisque les constructions de triangles amènent naturellement à l'envisager ; il s'agit simplement de savoir, par exemple, qu'il est inutile de tenter de construire un triangle dont les côtés auraient pour longueurs respectives 10 cm, 15 cm et 26 cm, ou qu'un « triangle » de côtés 11 cm, 15 cm et 26 cm sera aplati.

Nombres et calcul numérique

La progressivité recherchée pour les apprentissages apparaît dans les compétences exigibles relatives aux techniques opératoires.

En ce qui concerne les décimaux, en classe de 5^{e}, on approfondit le travail engagé en classe de 6^{e} (division, enchaînement des opérations). La maîtrise des quatre opérations sur les décimaux relatifs est exigible en classe de 4^{e}.

En ce qui concerne les nombres en écriture fractionnaire, en classe de 5^e, on opère sur ces nombres qui ont été définis en classe de 6^e (on pourra se limiter aux nombres positifs, afin de faciliter l'apprentissage des règles opératoires) et on vise la maîtrise des quatre opérations en classe de 4^e. La forme irréductible de ces nombres n'est ni à rechercher systématiquement ni exigible : d'une part, 5/100 ou 2/10 sont porteurs de sens et peut-être, dans certains cas, à préférer à 1/20 ou 1/5 ; d'autre part, les moyens pour la déterminer systématiquement ne sont pas encore disponibles.

Les questions posées par le calcul sur les nombres fractionnaires amènent à élargir le travail effectué à propos de la division en classe de 6^e, classe où le calcul du quotient et du reste dans la division euclidienne d'un entier par un autre entier, à un ou deux chiffres, est une compétence exigible. On travaille, au cycle central, sur multiples et diviseurs et, au passage, sur des critères de divisibilité, que ce soit à propos des fractions ou à propos de la recherche d'un ordre de grandeur. On prépare ainsi le travail, pour la classe de 3^e, sur les fractions irréductibles ; en particulier, on maintient les acquis de 6^e sur la division euclidienne de a par b, en vue de la recherche de leur plus grand commun diviseur en classe de 3^e, en exploitant la représentation, sur la droite, des différents multiples de b.

La maîtrise des techniques opératoires s'acquiert grâce à des activités, spécialement la résolution de problèmes (prenant appui sur la géométrie, la gestion de données, les autres disciplines ou la vie courante) ; c'est alors que cette maîtrise prend sens, en particulier à propos de la proportionnalité. Ce contexte permet de travailler le sens des opérations et de distinguer la nature des nombres manipulés : valeurs exactes, valeurs affichées à l'écran d'une calculatrice, valeurs approchées à une précision donnée. On sera, à l'occasion, amené à écrire des encadrements.

Les commentaires du programme insistent sur le maintien, tout au long du collège, de l'entraînement à la pratique des diverses opérations à la main, mentalement et à la machine. En particulier, le calcul mental permet la consolidation de connaissances, dont celle des tables de multiplication, ainsi que le contrôle de l'utilisation de la calculatrice, en déterminant l'ordre de grandeur du résultat.

Calcul littéral

L'acquisition des techniques de calcul faisant appel à des lettres est l'un des points délicats de l'enseignement des mathématiques. Les techniques modernes de traitement de données, dont la majorité des élèves sera amenée à se servir, supposent une bonne maîtrise du calcul littéral et la rendent encore plus indispensable. Les programmes du cycle central organisent une progressivité des apprentissages, aussi bien en calcul littéral que dans l'approche des notions d'équation et d'identité. Ces apprentissages s'appuient sur la résolution de nombreux problèmes, laquelle nécessite l'emploi de lettres pour désigner des inconnues, des indéterminées ou des variables.

En classe de 5^e, la substitution de nombres à des lettres permet, comme en classe de 6^e, d'exécuter des calculs numériques, de comprendre et de maîtriser les règles d'écriture d'expressions littérales. Cette substitution, accompagnée de la constitution de tableaux de nombres et de la construction de points dans un plan muni d'un repère, prépare à la notion de fonction.

Dans cette classe, si on poursuit le travail d'initiation à la résolution d'équations par référence au sens des opérations (recherche d'un nombre inconnu dans une opération), on approche également la notion d'équation ou d'inéquation par la pratique de tests. À ce niveau, tester la véracité d'une égalité ou d'une inégalité littérales pour des valeurs numériques permet de donner au signe d'égalité une signification différente de celle qu'il a dans l'exécution de calculs (commande EXE de certaines calculatrices). Le travail ainsi engagé en classe de 5^e prépare l'étude, en classe de 4^e, de la conservation des égalités et des inégalités, ainsi que celle de la résolution d'équations.

Quant à celui effectué sur la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, il ne se limite pas à des exemples numériques ; de ce fait, il conduit à un premier contact avec l'idée d'identité.

Le calcul littéral au sens de transformation d'écritures se développe en classe de 4^e. Les tests proposés dans ce cadre mettent alors en jeu les notions d'exemples, de contre-exemples, de cas particulier en opposition au cas général ; ce sera l'occasion d'initier les élèves au raisonnement par contre-exemple.

Statistique

Au collège, l'enseignement de statistique descriptive a pour objectif de familiariser progressivement les élèves avec la démarche consistant à synthétiser, sous forme numérique ou graphique, des informations recueillies sur l'ensemble des éléments d'une population. L'essentiel de l'activité des élèves consiste à exploiter, de façon raisonnée, des documents adaptés à chaque classe, afin de développer leur autonomie dans ce domaine ; ces documents gagnent à être choisis en concertation avec d'autres disciplines.

Pour faciliter l'interprétation et l'analyse critique des résultats obtenus, chaque apprentissage est étalé sur deux années de collège. Ainsi, en classe de 5^{e}, on poursuit la présentation de relevés statistiques sous forme de tableaux ou de graphiques abordée en classe de 6^{e}, en s'intéressant à la pertinence du choix des classes et du mode de représentation graphique retenus. De même, les notions d'effectifs et de fréquences introduites en classe de 5^{e} trouvent un prolongement en classe de 4^{e}, avec les effectifs cumulés et les fréquences cumulées.

Avec la moyenne d'une série statistique, qui ne constitue pas une réelle nouveauté pour les élèves, on aborde en classe de 4^{e} une nouvelle phase de la synthèse des informations recueillies. Le programme insiste sur la distinction entre le cas où l'on dispose de données sur l'ensemble des éléments de la population étudiée et celui où les données concernent un regroupement de la population en classes d'intervalles ; dans ce dernier cas, la méthode mise en œuvre ne permet d'obtenir qu'une valeur approchée de la moyenne de la population.

Sans introduire de nouveaux indicateurs de la tendance centrale d'une population, il peut être intéressant de faire observer aux élèves, dès la classe de 4^{e}, que la moyenne d'une population dont les éléments sont rangés par ordre croissant ne sépare pas ceux-ci, en général, en deux parties de même effectif.

En 5^{e} et en 4^{e}, la partie statistique fait intervenir d'autres rubriques du programme, les activités numériques et graphiques s'appuyant très largement sur la proportionnalité ; elle peut donc contribuer à donner du sens à ce concept dont l'acquisition est un des objectifs de l'enseignement des mathématiques au collège.

L'utilisation de tableurs-grapheurs offre la possibilité de limiter, à propos de quelques exemples nécessaires à une bonne compréhension des règles mises en jeu, le temps consacré à la réalisation manuelle des diagrammes figurant au programme. Avec ces logiciels, il est aussi possible de mener expérimentalement la recherche d'une répartition en classes, adaptée au problème posé, en visualisant rapidement les différentes allures des diagrammes associés.

Deuxième partie

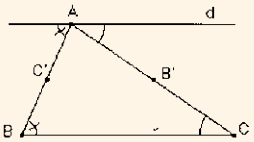
Raisonnement et démonstration en géométrie

Ce paragraphe ne concerne que la géométrie, bien que la démonstration s'applique à d'autres domaines. On peut citer, à titre d'exemple, l'examen de la compatibilité entre l'ordre et la multiplication, qui oblige à procéder par disjonction des cas, ou l'utilisation de contre-exemples en calcul littéral.

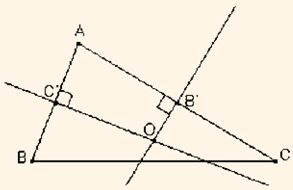
Les programmes prévoient une progression dans l'apprentissage de la démonstration. Déjà pour la classe de 6^{e}, les commentaires indiquent que *« les travaux géométriques permettront aussi la mise en place de courtes séquences déductives s'appuyant par exemple sur la définition du cercle et les propriétés d'orthogonalité et de parallélisme ».* Ceux du programme de 5^{e} signalent que *« la symétrie centrale ou la caractérisation angulaire du parallélisme permettent de démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à 180° »* et que la caractérisation de la médiatrice *« permet de démontrer que les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes ».*

Pour tout le cycle central, il est de la responsabilité du professeur, en fonction de ses élèves, de décider de l'opportunité de démontrer certains résultats du cours (leur statut, admis sur conjecture ou établi, doit cependant être clair) et d'organiser des étapes de recherche et de rédaction.

Le travail amorcé en classe de 6^e sur la notion de figure se poursuit : les constructions, éventuellement à l'aide d'outils informatiques ou de schémas à main levée, conduisent à la reconnaissance puis à l'énoncé de propriétés. Ces activités habituent les élèves à expérimenter et à conjecturer ; c'est ainsi que les élèves sont conduits à formuler des raisonnements dont certains prendront progressivement, au cours du cycle central, la forme de démonstrations.



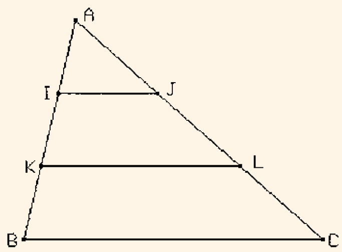
Par exemple, en classe de 5^e, pour établir le résultat sur la somme des angles d'un triangle, on mobilise deux fois le même pas de démonstration, qui consiste à utiliser une symétrie centrale pour établir une égalité d'angles.



Dans le cas du concours des médiatrices d'un triangle, c'est la caractérisation de la médiatrice d'un segment à l'aide de l'équidistance qui intervient. Elle est mobilisée deux fois dans un sens et une fois dans l'autre sens.

En classe de 4^e, on demande de façon plus systématique de repérer et de mettre en œuvre les théorèmes appropriés. Le recours, si besoin est, à plusieurs pas de démonstration amène à comprendre le changement de statut d'une assertion au fil d'une démonstration : un résultat intermédiaire est une conclusion dans un pas de démonstration et une hypothèse dans un pas ultérieur.

Par exemple, à propos des « triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes », l'étude d'un cas particulier de « l'égalité des rapports » (valeur 1/3) repose sur une telle démarche.



On a coupé un des côtés d'un triangle ABC en trois segments de même longueur : AI = IK = KB.

Par I et K, on a mené les parallèles au côté [BC], qui coupent [AC] en J et L respectivement. À l'aide des résultats sur les milieux de deux côtés d'un triangle, on souhaite établir que le côté [AC] se trouve lui aussi coupé en trois régulièrement :

AJ = JL = LC.

On pourra remarquer que, contrairement aux deux cas évoqués pour la classe de 5^e, l'évidence « visuelle » du résultat ne fait ici guère de doute ; la question qui se pose est donc celle de l'établir au moyen des résultats déjà acquis.

La première des deux égalités ci-dessus est simple à établir dès que l'on a remarqué que I est le milieu de [AK]. Le second (dans l'ordre des programmes) théorème des milieux appliqué au triangle AKL permet alors de conclure. La seconde égalité est autrement plus difficile et il se peut très bien que, dans une classe, l'idée du tracé d'un segment auxiliaire convenable, par exemple celui du segment [BJ], ne surgisse pas d'elle-même et doive être indiquée par le professeur. La mise en forme de la démonstration a tout son intérêt dans un cas comme dans l'autre. Notons M le point d'intersection des droites (BJ) et (KL). Le second (dans l'ordre des programmes) théorème des milieux appliqué au triangle BIJ permet de conclure que le point M est le milieu de [BJ]. Ce résultat acquis devient alors une hypothèse, qui permet à nouveau l'application du second théorème des milieux, cette fois au triangle JBC, pour conclure que L est le milieu de [IC]. Ainsi, deux pas de démonstration enchaînés ont conduit à la conclusion : JL = LC.

Si l'on considère la même figure, mais maintenant avec les hypothèses que les côtés du triangle sont coupés en trois segments de même longueur : AI = IK = KB et AJ = JL = LC, la démonstration du parallélisme des droites (IJ), (KL) et (BC) repose sur la même idée de tracé d'un segment auxiliaire. Mais on s'aperçoit que la démonstration suppose ici l'utilisation des deux théorèmes des milieux.

La différence des compétences mises en jeu par la recherche d'une démonstration et par sa rédaction se trouve ainsi bien mise en évidence.

