

Nombres, calcul et résolution de problèmes

Les nombres entiers et décimaux

En classe de 6^e, l'étude des nombres et des opérations vise le double objectif d'élargir la compréhension de ces concepts et de développer des compétences en résolution de problèmes. Pour cela, les professeurs adoptent ainsi les stratégies pédagogiques qu'ils jugent les plus adaptées pour favoriser les progrès et la réussite des élèves.

À l'école élémentaire, l'élève a étudié les principes de la numération décimale de position et les a appliqués aux nombres entiers jusqu'aux centaines de millions. En classe de 6^e, le milliard est introduit, en lien avec les champs « Organisation et gestion de données » et « Grandeurs et mesures », où des activités peuvent mobiliser de très grands nombres, par exemple dans le cadre de la démographie ou de distances dans l'Univers.

En classe de 6^e, l'élève consolide sa compréhension des nombres décimaux et utilise leurs différentes écritures apprises au cours moyen. À celles-ci vient s'ajouter l'écriture sous forme de pourcentage.

Par le biais d'activités rituelles de calcul et la verbalisation de procédures, l'élève mémorise des connaissances et des procédures en vue de leur automatisation.

Le sens des opérations étudiées au cours moyen s'élargit avec l'introduction de la multiplication de deux nombres décimaux. Cette notion requiert de dépasser la conception de la multiplication comme une addition itérée. La compréhension du nouveau sens ainsi attribué à la multiplication gagne, dans un premier temps, à prendre appui sur le calcul de l'aire d'un rectangle et de conversions d'unités. Dans un deuxième temps, l'élève apprend à décomposer les nombres pour se ramener au produit de deux nombres entiers et à appliquer les propriétés de commutativité et d'associativité de la multiplication. Même si leur nom n'est pas mentionné par le professeur, celui-ci doit les expliciter au début de l'apprentissage, et au-delà si nécessaire. Dans un troisième temps, l'élève automatise le positionnement de la virgule dans le résultat de la multiplication. Le recours systématique à un ordre de grandeur lui permet de contrôler le résultat.

Les différents sens de la division (division partition pour calculer la valeur d'une part et division quotient pour calculer le nombre de parts égales) sont mobilisés dans le cadre de la résolution de problèmes, en complément avec le travail de la technique de la division posée (division euclidienne et division décimale), dans des cas simples précisés dans le programme. Lors de la résolution d'un problème mettant en jeu des nombres dépassant ce cadre, l'élève peut utiliser une calculatrice.

Automatismes

L'élève restitue de manière automatique les résultats suivants, relatifs aux relations entre $\frac{1}{1000}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{10}$ et 1 :

$$1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1000}{1000} ; \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000} ; \frac{1}{100} = \frac{10}{1000} ; 1 = 10 \times \frac{1}{10} = 100 \times \frac{1}{100} = 10 \times \frac{1}{10} = 10 \times \frac{1}{100}.$$

L'élève restitue de manière automatique les équivalences d'écriture suivantes : $\frac{1}{10} = 0,1$; $\frac{1}{100} = 0,01$; $\frac{1}{1000} = 0,001$.

L'élève passe de manière automatique d'une écriture sous forme de fraction décimale ou de somme de fractions décimales à une écriture décimale, et inversement.

Par exemple, il sait que les écritures $\frac{4087}{1000}$; $4 + \frac{87}{1000}$; $4 + \frac{1}{10} + \frac{7}{1000}$; $4,107$, représentent le même nombre.

L'élève applique de manière automatique la procédure de multiplication d'un nombre décimal par 1, par 10, par 100 ou par 1 000, en lien avec la numération.

Il applique de manière automatique la procédure de division d'un nombre décimal par 1, par 10, par 100 ou par 1 000.