Les problèmes de construction

Le tracé est une chose, sa description raisonnée en est une autre. Les élèves sont amenés à mettre en œuvre des définitions ou des propriétés caractéristiques de figures géométriques et des propriétés d'une transformation qui agit sur ces figures. L'intérêt d'une construction porte plus sur la procédure utilisée que sur l'objet obtenu. La justification qui l'accompagne est une occasion de raisonnement. L'existence d'une solution dans l'un ou l'autre problème de construction peut se poser sans que, pour autant, elle soit soulevée de façon systématique et formalisée. En outre, l'examen d'une figure géométrique peut conduire à un inventaire (non nécessairement exhaustif) de ses propriétés, puis à un choix de certaines d'entre elles en vue d'une construction. Ces propriétés retenues jouent alors le rôle d'hypothèses, les autres de conclusions. Une telle démarche contribue à la compréhension du statut d'un énoncé dans une démonstration.

La proportionnalité

La proportionnalité est un concept capital. Elle est indispensable pour l'étude et la compréhension des relations entre grandeurs physiques ; sous l'aspect des pourcentages, elle joue un rôle essentiel dans la vie du citoyen. Sa bonne appréhension par les élèves est fondamentale, son apprentissage ne peut être que progressif. L'étude de situations familières permet de développer chez les élèves un « mode de pensée proportionnel ». C'est en classe de 3^{e} que les fonctions linéaires sont introduites pour modéliser les situations de proportionnalité.

Dans le cycle central, particulièrement en classe de 4^{e}, la proportionnalité constitue un fil directeur commun à la plupart des rubriques du programme, en géométrie, en organisation des données, en calcul numérique.

Plus précisément, on apprend aux élèves à reconnaître et à traiter des situations de proportionnalité.

Ainsi, en classe de 5^{e}, on met en évidence et on détermine un coefficient de proportionnalité, par exemple dans un tableau de nombres, dans des changements d'unités ou pour la reconnaissance d'un mouvement uniforme. Les situations de la vie courante sont privilégiées. Les exemples suggérés dans la rubrique « organisation et gestion des données » permettent aussi de mettre en évidence des contre-exemples de situations de proportionnalité.

En classe de 4^{e}, de tels coefficients sont appliqués dans l'étude de certains problèmes : propriété de Thalès en géométrie, utilisation de pourcentages, calculs sur les fractions dans le domaine numérique ; en effet, celles-ci constituent un instrument d'écriture bien adapté à l'expression de la proportionnalité. On introduit les unités-quotients à propos de la vitesse. Les élèves ont pu être amenés à faire usage des km. h-1 dès la classe de 5^{e}, mais les problèmes proposés à ce niveau ne mobilisaient que la relation entre l'espace parcouru et la durée dans un mouvement uniforme.

Calculatrices

Les nouveaux programmes proposés pour le collège font apparaître la nécessité d'un travail avec des calculatrices, tout en veillant à ce que chacun acquière des connaissances suffisantes en calcul écrit et mental. Il s'agit de conduire tous les élèves du cycle central à une maîtrise des calculatrices scientifiques élémentaires. La calculatrice est un objet courant et une utilisation optimale nécessite un apprentissage sur plusieurs points, notamment :

– la prise en compte des risques de manipulations erronées (par exemple, un calcul comme $\frac{356 + 58}{77}$ conduit la plupart du temps à des erreurs si un apprentissage spécifique n'est pas entrepris) ;

– l'utilisation des mémoires dans des séquences de calcul ;

– le calcul avec des écritures scientifiques (puissances de 10) et notamment les touches EE ou EXP des calculatrices ;

– l'utilisation de la touche COS et de la touche $\sqrt{\ }$;

– le contrôle des ordres de grandeur (le contrôle de l'ordre de grandeur et de la vraisemblance des résultats peut se faire à l'aide du calcul mental).

Ordinateurs

Les ordinateurs sont aussi des outils ordinaires dans le monde d'aujourd'hui. L'usage raisonné de plusieurs types de logiciels est particulièrement adapté en mathématiques ; il en est ainsi des tableurs, des logiciels de construction géométrique et des logiciels de calcul formel.

Les tableurs, étudiés en technologie, présentent un grand intérêt pour l'étude de nombreuses données numériques et la réalisation de nombreux calculs ainsi que leur présentation sous forme de tableaux. Ces logiciels peuvent aussi

être utilisés pour l'apprentissage de l'algèbre à travers l'étude et la construction de formules ; ils fournissent également, en association avec un grapheur, un moyen puissant de représenter des données sous forme graphique.
Les logiciels de construction géométrique ont aussi un rôle à jouer dans l'apprentissage de la notion de figure géométrique, par l'éclairage nouveau qu'ils donnent au rôle des propriétés dans les figures. Ils permettent, en déplaçant les points tout en conservant les propriétés, de donner aux élèves une vision plus générale de la figure. On peut ainsi faciliter l'accès à des conjectures, au raisonnement et à la démonstration. Les logiciels de géométrie dans l'espace peuvent aussi contribuer à une meilleure perception des figures.
Les logiciels de calcul formel permettent de construire des situations d'apprentissage intéressantes pour les calculs avec les fractions, les racines carrées, le traitement des expressions algébriques ou la résolution d'équations. Ils comportent des modules pour le tracé de représentations graphiques.
Enfin, l'usage d'ordinateurs dans l'enseignement des mathématiques participe, notamment avec la technologie, à la formation générale des élèves en les familiarisant avec les objets et les actions courantes comme la gestion des fichiers, la sauvegarde, l'impression.
Le développement des réseaux multiplie par ailleurs les possibilités d'échanges de toute nature (courrier, fichiers, images, sons) et peut permettre d'enrichir l'enseignement.

Troisième partie

Contribution de l'enseignement des mathématiques à l'étude des problèmes de notre temps

L'enseignement des mathématiques peut apporter une contribution à ces différents aspects de la formation que sont l'éducation à la citoyenneté, l'éducation à l'orientation, l'éducation à l'environnement. (Quand, ici, il est question d'environnement, il s'agit aussi bien d'environnement socio-économique que d'environnement culturel ou d'environnement naturel.)

Le professeur de mathématiques peut participer à la formation du citoyen dans l'exercice même de ses fonctions, sans avoir, pour ce faire, besoin de lancer ses élèves dans des activités qui s'écarteraient par trop de sa discipline d'enseignement.

Méthodes

La pratique des mathématiques conduit les élèves à acquérir des méthodes, qui sont efficaces aussi bien pour améliorer la compréhension de phénomènes que pour étayer des prises de décision ou aider à agir.
L'enseignement des mathématiques dote les élèves d'outils de représentation de toute nature (figures et graphiques, certes, mais aussi symboles et formules). Les représentations sont autant d'outils de préhension, permettant d'éclairer certains aspects de la réalité et, dans le même mouvement, de prendre de la distance par rapport à ce qui est observé. Ce sont essentiellement les mathématiques qui ont la charge de développer leur apprentissage, qu'au regard des exigences de notre temps on peut désigner comme une « alphabétisation ».

Les représentations sont elles-mêmes des objets d'activité mathématique. Grâce à la modélisation, il est, par exemple, possible d'anticiper sur des évolutions et donc de disposer d'instruments d'aide à la décision. De plus, dans un environnement suffisamment complexe, une pratique courante est d'actionner des commandes au vu de représentations, tel un navigateur fixant son cap en suivant sa position sur une carte. Dans de tels cas, la bonne interprétation des représentations mises à disposition est indispensable à une action adéquate.

L'activité intellectuelle procurée par les mathématiques développe également des habitudes de pensée. Les mathématiques, école de rigueur, sont aussi une discipline qui apprend à se poser des questions. Et répondre ne pourra résulter de pétitions de principe ou d'arguments d'autorité, mais obligera à énoncer ses présupposés, à justifier les traitements entrepris et les résultats atteints. Pour la formation du citoyen, de telles attitudes sont fondamentales.

Contenus

Les objets mathématiques correspondent plus ou moins directement à des objets de notre environnement, naturels ou produits par l'homme. La plupart des phénomènes permettent d'observer des grandeurs ; l'étude de ces grandeurs conduit à s'intéresser aux rapports qui existent entre elles.

Pour certains élèves, les réinvestissements de ce qu'ils voient dans un domaine se font sans difficulté dans d'autres domaines. D'autres ont besoin d'être aidés pour cela, notamment afin de comprendre l'usage qu'ils peuvent faire des mathématiques pour l'étude et la maîtrise de leur environnement. La contribution des autres disciplines peut jouer un rôle facilitateur de tels transferts. Pour beaucoup d'élèves, les **occasions d'apprendre** ne suffisent pas, il ont besoin en plus d'avoir des **raisons d'apprendre.** Des situations extraites de leur environnement peuvent donner du sens à leurs apprentissages, en leur faisant percevoir la portée pratique des concepts étudiés en mathématiques.

La géométrie est une partie des mathématiques où l'on rencontre des objets dont certains sont très familiers ; c'est ainsi un domaine où la mise en relation de la formation mathématique avec l'univers naturel ou construit est très évidente et peut s'avérer fructueuse. Dans le domaine de la gestion des données, il n'y a que des avantages à travailler sur des situations authentiques, concernant, par exemple, l'environnement. Les données peuvent être extraites de relevés ou résulter d'activités d'enquêtes conduites par les élèves. Dans les deux cas, les aller et retour entre la mesure brute des quantités et les mesures relatives, sous forme de rapports, ont un caractère hautement formateur.

Classe de Troisième

Organisation des enseignements du cycle d'orientation de collège (classe de troisième)

Arrêté du 26 décembre 1996 – (*BO* n° 5 du 30 janvier 1997)

Article 1er – Les horaires des enseignements obligatoires et facultatifs applicables aux élèves du cycle d'orientation de collège (classe de troisième) sont définis en annexe du présent arrêté.

Article 2 – Les classes de troisième sont organisées en troisième à option langue vivante 2 et en troisième à option technologie. Le choix de l'une ou de l'autre ou d'une troisième en lycée professionnel appartient aux parents ou au responsable légal.

Article 3 – Les élèves de troisième à option langue vivante 2 peuvent choisir un ou deux enseignements optionnels facultatifs de latin, grec ou langue régionale.

Les élèves de troisième à option technologie peuvent choisir un enseignement optionnel facultatif de deuxième langue vivante.

Article 4 – En vue de remédier à des difficultés scolaires importantes, le collège peut mettre en place un dispositif spécifique dont les horaires et les programmes sont spécialement aménagés sur la base d'un projet pédagogique inscrit dans le cadre des orientations définies par le ministre chargé de l'éducation nationale.

L'admission d'un élève dans ce dispositif est subordonnée à l'accord des parents ou du responsable légal.

Article 5 – Le présent arrêté est applicable à compter de l'année scolaire 1999-2000 en classe de troisième.

Le nouveau dispositif d'enseignement des langues anciennes entre en vigueur à la rentrée scolaire 1998 dans le cycle d'orientation.

Article 6 – Sont abrogés, à compter de l'année scolaire 1999-2000, l'arrêté du 22 décembre 1978 fixant les horaires et effectifs des classes de troisième des collèges ainsi que les dispositions de l'arrêté du 9 mars 1993 modifiant l'arrêté du 9 mars 1990 susvisé, pour ce qui concerne l'organisation pédagogique des classes de troisième technologique implantées en collège.

L'organisation pédagogique des classes de troisième technologique implantées en lycée professionnel reste fixée par l'arrêté du 9 mars 1990.

Article 7 – Le directeur des lycées et collèges est chargé de l’exécution du présent arrêté qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait à Paris,
le 26 décembre 1996

Pour le ministre de l’éducation nationale,
de l’enseignement supérieur
et de la recherche et par délégation

Le directeur des lycées et collèges

Alain BOISSINOT

Horaires des enseignements applicables aux élèves du cycle d'orientation de collège (classes de 3^{e})

Enseignements obligatoires	3^{e} à option langue vivante 2	3^{e} à option technologie
Français	4 h 30	4 h 30
Mathématiques	4 h	4 h
Première langue vivante étrangère	3 h	3 h
Histoire-Géographie-Éducation civique	3 h 30	3 h
Sciences de la Vie et de la Terre	1 h 30	1 h 30
Physique-Chimie	2 h	1 h 30
Technologie	2 h	
Enseignements artistiques (arts plastiques, éducation musicale)	2 h	2 h
Éducation physique et sportive	3 h	3 h
Enseignements optionnels		
Obligatoires		
Deuxième langue vivante (**)	3 h	
Technologie		5 h (*)
Facultatifs		
Latin	3 h	
Grec	3 h	
Langue régionale (***)	3 h	
Deuxième langue vivante (**)		3 h

(*) Enseignement en groupes à effectifs allégés.
(**) Langue étrangère ou régionale.
(***) Cette option peut être proposée à un élève ayant choisi une deuxième langue vivante étrangère au titre de l'enseignement optionnel obligatoire.

Programmes des classes de troisième des collèges

Arrêté du 15 septembre 1998 – (BOHS n° 10 du 15 octobre 1998)

Vu L. d'orient. n° 89-486 du 10-7-1989, mod. ; D. n° 90-179 du 23-2-1990 ; D. n° 96-465 du 29-5-1996 ; A. du 14-11-1985, mod. par arrêtés des 26-1-1990, 10-7-1992 et 3-11-1993 ; A. du 22-11-1995 ; A. du 10-1-1997 ; A. du 24-7-1997 ; Avis du CNP ; Avis du CSE du 2-7-1998.

Article 1er – Les programmes applicables à compter de la rentrée scolaire 1999 en classe de troisième dans toutes les disciplines à l'exception de ceux de deuxième langue vivante et en classe de troisième à option technologie à l'exception de ceux d'histoire-géographie, d'éducation civique, de physique-chimie et de technologie, sont fixés en annexe au présent arrêté.

Article 2 – Les dispositions contraires au présent arrêté figurant en annexe de l'arrêté du 14 novembre 1985 susvisé deviennent caduques à compter de la rentrée scolaire 1999.

Article 3 – Le directeur de l'enseignement scolaire est chargé de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait à Paris,
le 15 septembre 1998

Pour le ministre de l'éducation nationale,
de la recherche
et de la technologie et par délégation

Le directeur de l'enseignement scolaire

Bernard TOULEMONDE

I – Présentation

Les objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques décrits pour les classes antérieures demeurent tout naturellement valables pour la classe de troisième : apprendre à relier des observations à des représentations, à relier ces représentations à une activité mathématique et à des concepts.

À la fin de cette classe terminale du collège, les élèves ont

– acquis des savoirs en calcul numérique (nombres décimaux et fractionnaires, relatifs ou non, outil proportionnel) et en calcul littéral ;

– acquis des éléments de base en statistiques, en vue d'une première maîtrise des informations chiffrées ;

– appris à reconnaître, dans leur environnement, des configurations du plan et de l'espace et des transformations géométriques usuelles.

Ils disposent aussi de connaissances et d'outils sur lesquels se construira l'enseignement au lycée.

Comme dans les classes antérieures, la démarche suivie dans l'enseignement des mathématiques renforce la formation intellectuelle des élèves, et concourt à celle du citoyen, en développant leur aptitude à chercher, leur capacité à critiquer, justifier ou infirmer une affirmation, et en les habituant à s'exprimer clairement aussi bien à l'oral qu'à l'écrit.

On poursuivra les études expérimentales (calculs numériques avec ou sans calculatrice, représentations à l'aide ou non d'instruments de dessin et de logiciels) en vue d'émettre des conjectures et de donner du sens aux définitions et aux théorèmes. On veillera, comme par le passé, à ce que les élèves ne confondent pas conjecture et théorème ; ils seront le plus souvent possible, en classe et en dehors de la classe, mis en situation d'élaborer et de rédiger des démonstrations. On privilégiera l'activité de l'élève, sans négliger les temps de synthèse qui rythment les acquisitions communes.

L'ensemble des activités proposées dans cette classe permet de faire fonctionner les acquis antérieurs et de les enrichir. Les activités de formation, qui ne peuvent se réduire à la mise en œuvre des compétences exigibles, seront aussi riches et diversifiées que possible.

Le programme de la classe de troisième a pour objectif de permettre :

- en géométrie

– de compléter d'une part, la connaissance de propriétés et de relations métriques dans le plan et dans l'espace, d'autre part, l'approche des transformations par celle de la rotation,

- de préparer l'outil calcul vectoriel, qui sera exploité au lycée ;
- dans le domaine numérique :

– d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres rationnels,

– d'amorcer les calculs sur les radicaux,

– de faire une première synthèse sur les nombres avec un éclairage historique et une mise en valeur de processus algorithmiques,

– de compléter les bases du calcul littéral et d'approcher le concept de fonction ;

• dans la partie « organisation et gestion de données » :

– de poursuivre l'étude des paramètres de position d'une série statistique,

– d'aborder l'étude de paramètres de dispersion en vue d'initier les élèves à la lecture critique d'informations chiffrées.

La rédaction de ce programme tend à :

– souligner la continuité et la cohérence des apprentissages, débutés en sixième,

– dégager clairement les points forts.

Il est tenu compte, dans la rédaction de ce programme, des rééquilibrages intervenus au cycle central et des informations recueillies lors de diverses évaluations des acquis mathématiques des élèves de troisième.

Le vocabulaire et les notations nouvelles (sin, tan, $\mapsto$, $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$) seront introduits, comme dans les classes antérieures, au fur et à mesure de leur utilité ; la notation f(x) sera introduite avec prudence, en distinguant bien le rôle joué ici par les parenthèses, de celui qu'elles ont ordinairement dans le calcul littéral. Les symboles $\sqrt{}$, $\leq$, $\geq$, $\approx$, ont été introduits au cycle central ; leur signification sera confirmée.

Le travail personnel des élèves, en classe et en dehors de la classe, est essentiel à leur formation, comme dans les classes antérieures. Les devoirs de contrôle sont d'abord destinés à vérifier l'acquisition des compétences exigibles. Les autres travaux peuvent avoir des objectifs beaucoup plus larges et revêtir des formes diverses, permettant éventuellement la prise en compte de la diversité des projets des élèves. La régularité d'un travail extérieur à la classe est importante pour les apprentissages. En particulier, les travaux individuels de rédaction concourent efficacement à la mémorisation des savoirs et savoir-faire, au développement des capacités de raisonnement et à la maîtrise de la langue ; la correction individuelle du travail d'un élève est une façon de reconnaître la qualité de celui-ci et de permettre à son auteur de l'améliorer, donc de progresser.

II – Explicitations des contenus de la classe de 3e

Il est rappelé que le professeur a toute liberté dans l'organisation de son enseignement à condition que soient atteints les objectifs visés par le programme.

A. Travaux géométriques

Les objectifs des travaux géométriques demeurent ceux des classes antérieures du collège : représentation d'objets usuels du plan et de l'espace ainsi que leur caractérisation, calcul de grandeurs attachées à ces objets, poursuite du développement des capacités de découverte et de démonstration, mises en œuvre en particulier dans des situations non calculatoires. Les configurations usuelles déjà étudiées sont complétées par les polygones réguliers pour le plan, et par la sphère pour l'espace ; de même les transformations du plan sont complétées par la rotation. Les travaux sur les configurations et les solides permettent de mobiliser largement les résultats des classes antérieures ; ceux-ci sont enrichis en particulier de la réciproque du théorème de Thalès et de l'étude de l'angle inscrit. On favorise ainsi le développement des capacités d'initiative des élèves sans exigence prématurée d'autonomie lors des évaluations. L'introduction de la notation vectorielle et de l'addition des vecteurs, qui constitue une initiation au calcul vectoriel, est l'un des aboutissements du travail effectué au cycle central sur le parallélogramme et la translation.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Géométrie dans l'espace Sphère	Savoir que la section d'une sphère par un plan est un cercle. Savoir placer le centre de ce cercle et calculer son rayon connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère. Représenter une sphère et certains de ses grands cercles.	On mettra en évidence les grands cercles de la sphère, les couples de points diamétralement opposés. On examinera le cas particulier où le plan est tangent à la sphère. On fera le rapprochement avec les connaissances que les élèves ont déjà de la sphère terrestre, notamment pour les questions relatives aux méridiens et parallèles.
Problèmes de sections planes de solides	Connaître la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête. Connaître la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe. Représenter et déterminer les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.	Des manipulations préalables (sections de solides en polystyrène par exemple) permettent de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes étudiées. Ce sera une occasion de faire des calculs de longueur et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. À propos de pyramides, les activités se limiteront à celles dont la hauteur est une arête latérale et aux pyramides régulières qui permettent de retrouver les polygones étudiés par ailleurs.
2. Triangle rectangle : relations trigonométriques, distance de deux points dans un repère orthonormé du plan	Connaître et utiliser dans le triangle rectangle les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux côtés du triangle. Utiliser la calculatrice pour déterminer des valeurs approchées : – du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné,	La définition du cosinus a été vue en quatrième. Le sinus et la tangente d'un angle aigu seront introduits comme rapports de longueurs ou à l'aide du quart de cercle trigonométrique. On établira les formules $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$. On n'utilisera pas d'autre unité que le degré décimal.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
	– de l'angle aigu dont on connaît le sinus, le cosinus ou la tangente. Le plan étant muni d'un repère orthonormé, calculer la distance de deux points dont on donne les coordonnées.	Le calcul de la distance de deux points se fera en référence au théorème de Pythagore, de façon à visualiser ce que représentent différence des abscisses et différence des ordonnées.
3. Propriété de Thalès	Connaître et utiliser dans une situation donnée les deux théorèmes suivants : – Soient d et d′ deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d′, distincts de A. Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$	Il s'agit d'un prolongement de l'étude faite en classe de quatrième. L'étude de la propriété de Thalès est l'occasion de traiter des situations de proportionnalité dans le cadre géométrique du plan et de l'espace. La réciproque est formulée en tenant compte de l'ordre relatif des points sur chaque droite. L'utilisation d'un logiciel de construction géométrique peut permettre de créer des situations reliées au théorème de Thalès, notamment lors des activités d'approche de la propriété par la mise en évidence de la conservation des rapports.
	– Soient d et d′ deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d, distincts de A. Soient C et N deux points de d′, distincts de A. Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points, A,B,M et les points A,C,N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.	Le travail de construction de points définis par des rapports de longueurs permet de mettre en évidence l'importance de la position relative de ces points sur la droite. On s'intéressera particulièrement au problème suivant : étant donnés deux points A et B, construire les points C de la droite (AB) sachant que le rapport $\frac{CA}{CB}$ a une valeur donnée sous forme de quotient d'entiers.
4. Vecteurs et translations Égalité vectorielle	Connaître et utiliser l'écriture vectorielle $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ pour exprimer que la translation qui transforme A en B transforme aussi C en D.	Cette rubrique prend en compte les acquis du cycle central sur les parallélogrammes et sur la translation. Elle est orientée vers la reconnaissance, dans les couples (A,A′), (B,B′), (C,C′)… de points homologues par une même translation, d'un même objet nommé vecteur. On écrira $\vec{u} = \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \dots$ L'un des objectifs est que les élèves se représentent un vecteur à partir d'une direction, d'un sens et d'une longueur.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
	Lier cette écriture vectorielle au parallélogramme ABDC éventuellement aplati.	On mettra en évidence la caractérisation d'une égalité vectorielle $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ à l'aide de milieux de [AD] et [BC] : Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors les segments [AD] et [BC] ont le même milieu. Si les segments [AD] et [BC] ont le même milieu, alors on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
Composition de deux translations ; somme de deux vecteurs	Utiliser l'égalité $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ et la relier à la composée de deux translations. Construire un représentant du vecteur somme à l'aide d'un parallélogramme.	Des activités de construction conduiront à l'idée que la composée de deux translations est une translation. À partir de ce résultat, à établir ou admettre, on définira la somme de deux vecteurs. On introduira le vecteur nul $\overrightarrow{0} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = ...$ ainsi que l'opposé d'un vecteur. Aucune compétence n'est exigible des élèves sur l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ ni, plus généralement, sur la soustraction vectorielle.
Coordonnées d'un vecteur dans le plan muni d'un repère	Lire sur un graphique les coordonnées d'un vecteur. Représenter, dans le plan muni d'un repère, un vecteur dont on donne les coordonnées. Calculer les coordonnées d'un vecteur connaissant les coordonnées des extrémités de l'un quelconque de ses représentants. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.	Les coordonnées d'un vecteur seront introduites à partir de la composition de deux translations selon les axes.
Composition de deux symétries centrales	Savoir que l'image d'une figure par deux symétries centrales successives de centres différents est aussi l'image de cette figure par une translation. Connaître le vecteur de la translation composée de deux symétries centrales.	Des activités de construction permettront de conjecturer le résultat de composition de deux symétries centrales. La démonstration sera l'occasion de revoir la configuration des milieux dans un triangle. On pourra utiliser, pour sa commodité, la notation $2\,\overrightarrow{AB}$ pour désigner $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$. Tout commentaire sur le produit d'un vecteur par un entier est hors programme, ainsi que la rotation « 0 » pour désigner la composée.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
5. Rotation, angles, polygones réguliers Images de figures par une rotation	Construire l'image par une rotation donnée d'un point, d'un cercle, d'une droite, d'un segment et d'une demi-droite.	Les activités porteront d'abord sur un travail expérimental permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures à partir desquelles seront dégagées des propriétés d'une rotation (conservation des longueurs, des alignements, des angles, des aires). Ces propriétés pourront être utilisées dans la résolution d'exercices simples de construction. Dans des pavages, on rencontrera des figures invariantes par rotation. Les configurations rencontrées permettent d'utiliser les connaissances sur les cercles, les tangentes, le calcul trigonométrique…
Polygones réguliers	Construire un triangle équilatéral, un carré, un hexagone régulier connaissant son centre et un sommet.	Les activités sur les polygones réguliers, notamment leur tracé à partir d'un côté, porteront sur le triangle équilatéral, le carré, l'hexagone et éventuellement l'octogone. Certaines d'entre elles pourront conduire à utiliser la propriété de l'angle inscrit. Les activités de recherche de transformations laissant invariant un triangle équilatéral ou un carré sont l'occasion de revenir sur les transformations étudiées au collège.
Angles inscrit	Comparer un angle inscrit et l'angle au centre qui intercepte le même arc.	On généralise le résultat relatif à l'angle droit, établi en classe de quatrième. Cette comparaison permet celle de deux angles inscrits interceptant le même arc, mais la recherche de l'ensemble des points du plan d'où l'on voit un segment sous un angle donné, autre qu'un angle droit, est hors programme.