Jusqu'à l'automatisation de ces connaissances et de ces procédures, et selon les besoins des élèves, la manipulation d'un outil du type « glisse-nombres » peut compléter la verbalisation en termes d'unités de numération.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage

- Connaître et utiliser la valeur des chiffres selon leur rang dans l'écriture d'un nombre
- Connaître les liens entre les unités de numération unité, dizaine, centaine, millier, dixième, centième, millième
- Connaître des grands nombres entiers
- Reconnaître un nombre décimal
- Connaître la définition d'un pourcentage
- Associer et utiliser différentes écritures d'un nombre décimal : écriture à virgule, fraction, nombre mixte, pourcentage
- Placer sur une demi-droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre décimal
- Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée
- Comparer deux nombres décimaux
- Ordonner une liste de nombres décimaux
- Donner la valeur arrondie à l'unité, au dixième ou au centième, d'un nombre décimal
- Déterminer ou connaître la valeur arrondie de certains nombres non décimaux
- Encadrer un nombre décimal par deux nombres décimaux, intercaler un nombre décimal entre deux nombres décimaux
- Additionner et soustraire des nombres décimaux
- Multiplier un nombre entier ou un nombre décimal par 0,1, par 0,01, et par 0,001
- Connaître le lien avec la division par 10, 100 et par 1 000
- Comprendre le sens de la multiplication de deux nombres décimaux
- Calculer le produit de deux nombres décimaux
- Contrôler les résultats à l'aide d'ordres de grandeur
- Résoudre des problèmes mettant en jeu des multiplications entre des nombres décimaux
- Diviser un nombre décimal par un nombre entier non nul inférieur à 10
- Résoudre des problèmes mettant en jeu des divisions décimales
- Effectuer la division euclidienne d'un nombre entier par un nombre entier inférieur à 100
- Résoudre des problèmes mettant en jeu des divisions euclidiennes

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

Des activités fondées sur l'histoire des mathématiques permettent à l'élève de renforcer sa culture générale et de prendre du recul sur ses connaissances des nombres entiers ou décimaux.

Par exemple :

- la découverte d'écritures des nombres à partir de lettres ou de dessins : numérations acrophoniques grecque, romaine, hiéroglyphique égyptienne ;
- la découverte d'algorithmes opératoires, développés dans plusieurs traditions mathématiques, comme la multiplication par jalouses ou en tableau ;
- la manipulation d'abaques à jetons ou de bouliers pour remobiliser le principe de la numération et la notion de « base de numération » ;
- la découverte de la numération sexagésimale paléo-babylonienne, qui repose sur les mêmes principes mathématiques que le système utilisé pour exprimer des durées en heures, minutes et secondes. Le passage de ce système de numération au système décimal (et vice versa) est un autre contexte que celui des durées pour travailler la division euclidienne ;
- la découverte de l'écriture des nombres décimaux utilisée par Simon Stevin de Bruges pour illustrer le lien entre numération décimale et fractions décimales.

Les fractions

Tout au long de la classe de 6^e, l'étude des fractions s'intègre à la résolution de problèmes, permettant ainsi de concrétiser le sens de quotient attribué à cette notion.

L'étude des fractions à l'école élémentaire, débutant dès le CE1, s'est appuyée sur des manipulations et des représentations variées pour familiariser l'élève avec plusieurs des sens qui sont attribués à une fraction. Le premier sens, communément appelé « partie d'un tout », consiste à prendre un « tout » de référence (une pizza fictive, une bande de papier, un morceau de ficelle, etc.), à le partager en parts égales et à prendre un certain nombre de ces parts. Si cette conception est intuitive pour les élèves, elle présente des difficultés lorsqu'il s'agit d'aborder des fractions supérieures à 1.

Au CM1, les élèves ont appris que la fraction unitaire $\frac{1}{n}$ est considérée comme une nouvelle unité de mesure.

Une fraction comme $\frac{7}{4}$ est définie comme la somme $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$, ce qui nécessite de considérer sept quarts alors que l'unité de référence n'en contient que quatre. Si une bande de papier est graduée en quarts, toute fraction, inférieure ou supérieure à 1, correspond alors à un certain nombre de graduations : 3 graduations pour la fraction $\frac{3}{4}$ et 7 graduations pour la fraction $\frac{7}{4}$. Cette conception « mesure » de la fraction permet également de mieux appréhender le produit d'un entier par une fraction comme $7 \times \frac{1}{4}$.

En classe de 6^e, la fraction acquiert un nouveau sens : celui de quotient. L'objectif est de faire comprendre aux élèves qu'une fraction, par exemple $\frac{3}{4}$, ne représente pas seulement 3 quarts d'une unité de référence, mais aussi le quart de 3, considéré comme « tout » à diviser en 4 parts égales. Ce sens de quotient, qui fait explicitement le lien avec la division, est introduit par des manipulations comme le partage d'une bande de papier ou d'un morceau de ficelle. Si ces manipulations sont simples pour des partages en 2, 3, 4, voire 5 ou 8 parties égales d'une bande de longueur 3 cm, elles deviennent plus complexes pour des divisions en 5, 7 ou 11 parts pour illustrer le sens quotient des fractions $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{11}$. Les élèves peuvent alors utiliser un réseau de droites parallèles équidistantes, communément appelé « guide-ligne ».

Ces manipulations et le lien avec la division permettent à l'élève de comprendre la définition du quotient d'un entier a par un entier b non nul et le nouveau sens de la fraction $\frac{a}{b}$. Cette définition est mobilisée dans la résolution d'égalités à trous, qui préfigurent celle de l'équation $a \times x = b$, ouvrant ainsi la voie à la pensée algébrique.

Les élèves, déjà familiarisés à l'écriture multiplicative $7 \times \frac{1}{4}$, comprennent qu'elle représente le même nombre que $\frac{1}{4} \times 7$, en référence à l'aire d'un rectangle dont les mesures, dans une unité donnée, sont 7 et $\frac{1}{4}$. Par ailleurs, une multiplication du type $\frac{1}{4} \times 7$ sert à exprimer le quart de 7, introduisant une autre conception de la fraction, celle d'opérateur multiplicatif. Cet autre sens a déjà été abordé au cours moyen où la fraction opérait sur une quantité.

En classe de 6^e, la fraction opère également sur un nombre, notamment quand elle est exprimée sous forme de pourcentage. Parallèlement à l'approfondissement et à l'extension du sens attribué à une fraction, les techniques opératoires sont entretenues et, comme déjà mentionné, s'élargissent avec la multiplication entre une fraction et un entier. Dans la continuité du cours moyen, les élèves comparent des fractions, notamment en termes d'égalité.

Pour favoriser ces apprentissages, l'explicitation des procédures par le professeur et leur verbalisation par les élèves, l'utilisation de représentations variées et la mise à disposition de matériel de manipulation pour les élèves qui en ont besoin sont indispensables.

Automatismes

L'élève sait reconnaître une fraction sur des représentations variées, par exemple :



L'élève connaît des relations entre $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ et 1, et complète de manière automatique des « égalités à trous » du type : $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \dots$; $1 - \frac{1}{4} = \dots$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \dots$; $1 - \frac{1}{4} = \dots$; $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \dots$; $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \dots$; $\frac{3}{4} - \frac{3}{4} = \dots$.

L'élève sait passer de manière automatique d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale, et inversement, dans les cas suivants : $\frac{1}{4} = 0,25$; $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{1}{2} = 1,5$; $\frac{3}{2} = 2$; $\frac{5}{2} = 2,5$.

Les notions de diviseur et de multiple et les tables de multiplication sont réactivées en vue de leur utilisation dans le calcul sur les fractions (simplification, addition et soustraction).

L'élève sait calculer $\frac{2}{3}$ de 12 œufs, $\frac{3}{4}$ de 10 m.

Connaissances et capacités attendues

Le sens quotient d'une fraction

Objectifs d'apprentissage

Relier une fraction au résultat exact de la division de son numérateur par son dénominateur

Comprendre et connaître la définition du quotient d'un entier a par un entier b non nul

Compléter des égalités à trous multiplicatives

Placer une fraction sur une demi-droite graduée dans des cas simples

Grader un segment de longueur donnée

Savoir que la fraction $\frac{a}{b}$ peut représenter un nombre entier, un nombre décimal non entier ou un nombre non décimal

La fraction comme opérateur multiplicatif

En 6^e, l'objectif est de faire opérer une fraction, non seulement sur une quantité ou sur une grandeur comme au cours moyen, mais également sur un nombre entier, ce qui constitue un niveau d'abstraction plus élevé.