B. Travaux numériques

Comme dans les classes antérieures, la résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue un objectif de cette partie du programme ; elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral. S'y ajoutent certains problèmes numériques purs, qui jouent un rôle dans l'appropriation de concepts importants, tels que ceux de racine carrée ou de fraction irréductible. Ce sont ces études qu'il convient de privilégier et non pas la technicité.

La pratique du calcul exact ou approché sous différentes formes complémentaires (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a les mêmes objectifs que dans les classes antérieures :

– maîtrise des règles opératoires de base,

– acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres,

– réflexion et initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre selon la situation.

Pour le calcul littéral, un des objectifs à viser est qu'il s'intègre aux moyens d'expression des élèves, à côte de la langue usuelle, de l'emploi des nombres ou des représentations graphiques. C'est en développant notamment des activités où le calcul littéral reste simple à effectuer et où il présente du sens, que le professeur permettra au plus grand nombre de recourir spontanément à l'écriture algébrique lorsque celle-ci est pertinente.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Écritures littérales ; identités remarquables	Factoriser des expressions telles que : $(x + 1)(x + 2) - 5(x + 2)$; $(2x + 1)^2 + (2x + 1)(x + 3)$. Connaître les égalités : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$; $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2\,ab + b^2$ et les utiliser sur des expressions numériques ou littérales simples telles que : $101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 200 + 1$, $(x + 5)^2 - 4 = (x + 5)^2 - 2^2$ $= (x + 5 + 2)(x + 5 - 2)$.	La reconnaissance de la forme d'une expression algébrique faisant intervenir une identité remarquable peut représenter une difficulté qui doit être prise en compte. Les travaux s'articuleront sur deux axes : – utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques ; – utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes. Les activités viseront à assurer la maîtrise du développement d'expressions simples ; en revanche, le travail sur la factorisation qui se poursuivra au lycée, ne vise à développer l'autonomie des élèves que dans des situations très simples. On consolidera les compétences en matière de calcul sur les puissances, notamment sur les puissances de 10.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
2. Calculs élémentaires sur les radicaux (racines carrées)		
Racine carrée d'un nombre positif	Savoir que, si a désigne un nombre positif, $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a. Sur des exemples numériques où a est un nombre positif, utiliser les égalités : $(\sqrt{a})^2 = a$, $\sqrt{a^2} = a$. Déterminer, sur des exemples numériques, les nombres x tels que $x^2 = a$, où a désigne un nombre positif.	La touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice, qui a déjà été utilisée en classe de quatrième, fournit une valeur approchée d'une racine carrée. Le travail mentionné sur les identités remarquables permet d'écrire des égalités comme $(\sqrt{2} - 1) \cdot (\sqrt{2} + 1) = 1$, $(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$.
Produit et quotient de deux radicaux	Sur des exemples numériques, où a et b sont deux nombres positifs, utiliser les égalités : $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, $\sqrt{a/b} = \sqrt{a} / \sqrt{b}$.	Ces résultats, que l'on peut facilement démontrer à partir de la définition de la racine carrée d'un nombre positif, permettent d'écrire des égalités telles que $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$, $\sqrt{4/3} = 2/\sqrt{3}$, $1 \sqrt{5} = \sqrt{5}/5$. On habituera ainsi les élèves à écrire un nombre sous la forme la mieux adaptée au problème posé.
3. Équations et inéquations du premier degré		
Ordre et multiplication	Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ab et ac sont dans le même ordre que b et c si a est strictement positif, dans l'ordre inverse si a est strictement négatif.	On pourra s'appuyer dans toute cette partie sur des activités déjà pratiquées dans les classes antérieures, notamment celles de tests par substitution de valeurs numériques à des lettres.
Inéquation du premier degré à une inconnue	Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques. Représenter ses solutions sur une droite graduée.	
Système de deux équations à deux inconnues	Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique.	Pour l'interprétation graphique, on utilisera la représentation des fonctions affines.
Résolution de problèmes du premier degré ou s'y ramenant	Résoudre une équation mise sous la forme A.B = 0 où A et B désignent deux expressions du premier degré de la même variable. Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation, une inéquation ou un système de deux équations du premier degré.	L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable est, elle, hors programme. Les problèmes sont issus des différentes parties du programme. Comme en classe de quatrième, on dégagera à chaque fois les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
4. Nombres entiers et rationnels		Cette partie d'arithmétique permet une première synthèse sur les nombres, intéressante tant du point de vue de l'histoire des mathématiques que pour la culture générale des élèves.
Diviseurs communs à deux entiers Fractions irréductibles	Déterminer si deux entiers donnés sont premiers entre eux. Savoir qu'une fraction est dite irréductible si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux. Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible.	Depuis la classe de cinquième, les élèves ont pris l'habitude de simplifier les écritures fractionnaires : la factorisation du numérateur et du dénominateur se fait grâce aux critères de divisibilité et à la pratique du calcul mental. Reste à savoir si la fraction obtenue est irréductible ou non. On remarque que la somme et la différence de deux multiples d'un nombre entier sont eux-mêmes multiples de cet entier. On construit alors un algorithme, celui d'Euclide ou un autre, qui, donnant le PGCD de deux nombres entiers, permet de répondre à la question dans tous les cas. Les activités proposées ne nécessitent donc pas le recours aux nombres premiers. Les tableurs et les logiciels de calcul formel peuvent, sur ce sujet, être exploités avec profit. À côté des nombres rationnels, on rencontre au collège des nombres irrationnels comme π et $\sqrt{2}$. On pourra éventuellement démontrer l'irrationalité de $\sqrt{2}$. Une telle étude peut également être mise à profit pour bien distinguer le calcul exact et le calcul approché.

C. Organisation et gestion de données – Fonctions

L'un des objectifs est de faire émerger progressivement, sur des exemples très simples, la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre un nombre à un autre nombre. Les exemples mettant en jeu des fonctions peuvent être issus de situations concrètes ou de thèmes interdisciplinaires. L'utilisation des expressions « est fonction de » ou « varie en fonction de », déjà amorcée dans les classes précédentes, est poursuivie et sera associée à l'introduction prudente de la notion $f(x)$, où x a une valeur numérique donnée. L'équation générale d'une droite sous la forme $ax + by + c = 0$ n'est pas au programme du collège.

Pour les séries statistiques, le programme conduit à poursuivre l'étude des paramètres de position et à aborder l'étude de la dispersion. L'éducation mathématique rejoint ici l'éducation du citoyen : prendre l'habitude de s'interroger sur la signification des nombres utilisés, sur l'information apportée par un résumé statistique et donc sur la perte d'information, sur les possibilités de généralisation, sur les risques d'erreurs d'interprétation et sur leurs conséquences possibles.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
1. Fonction linéaire et fonction affine Fonction linéaire	Connaître la notation $x \mapsto ax$, pour une valeur numérique de a fixée.	La définition d'une fonction linéaire, de coefficient a, s'appuie sur l'étude des situations de proportionnalité rencontrées dans les classes précédentes. On pourra recourir à des tableaux de proportionnalité et on mettra en évidence que le processus de correspondance est « je multiplie par a ». Pour des pourcentages d'augmentation ou de diminution, une mise en évidence similaire peut être faite ; par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95.
	Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.	L'étude de la fonction linéaire est aussi une occasion d'utiliser la notion d'image. On introduira la notation $x \mapsto ax$ pour la fonction. À propos de la notation des images $f(2)$, $f(-0{,}25)$..., on remarquera que les parenthèses y ont un autre statut qu'en calcul algébrique.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
	Représenter graphiquement une fonction linéaire. Lire sur la représentation graphique d'une fonction linéaire l'image d'un nombre donné et le nombre ayant une image donnée.	L'énoncé de Thalès permet de démontrer que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine ; cette droite a une équation de la forme $y = ax$. On interprétera graphiquement le nombre a, coefficient directeur de la droite. C'est une occasion de prendre conscience de l'existence de fonctions dont la représentation graphique n'est pas une droite (par exemple, en examinant comment varie l'aire d'un carré quand la longueur de son côté varie de 1 à 3).
Fonction affine Fonction affine et fonction linéaire associée	Connaître la notation $x \mapsto ax + b$ pour des valeurs numériques de a et b fixées. Déterminer une fonction affine par la donnée de deux nombres et de leurs images. Représenter graphiquement une fonction affine. Lire sur la représentation graphique d'une fonction affine l'image d'un nombre donné et le nombre ayant une image donnée.	Pour des valeurs de a et b numériquement fixées, le processus de correspondance sera aussi explicité sous la forme « je multiplie par a, puis j'ajoute b ». La représentation graphique de la fonction affine peut être obtenue par une translation à partir de celle de la fonction linéaire associée. C'est une droite, qui a une équation de la forme $y = ax + b$. On interprétera graphiquement le coefficient directeur a et l'ordonnée à l'origine b ; on remarquera la proportionnalité des accroissements de x et de y. Pour déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère, on entraînera les élèves à travailler à partir de deux points pris sur la droite et à exploiter la représentation graphique. On fera remarquer qu'une fonction linéaire est une fonction affine. Des enregistrements graphiques ou des courbes représentatives de fonctions non affines peuvent servir de support à la construction de tableaux de valeurs ou à la recherche de particularités d'une fonction : coordonnées de points, sens de variation sur un intervalle donné, maximum, minimum. Aucune connaissance spécifique n'est exigible sur ce sujet.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
2. Proportionnalité et traitements usuels sur les grandeurs		
Applications de la proportionnalité	Dans des situations mettant en jeu des grandeurs, l'une d'elle étant fonction de l'autre, – représenter graphiquement la situation d'une façon exacte si cela est possible, sinon d'une façon approximative, – lire et interpréter une telle représentation.	En classe de troisième il s'agit de compléter l'étude de la proportionnalité commencée de fait dès l'école. De nombreuses occasions sont données de conjecturer ou de reconnaître, puis d'utiliser la proportionnalité de valeurs ou d'accroissements dans les différents domaines et sections du programme. Les situations mettant en jeu des grandeurs restent privilégiées pour mettre en place et organiser des calculs faisant intervenir la proportionnalité, en particulier les pourcentages. Par exemple, au-delà des compétences exigibles, on pourra étudier des problèmes de mélange.
Grandeurs composées Changement d'unités		Les grandeurs produits sont, après les grandeurs quotients déjà rencontrées en classe de quatrième, les grandeurs composées les plus simples. On pourra remarquer que les aires et les volumes sont des grandeurs produits. D'autres grandeurs produits et grandeurs dérivées pourront être utilisées : passagersxkilomètres, kWh, francs/kWh laissant progressivement la place à euros/kWh,... En liaison avec les autres disciplines (physique, chimie, éducation civique…), on attachera de l'importance à l'écriture correcte des symboles et à la signification des résultats numériques obtenus.
Calculs d'aires et de volumes	Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné. Calculer le volume d'une boule de rayon donné.	Le travail avec un formulaire, qui n'exclut pas la mémorisation, permettra le réinvestissement et l'entretien d'acquis des années précédentes : aires des surfaces et volumes des solides étudiés dans ces classes.
Effets d'une réduction ou d'un agrandissement sur des aires ou des volumes	Connaître et utiliser le fait que, dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, – l'aire d'une surface est multipliée par k^2, – le volume d'un solide est multiplié par k^3.	Des activités de comparaison d'aires, d'une part, et de volumes, d'autre part, seront autant d'occasions de manipulation de formules et de transformation d'expressions algébriques. Ce travail prend appui sur celui fait en géométrie dans l'espace.

CONTENUS	COMPÉTENCES EXIGIBLES	COMMENTAIRES
3. Statistique		Il s'agit essentiellement d'une part, de faire acquérir aux élèves les premiers outils de comparaison de séries statistiques, d'autre part de les habituer à avoir une attitude de lecteurs responsables face aux informations de nature statistique.
Caractéristiques de position d'une série statistique	Une série statistique étant donnée (sous forme de liste ou de tableau, ou par une représentation graphique), proposer une valeur médiane de cette série et en donner la signification.	On repère, en utilisant effectifs ou fréquences cumulés, à partir de quelle valeur du caractère on peut être assuré que la moitié de l'effectif est englobée. Les exemples ne devront soulever aucune difficulté au sujet de la détermination de la valeur de la médiane.
Approche de caractéristiques de dispersion d'une série statistique	Une série statistique étant donnée, déterminer son étendue ou celle d'une partie donnée de cette série.	L'étude de séries statistiques ayant même moyenne permettra l'approche de la notion de dispersion avant toute introduction d'indice de dispersion. On introduira l'étendue de la série ou de la partie de la série obtenue après élimination de valeurs extrêmes. On pourra ainsi aborder la comparaison de deux séries en calculant quelques caractéristiques de position et de dispersion, ou en interprétant des représentations graphiques données.
Initiation à l'utilisation de tableurs-grapheurs en statistique		Les tableurs que l'on peut utiliser sur tous les types d'ordinateurs permettent, notamment en liaison avec l'enseignement de la technologie, d'appliquer de manière rapide à des données statistiques les traitements étudiés.