Objectifs d'apprentissage

Utiliser une multiplication pour appliquer une fraction à un nombre entier

Comparer des fractions

Objectifs d'apprentissage

Établir des égalités de fractions

Comparer et encadrer des fractions

Ordonner une liste de nombres écrits sous forme de fractions ou de nombres mixtes

Effectuer des opérations sur les fractions

Objectifs d'apprentissage

Additionner et soustraire des fractions

Multiplier une fraction par un nombre entier

Résoudre des problèmes mettant en jeu des fractions

Inventer des problèmes mettant en jeu des fractions

Pourcentages

Objectifs d'apprentissage

Comprendre le sens d'un pourcentage

Calculer une proportion (rapport entre une partie et le tout) et l'exprimer sous forme de pourcentage dans des cas simples

Appliquer un pourcentage à une grandeur ou à un nombre

Prolongements possibles : mises en perspective historiques et culturelles

L'élève découvre les contextes historiques (impôt, héritage, cadastre) qui ont conduit à la notion de fraction ainsi que leurs différentes écritures avant l'utilisation de la barre de fraction.

Il comprend pourquoi une fraction a été appelée nombre rompu, nombre cassé ou encore nombre coupé.

Algèbre

En classe de 6^e, la pensée algébrique est une approche qui pose les bases d'un raisonnement à la fois logique et abstrait, et permet aux élèves de commencer à s'éloigner des calculs numériques pour explorer des concepts plus généraux. Cette introduction reste ancrée dans des situations concrètes et visuelles, afin de rendre ces idées accessibles et progressives.

La pensée algébrique est une manière de réfléchir et de résoudre des problèmes mathématiques en utilisant des outils et des concepts qui ne nécessitent pas toujours la connaissance exacte des nombres. Elle consiste à raisonner sur les relations entre des quantités plutôt que sur les valeurs elles-mêmes.

Pour faciliter cette transition, les élèves utilisent des représentations visuelles et des outils qui rendent les concepts abstraits plus concrets, tels que les motifs évolutifs et les schémas en barre. Progressivement, les élèves passent d'un raisonnement purement concret à un raisonnement symbolique. Dans un premier temps, les quantités inconnues sont exprimées à l'aide de mots, de dessins ou éventuellement de lettres. Ce n'est qu'au cycle 4 que les lettres seront introduites de manière formelle. Ce passage à l'abstraction doit se faire avec soin, car il n'est pas un objectif prioritaire en 6^e. La pensée algébrique ne se limite pas à un domaine spécifique : elle irrigue l'ensemble du programme de mathématiques. Elle est mobilisée dans des situations variées.

Résoudre des problèmes mettant en jeu des nombres inconnus

Objectifs d'apprentissage

Utiliser des modèles pré-algébriques pour résoudre des problèmes algébriques

Identifier la structure d'un motif évolutif en repérant une régularité et en identifiant une structure

Grandeurs et mesures

En classe de 6^e, l'élève renforce ses connaissances du cours moyen sur les grandeurs et les mesures à travers l'automatisation de certains résultats et la résolution de problèmes. Ce domaine permet d'établir des liens avec les notions figurant dans les champs « Géométrie », « Nombres et calculs » et « Proportionnalité ».

L'élève apprend à calculer le périmètre d'un disque (également désigné comme périmètre d'un cercle par abus de langage qui sera toléré pour l'élève) et à effectuer des conversions d'unités d'aire. Les formules du périmètre d'un carré, d'un rectangle, d'un disque et celles de l'aire d'un carré ou d'un rectangle s'installent progressivement. Ces formules constituent une première sensibilisation au calcul littéral. L'élève substitue une valeur numérique à une lettre pour calculer, en situation, un périmètre ou une aire.