Mathématiques : tableau synoptique pour le collège

	CLASSE DE SIXIÈME	CLASSE DE CINQUIÈME	CLASSE DE QUATRIÈME	CLASSE DE TROISIÈME
Configurations, constructions et transformations	Cercle. Triangles, triangles particuliers. Rectangles, losange. Transformation de figures par symétrie axiale. Parallélépipède rectangle.	Parallélogramme. Construction de triangles (instruments et/ou logiciel géométrique). Concours des médiatrices d'un triangle. Transformation de figures par symétrie centrale. Prismes droits, cylindres de révolution.	Triangle : théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés. Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes ; proportionnalité de longueurs. Droites remarquables d'un triangle, leur concours. Triangle rectangle et son cercle circonscrit. Transformation de figures par translation. Pyramides, cône de révolution.	Polygones réguliers. Théorème de Thalès et réciproque. Transformation de figures par rotation ; composition de symétries centrales ou de translations. Vecteurs, somme de deux vecteurs. Sphère. Problèmes de sections planes de solides.
Repérage, distances et angles	Abscisses positives sur une droite graduée. Repérages par les entiers relatifs, sur une droite graduée (abscisse) et dans le plan (coordonnées).	Repérage sur une droite graduée, distance de deux points. Repérage dans le plan (coordonnées). Inégalité triangulaire.	Relation de proportionnalité : représentation graphique. Théorème de Pythagore et sa réciproque. Distance d'un point à une droite. Tangente à un cercle. Cosinus d'un angle aigu.	Représentation graphique d'une fonction linéaire ou affine. Coordonnées du milieu d'un segment. Coordonnées d'un vecteur. Distance de deux points. Trigonométrie dans le triangle rectangle.
Grandeurs et mesures	Périmètre et aire d'un rectangle, aire d'un triangle rectangle. Longueur d'un cercle. Volume d'un parallélépipède rectangle à partir d'un pavage.	Somme des angles d'un triangle. Aire du parallélogramme, du triangle, du disque. Mesure du temps. Aire latérale et volume d'un prisme droit, d'un cylindre de révolution.	Grandeurs quotients courantes. Volume d'une pyramide, volume et aire latérale d'un cône de révolution.	Grandeurs composées. Aire de la sphère, volume de la boule.
Nombres et calcul numérique	Écriture décimale et opérations +, –, ×. Division par un entier : quotient et reste dans la division euclidienne, division approchée. Troncature et arrondi. Écriture fractionnaire du quotient de deux entiers, simplifications.	Successions de calculs, priorités opératoires. Produit de fractions. Comparaison, somme et différence de fractions de dénominateurs égaux ou multiples. Comparaison, somme et différence de nombres relatifs en écriture décimale.	Opérations (+, –, ×, ÷) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée). Puissances d'exposant entier relatif. Notation scientifique des nombres. Touches $\sqrt{\ }$ et cos d'une calculatrice ; inverses.	Calculs comportant des radicaux. Fractions irréductibles. Exemples simples d'algorithmes et applications numériques sur ordinateur.
Calcul littéral	Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.	Égalités $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$. Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue.	Factorisation (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnus.
Fonctions numériques	Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.
Représentation et organisation de données	Exemples conduisant à lire, à établir des tableaux, des graphiques.	Classes, effectifs d'une distribution statistique. Fréquences. Diagrammes à barres, diagrammes circulaires.	Effectifs cumulés. Fréquences cumulées. Moyennes. Initiation à l'usage de tableurs-grapheurs.	Approche de la comparaison de séries statistiques.

Accompagnement du programme de 3^e

SOMMAIRE

Pages

Préface

Dernière étape de la rénovation des programmes du collège, les programmes de 3^{e} seront mis en application à partir de la rentrée de septembre 1999. Ils sont l'aboutissement, dans les différentes disciplines, de la logique retenue dans les programmes des années antérieures. Toutefois, il est important de garder en mémoire différentes spécificités de la classe de 3^{e} :

– à la fin de l'année, les élèves ont à faire un choix d'orientation entre 2de professionnelle et 2de générale et technologique. Les enseignements préparent donc à ces deux poursuites d'études ; ils ne doivent ni privilégier l'une, ni moins encore préparer, dès la 3^{e}, une éventuelle poursuite d'études vers un baccalauréat particulier ;

– à la fin de l'année, les élèves passent leur premier examen, le diplôme national du brevet. Au-delà de l'initiation aux méthodes de préparation d'un examen, les exigences et la forme des épreuves modélisent fortement les pratiques des enseignants en histoire-géographie, français et mathématiques.

Ces documents d'accompagnement prennent donc en compte ces deux particularités. Ils ont été conçus pour être utilisés dans le prolongement des documents portant sur les programmes de 6^{e} et de 5^{e}-4^{e}. Le CNDP propose d'ailleurs dans sa nouvelle collection « Enseigner au collège » un recueil complet, par discipline, des programmes et des documents d'accompagnement des classes du collège.

Les documents d'accompagnement ne sont pas les prémices d'une pédagogie officielle ou d'une didactique institutionnelle : les professeurs l'ont bien compris. Dans chaque discipline, ils comportent des pistes de réflexion et des exemples d'organisation pédagogique ; ils proposent des points de repère susceptibles de faciliter la mise en œuvre des nouveaux aspects ou méthodes inscrits dans les programmes.

Les groupes qui ont rédigé les projets de programmes ont mis au point ces documents. Leurs choix se sont en général portés sur les aspects du programme qui ont fait l'objet de discussions au sein même du groupe ou au moment de la consultation des enseignants. En effet, la consultation a permis de mettre en évidence, sur certains points, une mauvaise compréhension des objectifs poursuivis : de nouvelles rédactions ont été proposées dans les programmes eux-mêmes et des illustrations sont également données dans les documents d'accompagnement pour faciliter le travail des professeurs.

Sources d'informations au moment du lancement des nouveaux programmes, les documents d'accompagnement ont vocation a être revus et complétés périodiquement ; dans les années à venir, de nouveaux documents seront mis à la disposition des professeurs en fonction des constats qu'il sera possible de faire sur la mise en œuvre des programmes. Face à la réalité d'une partie non traitée ou mal traitée, la solution n'est pas toujours de la supprimer du programme : il est parfois préférable ou suffisant d'assurer une formation complémentaire ou de donner des outils aux enseignants. Les documents d'accompagnement peuvent également aider dans ce sens.

Comme pour ceux des années précédentes, ces documents d'accompagnement sont diffusés en nombre dans les collèges de façon que chaque groupe disciplinaire puisse disposer d'un exemplaire du livret correspondant à sa discipline.

Ce document comporte quatre parties, la première étant consacrée spécifiquement aux contenus de la classe de 3e. En effet, il est apparu souhaitable, pour une meilleure lisibilité, de rassembler dans une deuxième partie des commentaires, illustrés par des exemples, sur « l'outil informatique et l'enseignement des mathématiques », commentaires valables pour l'ensemble du collège. La troisième partie porte sur le traitement des grandeurs usuelles dans l'enseignement au collège, non seulement du point de vue mathématique, mais avec le regard provenant de l'intérêt d'autres disciplines. Enfin, la quatrième partie situe les acquis du collège dans une double perspective, celle de la scolarité obligatoire et celle du lycée.

I – Contenus de la classe de 3e

Le GTD (groupe technique disciplinaire) a été guidé dans l'élaboration des programmes de 3e, comme dans celle des autres programmes du collège, par le souci d'améliorer la progressivité des apprentissages et d'en renforcer la cohérence sans alourdir les contenus. En outre, il convenait que l'ensemble des programmes de collège forme un tout, en se limitant parfois à une première approche de notions en vue d'une poursuite d'études. Le tableau synoptique des programmes du collège est là pour en rendre compte. Dans ces perspectives, on remarquera plus particulièrement :

– les activités inscrites dans le domaine numérique (radicaux, fractions irréductibles, exemples de nombres irrationnels) qui permettent une première synthèse sur les nombres rencontrés au collège ; l'étude des fonctions linéaire et affine qui « récapitulent », en quelque sorte, les aspects de la proportionnalité travaillés tout au long du collège ;

– le travail demandé en géométrie, qui s'inscrit en complément, au moins partiel, de celui engagé précédemment (sur les configurations, les isométries), généralise des résultats antérieurs (situation de Thalès, angle inscrit…), tout en ouvrant un nouveau champ à la mise en œuvre de démonstrations ;

– l'absence de tout travail de conceptualisation sur l'équation de droite et de son utilisation en géométrie analytique, l'un et l'autre réservés au lycée.

Par ailleurs, la place des statistiques dans la vie courante et leur utilisation dans de nombreuses disciplines demandent que la formation du futur citoyen se poursuive en ce domaine : on le fait en abordant le problème de la comparaison de séries statistiques, avec une première approche de la notion de dispersion.

A. Configurations du plan et de l'espace, transformations planes

En géométrie, le champ des configurations dans le plan et dans l'espace est élargi. Les activités de conjecture, d'expérimentation et de démonstration sont poursuivies ainsi que la pratique du dessin des figures aussi bien à main levée qu'à l'aide des instruments de dessin et de mesure, y compris dans un environnement informatique. On continue à entraîner les élèves à élaborer et à rédiger des démonstrations dans l'esprit déjà indiqué dans le document d'accompagnement du cycle central. En 3e cependant, des raisonnements prenant clairement appui sur le principe de non-contradiction sont plus souvent rencontrés et signalés. Dans les démonstrations, les initiatives des élèves sont encouragées. Les propriétés de Thalès et de l'angle inscrit permettent de traiter de nombreux problèmes. Les occasions de lier les domaines géométrique et numérique sont nombreuses ; le travail sur les objets du plan et de l'espace sert de support à des activités de calculs numériques et littéraux ; la manipulation des écritures de quotients permet, par exemple, de démontrer l'alignement des points représentatifs d'une fonction linéaire ou de justifier la construction des points partageant un segment dans un rapport donné sous forme d'un quotient d'entiers. En géométrie dans l'espace, on travaille, comme les années antérieures, sur des solides et on exploite les images mentales des situations de parallélisme et d'orthogonalité extraites du parallélépipède rectangle, images qui se construisent depuis la classe de 6e. Le travail proposé sur la sphère et sur les sections planes de solides déjà rencontrés consiste à extraire de ces situations spatiales des figures planes, à les représenter dans leur plan à l'échelle, à effectuer des calculs de distances, d'angles, d'aires et de volumes. En 3e, d'une part ce travail s'appuie sur diverses perceptions des solides étudiés, permet éventuellement de les renforcer, voire de les construire : ainsi selon que l'on coupe un cylindre par un plan parallèle à l'axe ou par un plan perpendiculaire à l'axe, on peut le percevoir comme engendré par la translation d'un cercle ou par la rotation d'un rectangle autour d'un de ses côtés. D'autre part, en exploitant le fait qu'une perpendiculaire à un plan en un point est perpendiculaire à toutes les droites du plan passant par ce point, on démontre, avec le théorème de Pythagore, que les sections planes d'une sphère sont des cercles. De même, on démontre, en utilisant de plus la propriété de Thalès, que la section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de cette base.

L'étude des transformations du plan se poursuit par celle de la rotation. L'élève aura ainsi à sa disposition en quittant le collège des moyens de repérer les éléments de symétrie et les invariances dans les triangles, quadrilatères, polygones réguliers et une certaine maîtrise de leurs constructions. Les configurations ainsi rencontrées offrent l'occasion, tout au long du collège, d'ouvertures culturelles en liaison avec l'observation de l'environnement naturel, architectural… et le travail entrepris par exemple en arts plastiques. Les activités sur la rotation en 3e sont conduites dans le même esprit que celui qui a présidé à l'étude des symétries et de la translation les années précédentes. Elles serviront aussi de point d'appui, dans la poursuite des études, au travail sur le cercle trigonométrique et les angles orientés. On pourra remarquer qu'on obtient le même point en tournant de 300° dans un sens ou de 60° dans l'autre sens. L'étude de la succession de deux symétries centrales est l'occasion de faire une autre lecture de la droite des milieux dans un triangle. Ces deux situations permettent, après le passage graduel au cycle central « d'une vision des figures à celle du plan tout entier », de préparer la distinction entre la transformation en tant que telle et des processus de construction. On rejoint implicitement le travail fait dans le domaine fonctionnel avec les transformations d'écritures littérales et les identités.