Il découvre l'unité de volume cm³. En lien avec les problèmes de dénombrement d'assemblages de cubes, il détermine des volumes.

Le travail sur les mesures d'angle est intégré au champ « Géométrie », dans lequel on traite simultanément l'objet géométrique « angle » et la mesure de la grandeur « angle ».

Concernant les durées, les élèves résolvent des problèmes mobilisant des conversions entre le système décimal et le système sexagésimal, consolidant leurs compétences en gestion des unités de temps.

Les longueurs

Automatismes

L'élève connaît les significations des préfixes allant du kilo- au milli-, ainsi que les relations entre le mètre, ses multiples et ses sous-multiples, et fait le lien avec les unités de numération du système décimal.

L'élève connaît les relations entre deux unités successives du système décimal, par exemple : $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$ et $1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm} = 0,1 \text{ dm}$.

L'élève sait convertir en mètre une longueur donnée dans une autre unité, multiple ou sous-multiple du mètre, inversement, l'élève sait convertir dans une unité donnée une longueur exprimée en mètre.

L'élève sait utiliser le compas comme outil de report de longueurs.

Il sait que le périmètre d'une figure plane est la longueur de son contour. L'élève sait calculer le périmètre d'un carré et d'un rectangle.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage

Savoir que le périmètre du disque est proportionnel à son diamètre

Connaître la formule du périmètre d'un disque

Calculer le périmètre d'un disque

Calculer des périmètres de figures composées

Résoudre des problèmes impliquant des longueurs

Les aires

Automatismes

L'élève sait comparer des aires sans avoir recours à la mesure, par superposition ou par découpage et recollement de surfaces.

L'élève sait que 1 cm^2 est l'aire d'un carré de 1 cm de côté, que 1 m^2 est l'aire d'un carré de 1 m de côté, que 1 dm^2 est l'aire d'un carré de 1 dm de côté.

Dans des cas simples, l'élève sait déterminer l'aire d'une surface en s'appuyant sur un quadrillage composé de carreaux dont les côtés mesurent 1 cm .

L'élève sait que : $1 \text{ m}^2 = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm} = 10 \times 10 \text{ dm}^2 = 100 \text{ dm}^2$;

$1 \text{ dm}^2 = 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 10 \times 10 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm}^2$.

L'élève mémorise que 1 cm^2 est égal à un centième de 1 dm^2 , qu'il écrit $1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{100} \text{ dm}^2$ ou $1 \text{ cm}^2 = 0,01 \text{ dm}^2$.

L'élève mémorise que 1 dm^2 est égal à un centième de 1 m^2 , qu'il écrit $1 \text{ dm}^2 = \frac{1}{100} \text{ m}^2$ ou $1 \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ m}^2$.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage

Effectuer des conversions d'aire

Connaître la formule de l'aire d'un carré ou d'un rectangle

Calculer l'aire d'un carré ou d'un rectangle

Les volumes

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage

Connaître l'unité centimètre cube

Comparer des volumes

Déterminer un volume

Le repérage dans le temps et les durées

Automatismes

- L'élève lit l'heure sur un cadran à aiguilles ou sur un affichage digital (heures, minutes et secondes).
- L'élève place les aiguilles pour qu'une horloge indique une heure donnée.
- L'élève connaît les unités de mesure de durées jour, heure, minute et seconde et les relations qui les lient.
- L'élève sait combien de jours il y a dans une année (bissextile ou non), combien d'années il y a dans un siècle, et dans un millénaire.
- L'élève sait qu'une demi-heure c'est 30 minutes, qu'un quart d'heure c'est 15 minutes, que trois quarts d'heure c'est 45 minutes.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage

Effectuer des calculs sur des horaires et des durées
Résoudre des problèmes impliquant des horaires et des durées
Convertir des durées

Mises en perspective historiques et culturelles

L'élève découvre l'histoire et le fonctionnement de différents types de calendriers : solaires, lunaires ou luni-solaires. Il comprend le lien entre les calendriers julien et grégorien et les différentes approximations de la valeur de l'année tropique.