Le travail effectué antérieurement sur les translations et le parallélogramme conduit naturellement au vecteur. La composée de deux translations conduit à la définition de la somme vectorielle et aux coordonnées. En 3e, le vecteur perçu à partir d'une direction, d'un sens et d'une longueur est aussi caractérisé par un couple de nombres. Cette conjonction des cadres géométrique et numérique prépare, certes, à la géométrie analytique et à plus long terme l'algèbre linéaire qui ne sont pas abordées au collège ; mais elle permet aussi de conduire avec les élèves une réflexion sur l'emploi des nombres dans le repérage cartésien du plan. Les problèmes d'orientation de la droite rencontrés également dans l'étude des situations de Thalès seront traités ultérieurement à d'autres niveaux avec l'homothétie et le produit d'un vecteur par un réel. L'utilisation de la notation $\vec{u}$ vise à éviter la confusion entre vecteur et segment de droite orienté. Il est intéressant de confronter les désignations du vecteur en mathématiques avec les représentations des forces en physique.

B. Calcul numérique

En 3e, les élèves affinent leur maîtrise des fractions et abordent les premiers calculs sur les radicaux. Ce travail peut donner lieu à une synthèse intéressante sur les nombres rencontrés depuis le début de leur scolarité.
Dès la classe de 6e, les élèves ont été amenés à travailler sur des nombres en écriture fractionnaire et en particulier sur des quotients d'entiers. Ils ont ainsi utilisé des nombres (rationnels) exprimés sous diverses formes : forme fractionnaire (réduite ou non) ou forme décimale (limitée ou non) ; ils ont pu constater que certains d'entre eux sont des entiers, d'autres des décimaux non entiers et d'autres encore ni des entiers ni des décimaux.
Les changements d'écriture pour la forme fractionnaire ou les passages de la forme fractionnaire à la forme décimale permettent d'assurer un lien avec la division euclidienne et la division décimale, exacte ou approchée. Les différentes significations de la division (recherche de la valeur d'une part ou du nombre de parts) seront à nouveau mises en évidence en fonction des situations étudiées. à cette occasion, on soulignera les liens entre des écritures comme

$$17 = 5 \times 3 + 2\ ;\ \frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5}\ ;\ \frac{17}{3} = 5 + \frac{2}{3}.$$

Les élèves ont déjà eu l'occasion de simplifier des écritures fractionnaires, mais sans disposer de critères pour déterminer si la fraction obtenue est irréductible ou non. Les problèmes proposés à ce sujet en 3^e sont l'occasion d'enrichir les connaissances des élèves en arithmétique. Après avoir travaillé au cycle central sur les notions de multiples et de diviseurs, il est nécessaire de savoir si deux entiers sont ou non premiers entre eux. Pour l'obtention du PGCD de deux entiers, le programme préconise l'algorithme d'Euclide ou éventuellement un algorithme de différence – la répétition de la transformation qui à un couple d'entiers (a, b) fait correspondre le couple constitué de leur minimum et de leur écart, par exemple qui à (285, 630) fait correspondre (285, 345) – plutôt que le recours à la décomposition en facteurs premiers.

Il n'est pas inutile de rappeler que l'arithmétique avait été bannie des programmes de mathématique du collège précisément à cause de l'abus du recours à la décomposition en produit de facteurs premiers. Certes les facteurs premiers de petits nombres, 924 ou 1999 pour donner des exemples, s'obtiennent facilement. Mais il n'en est plus du tout de même pour de plus grands nombres, dont l'ordinateur rend aujourd'hui naturelle la considération. C'est ainsi qu'il sera par exemple beaucoup plus facile d'établir directement que les deux nombres 12345678910111213 et 10000000000000007 ne sont pas premiers entre eux que d'essayer de trouver leur décomposition en facteurs premiers. Certains domaines d'application avancée, tel le chiffrage de messages (cryptage et décryptage), s'appuient largement sur la difficulté pratique d'obtention de certaines décompositions.

Il convient ici de souligner que, dans toutes les activités, la pratique du calcul mental doit être prédominante. Ainsi pour passer de la forme $3 + \frac{2}{7}$ à la forme $\frac{23}{7}$, les élèves devraient être capables de fournir la réponse directement, sans passer par la forme $\frac{3}{1}$ pour exprimer le nombre 3 et sans écrire explicitement les deux fractions avec le même dénominateur. De la même façon, la réduction d'une écriture comme $\frac{36}{48}$ doit pouvoir être réalisée rapidement (en une ou deux étapes) sans recourir à des décompositions explicites de 36 et 48 en facteurs premiers, ni à un algorithme pour calculer le PGCD de deux nombres : l'utilisation consciente de la seule égalité $\frac{\mathrm{ka}}{\mathrm{kb}} = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}$ (éventuellement plusieurs fois) est suffisante.

La synthèse sur les nombres rencontrés au collège permet par ailleurs de donner un nouvel éclairage sur les nombres rationnels, en mettant en évidence le fait que tous les nombres ne sont pas rationnels. Le nombre π en est bien sûr un exemple, mais ce sont surtout les nombres qui ne peuvent pas être exprimés exactement autrement qu'en utilisant le symbole $\sqrt{\ }$ (lettre r stylisée) qui en sont la meilleure illustration. Il est donc intéressant de faire prendre conscience aux élèves de toute la richesse, tant théorique que pratique, à laquelle peut conduire une réflexion sur un objet tel que $\sqrt{2}$: longueur de la diagonale du carré unité ou côté du carré d'aire double. L'utilisation d'un symbole particulier (presque un nom propre) laisse à penser que les écritures antérieures ne suffisaient pas. Sa découverte constitue un des premiers succès historiques des mathématiques. Une démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ pourra, dans cette optique, éventuellement être envisagée. Le théorème de Pythagore, vu en classe de 4^e, est pour le concept de racine carrée une bonne opportunité de mettre en œuvre le principe d'appuis mutuels entre différentes parties du programme.

C. Calcul littéral

Comme il est indiqué dans le document d'accompagnement du cycle central, l'acquisition de techniques de calcul faisant appel à des lettres est un des points délicats de l'enseignement des mathématiques. Les apprentissages, très progressifs et en continuité avec ceux développés dans les classes antérieures, s'appuient sur la résolution de nombreux problèmes, laquelle nécessite l'emploi de lettres pour désigner des inconnues, des indéterminées ou des variables. La pratique des tests sur les égalités et inégalités aide à comprendre ce qu'est une identité et ce que signifient les expressions : résoudre une équation, résoudre une inéquation, en déterminer la ou les solutions. On poursuit le travail sur la transformation d'écritures telles que $\frac{4}{3}(x+3)$, $2 \times \frac{x}{3}$.

En 3^e, le champ des problèmes nécessitant la résolution d'une équation du premier degré se prolonge à ceux qui conduisent à :

– la résolution d'une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques, après qu'a été dégagé le lien entre l'ordre et la multiplication,

– la résolution d'une équation mise sous la forme A . B = 0, où A et B désignent deux expressions du premier degré,

– la résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Dans chaque cas, la géométrie, la gestion de données, les autres disciplines et la vie courante fournissent de nombreux exemples. On sera attentif à l'interprétation des résultats obtenus, en les replaçant dans le contexte envisagé.
L'étude systématique des différentes méthodes de résolution algébrique d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues n'est pas un objectif du programme. L'idée à dégager est celle de se ramener à la résolution d'équations à une seule inconnue.

D. Fonctions

Jusqu'à la fin du cycle central, la notion de fonction n'a été utilisée que de manière implicite. Les transformations géométriques étudiées n'ont pas été présentées comme application du plan dans lui-même. Le travail sur la proportionnalité, et plus largement sur l'étude de relations entre données numériques, a permis d'utiliser des formules, des tableaux de nombres et des représentations dans le plan muni d'un repère, en particulier comme outils pour résoudre des problèmes. Ainsi, à l'occasion du traitement de situations numériques ou géométriques, les élèves ont été amenés à passer d'un langage à un autre (par exemple, d'une formule ou d'un graphique à un tableau de nombres). Mais, si des expressions telles que « en fonction de » ou « est fonction de » ont été utilisées, les fonctions numériques associées à ces formules, à ces tableaux ou à ces représentations n'ont pas été explicitées.
La classe de 3^e est donc l'occasion du premier véritable contact des élèves avec cette notion de fonction, dans sa conception actuelle qui fait correspondre à tout élément d'un ensemble un élément d'un autre ensemble. Mais il ne s'agit pas de donner une définition générale de la notion de fonction. Le travail est limité à l'étude de fonctions particulières : les fonctions linéaires et affines. D'autres exemples de fonctions simples seront également utilisés, en particulier pour montrer que toute représentation graphique ne se réduit pas à un ensemble de points alignés (par exemple, en représentant quelques points d'une fonction telle que $x \rightarrow x^2$, sur un intervalle). Au lycée, la notion de fonction occupera une place centrale, dans le cadre de l'enseignement de l'analyse.

La notion de fonction linéaire permet, en 3^e, d'opérer une synthèse des différents aspects de la proportionnalité rencontrés tout au long du collège et de les exprimer dans un nouveau langage. Toute situation de proportionnalité est modélisable par une fonction linéaire. Dans cette perspective, il convient d'être attentif, avec les élèves, aux questions soulevées par le domaine d'adéquation du modèle mathématique avec la situation traitée, en ayant soin de préciser, chaque fois, le domaine de signification de la fonction (définie, elle, sur l'ensemble des réels) dans le contexte de la situation traitée (qui impose souvent une restriction à un intervalle ou à un nombre fini de valeurs).
La fonction linéaire doit apparaître comme un cas particulier de la fonction affine, cette dernière étant associée à la proportionnalité des accroissements.

L'apprentissage des langages permettant de traduire les relations fonctionnelles doit faire l'objet d'une attention toute particulière. La notation $x \rightarrow ax$ ne sera introduite que pour des valeurs particulières de a, en liaison avec le coefficient de proportionnalité et d'expressions verbales du type « Pour passer d'un nombre à son image, je multiplie par a ». La notation $f(x)$ est également introduite pour des valeurs particulières de la variable (du type $f(2)$, $f(-3)$,...), mais on veillera à différencier avec les élèves le statut des parenthèses dans ce type de notation de leur signification dans un calcul algébrique. Les notations fonctionnelles amènent à utiliser des lettres avec une nouvelle signification : successivement, au collège, les lettres ont ainsi été utilisées de façon « expressive » en référence à des grandeurs (comme dans la formule de l'aire du rectangle), pour désigner des valeurs inconnues (dans les équations), des valeurs indéterminées (dans les identités remarquables, par exemple) et enfin des variables (dans le langage des fonctions). Les difficultés à comprendre le statut différent des lettres, et du signe =, dans ces différents contextes justifient le fait que la notion d'équation de droite ne soit pas abordée au collège.

Le travail sur des situations modélisables par des fonctions classiques est l'occasion de formuler un même problème dans différents cadres et d'habituer les élèves à passer d'un cadre à l'autre, pour interpréter des résultats ou des propriétés : formules, tableaux de nombres, fonctions, représentations graphiques. C'est en particulier ce qui permettra d'utiliser une représentation graphique pour la résolution d'un système d'équations à deux inconnues.

E. Représentation et organisation de données ; statistiques

Le contenu et les commentaires du programme concernant la statistique constituent un prolongement de ceux des classes antérieures, l'objectif de l'enseignement de statistique descriptive au collège étant indiqué dans le document d'accompagnement des programmes du cycle central.

En classe de 3^{e}, il s'agit d'aider les élèves à franchir une nouvelle étape dans le développement de leur autonomie de jugement à propos d'informations qui peuvent être nombreuses. Dans le cas d'un regroupement en classes, les choix effectués peuvent avoir des effets sur les résultats numériques ou les représentations graphiques et leurs interprétations.

En classe de 4^{e}, on a pu observer que « la moyenne d'une population dont les éléments sont rangés par ordre croissant ne sépare pas ceux-ci, en général, en deux parties de même effectif », ce qui justifie l'introduction de la médiane en classe de 3^{e}. Les élèves disposent alors de deux indicateurs de la tendance centrale d'une population, leur position relative pouvant faire l'objet d'une interprétation dans des situations appropriées.

La nécessité de distinguer deux séries statistiques de même tendance centrale justifie l'intérêt de la notion de dispersion. Dans ce premier contact, le programme se limite à l'étendue d'une série statistique ou à l'étendue d'une partie donnée de celle-ci ; cela permet, sans difficulté technique, de familiariser les élèves avec une démarche habituelle en statistique : procéder à une synthèse de l'information sous la forme de nombres mesurant respectivement la position et la dispersion de la série étudiée.

Choix de la représentation d'une série statistique, interprétation des résultats obtenus et comparaison de deux séries statistiques peuvent être conduits, sans répétitions inutiles ni pertes de temps, en utilisant des tableurs-grapheurs ou en répartissant le travail au sein de la classe. De plus, outre son intérêt spécifique, l'enseignement des statistiques contribue au développement des compétences en mathématiques, notamment celles liées au calcul et à la construction, la lecture et l'utilisation de graphiques ; toutes les capacités correspondantes peuvent être mises en œuvre au cours d'activités interdisciplinaires.

II – L'outil informatique et l'enseignement des mathématiques au collège

– L'évolution de l'informatique (qualité des logiciels, facilité d'utilisation, abaissement des coûts,…) en favorise grandement l'emploi dans les collèges. La pratique, de plus en plus répandue, de l'informatique en montre les richesses d'application, en particulier l'aide qu'elle peut apporter aux apprentissages. En même temps, en liaison avec les autres disciplines, les mathématiques apportent une contribution spécifique à l'utilisation de l'informatique. Des connaissances mathématiques sont indispensables non seulement pour effectuer, mais aussi pour choisir avec discernement les traitements appropriés, par exemple en statistiques avec les tableurs-grapheurs.

– L'apprentissage des mathématiques ne peut se construire sur une acquisition purement formelle de définitions et de résultats, de techniques et d'algorithmes. C'est en donnant sens à ces connaissances, en les construisant à propos de nombreuses situations et problèmes à résoudre que l'élève va les rendre opératoires et par là se les approprier. Or, d'une part les calculatrices et les logiciels offrent toujours davantage de possibilités d'expérimentation tant dans le domaine géométrique que dans le domaine numérique ou dans celui de gestion des données. D'autre part, l'informatique fait et fera de plus en plus partie de l'environnement des élèves. Ainsi l'enseignement des mathématiques peut, dans ce cadre, utiliser avec profit des expérimentations diverses sur les objets qu'elles étudient comme les nombres ou les figures géométriques, et donc contribuer à la formation scientifique des élèves. Les calculatrices sont précieuses pour réaliser des explorations nombreuses dans le domaine numérique. Par exemple, déterminer par approximations successives à l'aide d'une calculatrice, des valeurs approchées de la racine carrée d'un nombre ou plus généralement d'une solution d'une équation, constitue une expérimentation où le calcul est conduit sous le contrôle d'un raisonnement bâti sur le concept même de racine carrée ou de solution d'une équation. Les logiciels de géométrie permettent de varier « à l'infini » les cas de figure dans une situation donnée. Par exemple, la construction de plusieurs figures dans le cas où l'on compose des symétries centrales permet de reconnaître visuellement des parallélismes, ce qui conduit à conjecturer le résultat. La mise en œuvre de propriétés comme celle des milieux des côtés d'un triangle permet une démonstration qui prendra du sens pour l'élève à travers ses expériences de constructions préalables.

A. Le calcul

Dans les classes antérieures à la 3^e, le calcul numérique était le point de départ pour le calcul littéral, puis devenait en quelque sorte sa matière première. Par exemple, on apprenait à distinguer une identité et une équation grâce à la substitution de valeurs numériques aux lettres représentant des variables. En classe de 3^e, une modification de caractère fondamental s'introduit avec l'imbrication totale du calcul numérique et du calcul littéral. C'est, par exemple, du traitement des variables que l'on s'inspire pour les calculs mettant en jeu des racines carrées. Autrefois, les machines ne permettaient que du calcul approché dans certains cas (fractions non décimales, radicaux par exemple), mais aujourd'hui, les logiciels de calcul formel sont accessibles désormais aux collégiens dans certaines calculatrices de poche. Pourvu que l'on ait bien choisi l'écriture à utiliser pour les nombres, ce que l'on appelle encore leur format, on peut par exemple obtenir en lecture directe de l'affichage d'une calculatrice une égalité du genre :

$\frac{1}{666} - \frac{1}{999} = \frac{1}{1998}$.

L'emploi des logiciels désignés par l'une des appellations *calcul symbolique* ou *calcul formel* donne aux opérations que l'on est amené à effectuer un caractère extrêmement concret, ce qui intéresse beaucoup d'élèves, mais aussi très contraignant, ce qui pourrait être décourageant pour un élève trop livré à lui-même. Les exemples fourmillent, à commencer par tous ceux qu'il convient de mettre en rapport avec les *formats* possibles des nombres. Que l'on explore par exemple, si on n'en a pas encore eu l'occasion, les mêmes calculs sur des racines carrées effectués par un logiciel de calcul formel, selon qu'on lui aura demandé du calcul exact ou du calcul approché (on peut pour cela puiser des idées à partir des exemples mêmes du programme, ainsi : $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$ peut conduire à une variété importante de calculs ayant valeur de tests).

Les ordinateurs conduisent encore à élargir le domaine de l'expérimentation. Nous verrons que c'est bien sûr le cas pour les logiciels de constructions géométriques, mais c'est aussi le cas pour les tableurs, qui permettent à la fois de manipuler des expressions algébriques, de remplacer les variables par des valeurs et d'entreprendre, en conservant les résultats et les formules, un grand nombre de calculs liés à des expressions algébriques. à la demande, ils peuvent ensuite fournir rapidement des représentations graphiques variées. La fréquentation des formules, leur construction, leur utilisation et leur analyse rendent possible une approche nouvelle de l'apprentissage de l'algèbre. Ils constituent aussi un outil rapide d'exploration des statistiques, permettant l'analyse des données sans que la charge de calcul devienne un obstacle insurmontable. Enfin la mise en œuvre, dans un tableur, d'algorithmes comme celui d'Euclide permet la mise en place d'une réflexion particulière sur les automatismes de calculs qu'une machine peut prendre en charge.

B. Les fonctions

La notion de fonction émerge en classe de 3^e seulement, avec la modélisation des situations de proportionnalité, mais l'*outil mathématique fonction* a déjà été manipulé. Ainsi l'étude des rapports trigonométriques a conduit très naturellement à utiliser des touches de fonction d'une calculatrice scientifique ; on a également eu recours à la touche $\sqrt{\ }$.

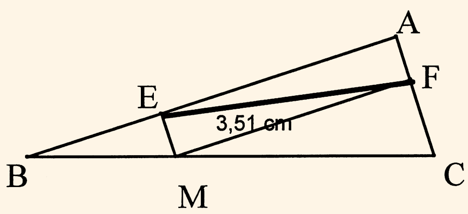
L'*outil mathématique fonction* contribue à la mise en place du concept de variable. à côté des situations traditionnelles, le tableur permet l'approche d'une variable par un ensemble de valeurs, celles par exemple que l'on peut apercevoir dans une colonne de feuille de calcul. Sous forme de formules recopiées dans le tableau de gauche, de valeurs numériques arrondies dans le tableau de droite, voici l'application à l'obtention de l'aire d'un disque dont on fait varier le rayon de 0 à 1 par pas de 0,2.

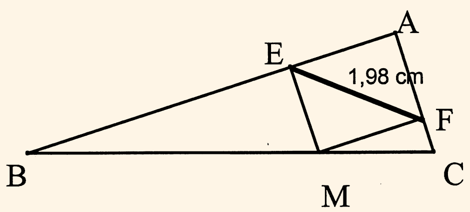
Rayon	Aire	Rayon	Aire
0	= PI ()*A2*A2	0,0	0,0000
= A2 + 0,2	= PI ()*A3*A3	0,2	0,1257
= A3 + 0,2	= PI ()*A4*A4	0,4	0,5027
= A4 + 0,2	= PI ()*A5*A5	0,6	1,1310
= A5 = 0,2	= PI ()*A6*A6	0,8	2,0106
= A6 = 0,2	= PI ()*A7*A7	1,0	3,1416

Le programme et la première partie du présent texte ont cité des algorithmes numériques, tels celui d'Euclide ou celui des différences successives pour l'obtention du plus grand diviseur commun à deux nombres entiers. L'écriture et la mise en œuvre d'un algorithme font appel à des notions fonctionnelles d'une manière qui constitue une ouverture par rapport à la seule utilisation de notations du type f *(x)*. C'est ainsi par exemple que l'on pourra rencontrer l'idée de transformation dans un contexte autre que géométrique.

C. Les constructions géométriques

Les logiciels de construction géométrique permettent la mise en évidence de relations entre les éléments d'une figure ; elles doivent être explicitées par l'élève pour la dessiner. Ces logiciels permettent notamment d'observer une figure sans la reconstruire, lorsque l'on déplace par exemple un de ses points, afin de repérer des propriétés conservées et d'énoncer des conjectures. Ils constituent un moyen puissant d'exploration des figures, facilitent l'observation des propriétés (alignement, conservation de directions, concours de droites, etc.). Leur utilisation en collège présente deux caractéristiques particulièrement intéressantes. La première est l'explicitation des propriétés mises en œuvre pour les constructions, par exemple, construire un triangle ABC rectangle en A à partir de son hypoténuse, conduit à utiliser la propriété de l'angle droit dans un demi-cercle, en construisant successivement le milieu de [BC], le cercle de diamètre [BC] et un point quelconque de ce cercle. La deuxième a trait à l'expérience graphique que font les élèves en observant une figure dont on déplace des éléments variables. Des propriétés apparaissent et provoquent des questions qui motivent et préparent à la démonstration. Ce type de logiciel permet la mise en place de situations qui pourraient paraître complexes, mais auxquelles la dynamique de la figure permet de donner du sens. En voici un exemple que l'on peut traiter en classe de 3^{e} :



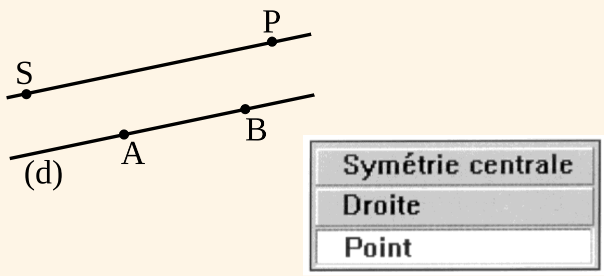


ABC est un triangle rectangle en A, et M un point de l'hypoténuse [BC]. Les perpendiculaires à [AB] et [AC] passant par M coupent [AB] en E et [AC] en F.
Où placer M pour que la distance EF soit la plus petite possible ?

Une fois la construction réalisée, le logiciel permet d'afficher la distance EF qui varie quand on déplace M sur [BC], on peut facilement invalider les conjectures qui apparaissent fréquemment sur papier (le milieu ou les points B et C). Si le triangle ABC construit par l'élève est trop particulier, on peut le déformer (tout en le conservant rectangle). Le logiciel permet à l'élève d'observer que le point M peut être placé n'importe où sur [BC], que son déplacement modifie la longueur EF et ainsi de comprendre le problème posé. En déplaçant M l'élève peut aussi observer les invariants de la figure (ici que le quadrilatère MEAF est toujours un rectangle). L'observation du rectangle conduit à la solution (le pied de la hauteur) et à la démonstration.

Certains logiciels permettent de choisir les outils fournis à l'élève, en limitant les commandes mises à sa disposition. En voici un exemple :

On donne une droite (d) et un point P quelconque, on limite les outils disponibles à « droite », « point » et « symétrie centrale ». On demande la construction d'une droite parallèle à (d) passant par P.



Un menu réduit

Pour cela on peut procéder ainsi : on construit deux points quelconques A et B de la droite (d). La construction successive de R, image de P dans la symétrie de centre B et de S symétrique de R par rapport à A donne le point S. La droite (SP) est la parallèle cherchée. Cette construction est validée par la propriété des milieux.

Dans ce type de problème, un choix judicieux des outils disponibles (éventuellement complexes) conduit à mettre en œuvre dans une construction, puis dans sa justification, les propriétés au programme des classes du collège.

III – Place des grandeurs dans l'enseignement des mathématiques au collège

Les programmes du collège, tout comme ceux de l'école, insistent sur l'importance de la résolution de problèmes pour la compréhension progressive par les élèves des notions mathématiques et une maîtrise de celles-ci qui ne se réduit pas à la seule mémorisation de techniques. Ils peuvent ainsi recourir à l'outil qu'elles constituent dans différentes situations. Par cela, on rejoint l'histoire des mathématiques.

A. Les enjeux du travail sur les grandeurs

Aujourd'hui, la science mathématique s'est largement affranchie de la question des grandeurs (l'ensemble des nombres, par exemple, se construit, formellement, sans référence aucune aux grandeurs). Théoriquement, les mathématiques peuvent donc à la fois se transmettre et se développer sans référence à la notion de grandeur.

Sans cette référence, la présentation des mathématiques serait toutefois beaucoup trop abstraite pour être à la portée des élèves du collège, et même bien au-delà. Il y a d'ailleurs plusieurs raisons qui rendent indispensable, spécialement dans l'enseignement obligatoire, un appui résolu, mais distancié, sur les notions de grandeurs et de mesure.

– Historiquement, c'est bien à partir d'un travail sur les grandeurs qu'ont été construits la plupart des concepts et des théories mathématiques. Il serait d'autant plus dommageable de perdre de vue cette filiation que, comme cela a été signalé, c'est elle qui permet d'assurer les liens avec les autres disciplines.