Selon ses intérêts et ses besoins, l'élève peut également s'interroger sur les moyens de partager le temps, découvrir les clepsydres (horloges à eau) ou d'autres instruments historiques et interculturels (grecs, arabes, chinois).

Espace et géométrie

Étude de configurations planes

Au cours moyen, l'élève a acquis des connaissances sur les figures géométriques de référence et sur les positions relatives de droites lors de descriptions, de constructions et de la résolution de problèmes. Le vocabulaire géométrique et certaines notations ont été introduits progressivement.

En classe de 6^e, les travaux géométriques de reproduction, de description et de construction se poursuivent. L'éventail des définitions, qui s'élargit à de nouveaux objets, permet de dégager leur caractère abstrait et universel.

Les observations et les constructions s'appuient sur des définitions et des propriétés. Le professeur peut utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour la visualisation de certaines constructions. Cependant, le maniement par l'élève des instruments traditionnels de la géométrie, accompagné de la verbalisation de ses démarches, sont des facteurs essentiels pour que les constructions dépassent le statut de simples activités pour déboucher sur de véritables apprentissages et faciliter le passage à l'abstraction.

Au-delà de ces activités de construction, la présentation par le professeur et la mise en place progressive par l'élève lui-même de preuves favorisent le développement du raisonnement logique et de la pensée déductive. L'élève accède ainsi à ces facultés essentielles dans de nombreuses autres disciplines scolaires, facultés qui seront également un atout majeur dans sa future vie personnelle et professionnelle.

La feuille de papier n'est pas le seul support aux activités géométriques : les objets de la vie courante, mais aussi l'environnement ordinaire de l'élève (la salle de classe ou la cour de récréation), s'y prêtent également. Les deux principaux sujets d'étude sont les distances et les angles, qui sont abordés à travers la manipulation, l'observation, les constructions, l'initiation au raisonnement et la mise en place de preuves. La construction d'une preuve repose sur l'élaboration et la structuration de la pensée et de la parole individuelle, orale ou écrite, mais également sur la confrontation de ses propres idées à celles d'autrui, dans des situations de débat ou d'entraide. Les compétences mathématiques et langagières sont ainsi développées conjointement.

Automatismes

- L'élève connaît le lexique et le codage des objets de base de la géométrie plane : angle droit, égalité de longueurs, égalité d'angles.
- Il reconnaît un carré, un rectangle, un triangle.
- Il reconnaît si une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie.
- Il sait coder des angles droits et des longueurs égales.

Connaissances et capacités attendues

Distances

Objectifs d'apprentissage

Connaître et utiliser la définition de la distance entre deux points
Connaître et utiliser la définition du milieu d'un segment

Cercles et disques

Objectifs d'apprentissage

Connaître les définitions d'un cercle, d'un disque, d'un rayon, d'un diamètre, d'une corde

Comprendre la définition d'un cercle et celle d'un disque sous la forme d'ensembles de points

Résoudre des problèmes mettant en jeu des distances à un point

Médiatrice d'un segment

Objectifs d'apprentissage

Connaître la définition de la médiatrice d'un segment

Comprendre et utiliser la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment

Résoudre des problèmes en s'appuyant sur la propriété caractéristique de la médiatrice

Angles

Objectifs d'apprentissage

Connaître et utiliser les angles ainsi que le lexique et les notations qui s'y rapportent : angle droit, angle plat, angle plein, angle nul, angle aigu, angle obtus, angles opposés par le sommet, angles adjacents, angles supplémentaires

Mesurer un angle

Construire un angle de mesure donnée

Bissectrice d'un angle saillant

Objectifs d'apprentissage

Connaître la définition de la bissectrice d'un angle saillant

Utiliser la définition de la bissectrice d'un angle pour effectuer des constructions et résoudre des problèmes

Triangles

Le triangle se prête à un travail portant conjointement sur les distances et sur les angles. Le positionnement d'un triangle sur la feuille doit être varié. À l'aide du compas, l'élève remarque que la donnée de trois longueurs ne permet pas toujours de construire un triangle.