– S'il a été possible aux mathématiques de s'émanciper de la notion de grandeur, c'est sans doute qu'elles avaient accumulé quantité d'expériences et de résultats dont il ne semble pas que l'enseignement de base puisse faire l'économie.

– C'est dans des situations mettant en jeu des grandeurs que tous les élèves pourront réinvestir les connaissances acquises en mathématiques. Les mathématiques du citoyen sont celles qui interviennent comme outils pour les grandeurs, celles qui permettent de modéliser efficacement des situations faisant intervenir des grandeurs.

B. Les grandeurs et les programmes du collège

Les problèmes proposés et les situations étudiées sont souvent empruntés à la vie courante. Il y est question de terrains et de clôture, de volumes de gaz ou de liquide, de vitesse, de débits, de mélanges… Il y est aussi question de prix et de coûts, de pourcentages et de l'application de pourcentages à des grandeurs. Depuis l'école, on est passé progressivement de situations de comparaison de grandeurs (qui sont des abstractions à partir de caractéristiques d'objets de la vie courante), puis de mesurage, au travail sur les mesures, c'est-à-dire sur les nombres. En effet, en mathématiques, on ne travaille pas *sur* les grandeurs (c'est l'objet d'autres disciplines, comme la physique, la technologie, les sciences de la vie et de la terre ou la géographie et l'économie par exemple), mais *avec* les grandeurs ou *à partir* d'elles ; ici se situe l'interaction entre les mathématiques et les autres disciplines. Une exception : longueurs, aires ou volumes sont des grandeurs appartenant au champ mathématique, tandis que la mise en évidence de l'aspect multidimensionnel des deux dernières correspond à un travail *sur* des grandeurs. Le travail sur longueurs et aires est indispensable pour présenter aux élèves les nombres non entiers et les opérations étudiés au collège.

Les élèves ont eu l'occasion de prendre conscience petit à petit, au long du collège, de la nature de l'activité mathématique et des mathématiques, en particulier avec la construction de modèles de certaines situations, notamment celles de la proportionnalité. Ils acquièrent également des techniques élémentaires de traitement et de résolution, qui ont des utilisations très diverses au quotidien, dans les autres disciplines et dans la vie du citoyen.

Lors de ces traitements, on opère parfois sur une seule grandeur, parfois on privilégie la relation entre des grandeurs. Un problème peut concerner des grandeurs de même nature, voire une seule grandeur, ou des grandeurs de natures différentes ; ces caractéristiques, ainsi que la nature des relations entre les grandeurs en cause, induisent une difficulté plus ou moins grande lors de la résolution et déterminent souvent le choix de telle ou telle procédure par les élèves. On a ainsi l'occasion de travailler avec des grandeurs et des unités de différents types ; il peut s'agir de grandeurs « simples » (objets de mesures directes) et unités « simples », de grandeurs et unités produits (passagers × km, kWh,…), quotients (m / s, km / h,…,), ou encore de grandeurs et unités « composées » ($m^3 \times s^{-1}$,…). Cependant, certains traitements conduisent à utiliser des nombres sans dimension ; ils correspondent à des relations de type échelle, agrandissement, pourcentage, fréquence… et concernent une seule grandeur ou des grandeurs de même nature.

Quant à la modélisation d'une situation de la vie courante, par exemple par un système d'équations (dans R dès la classe de 4e, ou R^2 en classe de 3e), elle correspond au passage du cadre des grandeurs au cadre numérique. Ce type de passage, ainsi que le retour au cadre et à la situation de départ, présentent des difficultés importantes pour les élèves, difficultés que la diversité et le choix des situations proposées, la diversité aussi des procédures mises en œuvre, aident à surmonter progressivement.

En mathématiques, on travaille non dans le domaine des grandeurs mais dans celui des nombres. L'activité pratique de mesurage en physique ou technologie est inséparable de la notion d'erreur ; elle est distincte de celle d'attribution d'une mesure exacte. La distinction entre « mesure exacte » (qui est telle parce que la grandeur est discrète ou parce qu'on en a décidé ainsi) et « mesure approchée » est une question très difficile ; le travail mené en mathématiques au long du collège sur calcul exact et calcul approché peut en favoriser l'approche ; le programme de la classe de 3e en offre une nouvelle occasion avec le travail suggéré sur le nombre $\sqrt{2}$.

Il s'agit bien là d'initiation à la démarche scientifique.

IV – Au terme du collège

Les programmes des quatre années ont été conçus pour permettre une véritable activité mathématique de l'élève, par la résolution de problèmes. Les objectifs de l'enseignement des mathématiques au collège ont été décrits en tête de ceux de 6e :

– *développer les capacités de raisonnement : observation, analyse, pensée déductive ;*
– *stimuler l'imagination ;*
– *habituer l'élève à s'exprimer clairement aussi bien à l'écrit qu'à l'oral ;*
– *affermir les qualités d'ordre et de soin.*

Ces objectifs sont visés au travers d'activités qui permettent en même temps l'acquisition de connaissances mathématiques.

La liberté du professeur dans l'organisation de son enseignement, qui est rappelée pour chaque programme avant l'explicitation des contenus, d'une part permet l'adaptation à la diversité des situations et d'autre part favorise la contribution de chacun des membres de l'équipe pédagogique à la construction du projet personnel de chaque élève. La phrase du préambule du programme de 6e, « il est essentiel que les connaissances prennent du sens pour l'élève à partir de questions qu'il se pose », concerne tous les élèves ; elle vaut tout particulièrement pour des élèves « en difficulté », chez lesquels la réduction des apprentissages mathématiques à l'acquisition d'automatismes ne fait qu'accentuer blocages, rejets et perte de sens de l'école. Il importe donc que la nature fondamentale de l'activité proposée soit la même pour tous, bien qu'elle s'appuie sur des acquis différents et qu'elle relève de complexités différentes.

A. La formation générale

En mathématiques, comme dans d'autres disciplines, les élèves ont eu tout au long du collège l'occasion de pratiquer une démarche scientifique : conjecture et expérimentation sur des exemples, recherche de contre-exemples ou construction d'une argumentation, contrôle des résultats et évaluation de leur pertinence en fonction du problème étudié, analyse critique. Les élèves y développent des qualités d'initiative, d'imagination et de créativité, en même temps qu'ils font l'apprentissage de la rigueur et de la recherche de preuves, d'écoute des arguments d'autrui et d'analyse critique.

Ils ont rencontré et ont eu l'occasion d'élaborer, au cours de démonstrations, différents types de raisonnement : raisonnement déductif, raisonnement par disjonction des cas lors de l'examen de l'effet de la multiplication sur l'ordre, infirmation par mise en évidence d'un contre-exemple, approche du raisonnement par l'absurde lorsqu'il s'agit de reconnaître si une configuration est une configuration de Thalès ou si un triangle est rectangle.

Ils ont été amenés à acquérir des méthodes qui sont efficaces aussi bien pour améliorer la compréhension de phénomènes que pour aider à agir : les outils de représentation de toute nature (figures, graphiques, tableaux, mais aussi expressions littérales et symboles) sont autant d'objets sur lesquels s'exerce l'activité mathématique. La modélisation permet notamment d'appréhender des situations et d'anticiper sur les évolutions. Les formes d'expression, autres que la langue usuelle, se sont enrichies de tous ces outils.

Ils ont également été familiarisés avec l'utilisation raisonnée d'une calculatrice (contrôle des manipulations de celle-ci au moyen de l'ordre de grandeur du résultat, maîtrise des priorités opératoires, signification des chiffres affichés à l'écran), voire d'un ordinateur.

Les compétences exigibles sont énoncées en termes de savoirs et savoir-faire mathématiques. Les activités proposées visent à les acquérir mais, en même temps, elles développent des capacités mathématiques plus générales ainsi que des compétences communes à l'ensemble des disciplines, mises en œuvre dans chacune de celles-ci sous des formes appropriées.

Repérer explicitement de telles compétences au travers des activités contribue à la cohérence des apprentissages et va à l'encontre du risque d'éclatement des savoirs. Cette explicitation ne peut que gagner à être définie en commun avec les collègues d'une même classe et être faite avec les élèves au fur et à mesure des travaux effectués.

Citons, à titre d'exemples parmi les compétences évaluées en début de 2nde générale et technique ou professionnelle : recenser des informations ; regrouper, ranger ou mettre en relation des éléments en fonction de critères donnés ; décider d'une méthode, la mettre en œuvre ; exécuter une consigne ; justifier un résultat, le rejeter ou l'accepter ; prendre une décision à partir de résultats obtenus ; présenter un résultat sous la forme demandée, avec soin et lisibilité, en cohérence avec le problème posé, en rédiger correctement la formulation.

Au terme d'un exercice, amener l'élève à en dégager l'intérêt – le type de problème qui a été résolu, le résultat qui a été établi –, à situer l'exercice dans la progression du cours, et plus généralement dans l'ensemble des connaissances acquises au collège, est particulièrement formateur : cela permet d'avoir une vision globale des questions abordées en mathématiques et dans certains cas de leurs liens avec d'autres disciplines. Ainsi l'enseignement des mathématiques contribue pour une bonne part à la formation générale des collégiens et à leur formation de futur citoyen.

B. Les contenus mathématiques

Techniques de calcul sur les nombres en écriture décimale ou fractionnaire ainsi que sur des expressions littérales, détermination par calcul mental de l'ordre de grandeur d'un résultat, calculs mettant en œuvre des pourcentages, lecture et utilisation de représentations de données et graphiques, constructions en géométrie, reconnaissance des effets des transformations fréquemment utilisées en art ou en architecture ou familiarisation avec la représentation des objets de l'espace et les conventions usuelles ainsi que le traitement de ces représentations… sont autant d'outils précieux dans la vie courante, la scolarité ultérieure et la future vie professionnelle du collégien. La proportionnalité, rencontrée dès l'école, est, en particulier, un concept non seulement essentiel dans la vie du citoyen, mais encore fondamental pour l'étude et la compréhension des relations entre les grandeurs physiques.

Pour être mobilisables, de telles connaissances ont dû être introduites, tout au long du collège, dans des situations où elles trouvaient leur raison d'être, situations issues des mathématiques, des autres disciplines ou de la vie courante, et dont la multiplicité a permis l'émergence.

C. Les prolongements en lycée d'enseignement général et technologique et en lycée professionnel

La plupart des élèves poursuivent leurs études en lycée d'enseignement général et technologique ou en lycée professionnel. Une bonne articulation entre le collège et la 2nde constitue donc un enjeu capital.

Les objectifs essentiels – entraîner les élèves à l'activité scientifique et promouvoir l'acquisition de méthodes, développer les capacités de communication (qualité d'écoute et d'expression orale, de lecture et d'expression écrite) – s'inscrivent en droite ligne de ceux du collège.

Les compétences en cours d'acquisition au collège sont évaluées en début de 2nde en vue d'être

développées et approfondies tout au long du lycée. Les contenus sont dans la continuité de ceux du collège :
– la résolution de problèmes constitue toujours l'objectif fondamental des activités numériques et algébriques. On s'attache à dégager sur les exemples étudiés les différentes phases du traitement d'un problème : mise en équation, résolution, contrôle et exploitation des résultats ;
– l'introduction de l'analyse au lycée se fait à partir de situations telles que : tracés graphiques, touches de la calculatrice, algorithmes de calcul, relations de dépendance issues de la géométrie, de la mécanique, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale. L'étude des variations de longueurs, d'aires ou de volumes ainsi que celles des fonctions linéaires et affines en lien avec la proportionnalité faites au collège préparent bien à ces démarches ;
– le travail sur les inégalités prend en compte celui qui a été fait sur l'ordre et les opérations. La distance de deux points sur un axe fonde les concepts de valeur absolue et d'intervalle. La pratique des opérations sur les nombres ainsi que celle des troncatures et des arrondis se poursuivent ;
– l'enseignement des statistiques fait au collège trouve au lycée, suivant les séries, plusieurs prolongements : la dispersion, avec l'introduction de l'écart-type, l'étude de séries statistiques à deux variables et l'introduction de probabilités à partir de la notion de fréquence ;
– la géométrie est, dans certaines séries, un champ d'étude important. En géométrie plane, on approfondit la connaissance et l'emploi d'outils introduits à des degrés divers au collège, tels que : configurations, transformations, calculs dans un repère adapté, calcul vectoriel. La géométrie dans l'espace s'appuie sur celle pratiquée en collège.

SERVICE NATIONAL DES PRODUCTIONS IMPRIMÉES ET NUMÉRIQUES

Correspondants de la publication

Nathalie LACROIX

Chef de la Division des éditions administratives

Christine NOTTRELET

Responsable des brochures administratives
et des rapports de jurys de concours

et son équipe
Christine ALABERT - Jeannine DEVERGILLE - Maryse LAIGNEL

29, 31 rue de la Vanne - 92120 Montrouge
Tél. : 01 46 12 84 87
01 46 12 84 88
01 46 12 84 86
01 46 12 84 10
Fax : 01 46 12 84 80