Objectifs d'apprentissage

Construire des triangles

Connaître et utiliser les propriétés angulaires des triangles particuliers : triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral

Connaître la valeur de la somme des mesures des angles d'un triangle

L'utiliser pour calculer des angles, effectuer des constructions et résoudre des problèmes

Savoir que les médiatrices d'un triangle sont concourantes

Connaître et construire le cercle circonscrit à un triangle

Symétrie axiale

Le travail de construction réalisé au cours moyen se poursuit. Différents supports peuvent être utilisés : papier quadrillé, papier pointé, auxquels on ajoute le papier uni.

Objectifs d'apprentissage

Connaître la définition du symétrique d'un point par rapport à une droite

Connaître et utiliser les propriétés de la symétrie axiale pour effectuer des constructions

La vision dans l'espace

En classe de 6^e, la connaissance des solides étudiés au cours moyen est entretenue sous la forme d'automatismes. En prolongement des apprentissages déjà installés, la vision dans l'espace est consolidée à travers des activités de différentes natures portant sur des assemblages de cubes : passage, dans les deux sens, entre l'objet à trois dimensions et ses diverses représentations à deux dimensions, dénombrements.

Automatismes

L'élève identifie dans un ensemble de solides lesquels sont des pyramides, des boules, des cubes, des cylindres, des pavés, des cônes ou des prismes droits.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage

Voir dans l'espace des assemblages de cubes

Organisation et gestion de données et probabilités

Organisation et gestion de données

À l'école élémentaire, les élèves ont recueilli des données et ont construit des tableaux à simple ou double entrée, des diagrammes en barres ou des courbes pour les présenter. Inversement, ils ont lu et interprété des informations contenues dans un tableau à double entrée, un diagramme en barres, un diagramme circulaire et d'une courbe. Ils ont résolu des problèmes en une ou deux étapes mobilisant ces différents types de représentation.

En classe de 6^e, l'élève consolide ces notions, en menant lui-même les différentes phases d'une enquête statistique, ce qui le conduit à prendre des initiatives et à organiser son travail. Il est confronté à des données objectives relatives à des sujets d'actualité comme le changement climatique, la pollution ou la perte de biodiversité. L'interprétation de ces données sollicite son esprit critique et sa capacité d'argumentation. L'enseignement de cette partie du programme contribue à l'acquisition de connaissances et de méthodes essentielles dans d'autres disciplines telles que, par exemple, la géographie, les sciences ou l'éducation physique et sportive.

Automatismes

L'élève sait lire un tableau, un diagramme en barres, un diagramme circulaire ou une courbe dans des cas adaptés à une lecture immédiate.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage

Réaliser une enquête et recueillir des données

Réaliser des mesures et les consigner dans un tableau

Construire un tableau simple pour présenter des données (observations, caractères)

Faire un choix en filtrant les données d'un tableau selon un critère

Les probabilités

Au CM2, dans le cadre d'une situation d'équiprobabilité, les élèves ont appris à dénombrer l'ensemble des issues possibles d'une expérience aléatoire, ainsi qu'à identifier et à compter celles qui correspondent à un événement. Ces dénombrements leur ont permis de quantifier les probabilités d'événements, sous la forme de « a chances sur b », où a est le nombre d'issues correspondant à l'événement et b le nombre total d'issues possibles de l'expérience aléatoire.

Ils ont également travaillé sur la répétition d'une même expérience aléatoire, comme par exemple celle du lancer d'une pièce de monnaie, et sur la notion d'indépendance. Ils ont pris conscience que le dé « ne se souvient pas » du résultat du lancer précédent. Dans le cadre d'une expérience constituée de deux épreuves indépendantes, les élèves ont appris à utiliser des tableaux à double entrée ou des arbres pour recenser toutes les issues possibles et celles qui réalisent l'événement dont on cherche la probabilité.

En classe de 6^e, un objectif majeur est de passer de la traduction d'une probabilité en termes de chances (a chances sur b) à son expression par le nombre égal au quotient $\frac{a}{b}$ (pouvant être lu « a sur b »), qui peut s'exprimer comme une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage.

L'approche fréquentiste des probabilités est également introduite. Cela permet d'interpréter certains résultats abordés au cours moyen.

Il n'est pas attendu que l'élève utilise le vocabulaire spécifique aux probabilités (expérience, issue, univers, événement) de manière autonome, mais le professeur peut l'employer.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage

Savoir que la probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1

Calculer des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité

Comparer des résultats d'une expérience aléatoire répétée à une probabilité calculée

La proportionnalité

Au cours moyen, la proportionnalité était exclusivement abordée dans le cadre des grandeurs et elle était identifiée par l'effet sur la seconde grandeur de la multiplication de la première par un nombre donné. L'élève a ainsi appris à identifier des situations de proportionnalité et à utiliser des raisonnements fondés sur la propriété de linéarité pour la multiplication ou pour l'addition.

En classe de 6^e, la proportionnalité continue d'être étudiée exclusivement dans le cadre des grandeurs, et, ne concerne pas les suites de nombres. La définition de la proportionnalité entre deux grandeurs est formalisée et reliée à l'utilisation d'expression du type « prix au kilo ». Celles-ci anticipent la notion de grandeur quotient qui sera étudiée au cycle 4. L'élève est sensibilisé au « modèle » de la proportionnalité. Il résout des problèmes qui en relèvent en utilisant la procédure la mieux adaptée aux nombres mis en jeu : linéarité multiplicative ou additive, retour à l'unité. Comme au cours moyen, il est encouragé à laisser apparaître à l'intérieur des calculs les unités des grandeurs manipulées.

Plusieurs outils permettent de représenter une situation de proportionnalité : tableau, flèches, parenthèses (qui anticipent la notation fonctionnelle). Lorsqu'il s'agit d'un tableau, le nom de chaque grandeur, accompagné de son unité, y figure explicitement. La recherche de données manquantes dans un tableau s'appuie sur le sens de la proportionnalité : l'élève verbalise les relations entre les mesures d'une grandeur (2 fois plus, 5 fois moins, etc.) ou s'appuie sur le caractère constant d'une grandeur telle que « prix au kilo » ou « nombre de battements du cœur par minute » relevant du langage courant. Dans cette optique de compréhension du sens de la proportionnalité, notion essentielle dans la vie quotidienne et dans de nombreuses autres disciplines, la technique du « produit en croix » n'est pas enseignée.

Automatismes

- L'élève sait repérer des relations multiplicatives simples entre des nombres (double, quadruple, moitié, tiers, quart).
- Il associe de manière automatique les expressions du type : « 4 fois plus grand, 4 fois plus petit, 5 fois plus, 5 fois moins » à une multiplication ou à une division.

Connaissances et capacités attendues

Objectifs d'apprentissage

Connaître la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs et la mettre en lien avec des expressions de la vie courante
Identifier si une situation relève du « modèle » de la proportionnalité

Résoudre un problème de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée : propriété de linéarité pour la multiplication ou l'addition, retour à l'unité

Représenter une situation de proportionnalité à l'aide d'un tableau ou de notations symboliques

S'initier à la résolution de problèmes d'échelles

Initiation à la pensée informatique

En plus de la consolidation des raisonnements précédents, le programme de 6^e permet l'initiation progressive à la compréhension de notions plus spécifiques de l'informatique : instructions, séquences d'instructions, entrées, sorties, répétitions. Les activités proposées peuvent être réalisées avec ou sans machine (robot ou logiciel de programmation graphique par blocs comme Scratch). L'utilisation d'un tableau peut également être envisagée pour l'étude des suites évolutives de nombres.

Objectifs d'apprentissage

Identifier une instruction ou une séquence d'instructions

Produire et exécuter une séquence d'instructions

Répéter à la main une séquence d'instructions pour accomplir une tâche imposée

Programmer la construction d'un chemin simple