Première ES/Nombres dérivés

1. Rappels sur les fonctions affines :

Exercice réservé 7737

On considère le plan muni d'un repère $(O;I;J)$.

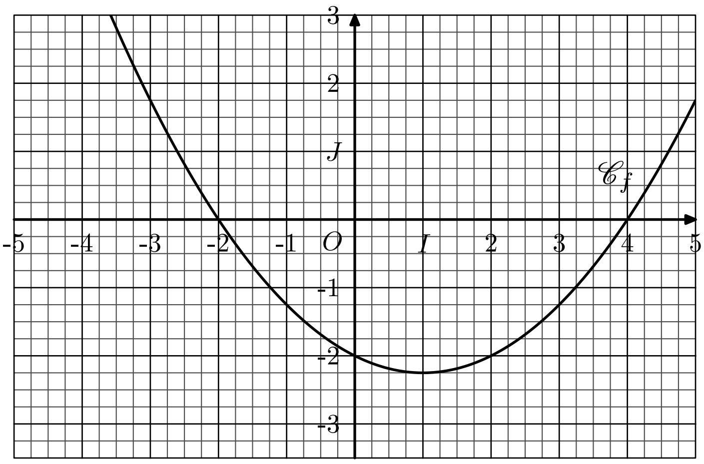
1. On considère les points $A(-2;-1{,}5)$ et $B(0{,}5;2{,}25)$. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).
2. On considère les points $C(-1;1)$ et $D(1;-0{,}5)$. Déterminer l'équation réduite de la droite (CD).

Exercice réservé 4713

On considère la fonction f définie par la relation est :

$$f(x) = \frac{1}{4}\cdot x^2 - \frac{1}{2}\cdot x - 2$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;I;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f :



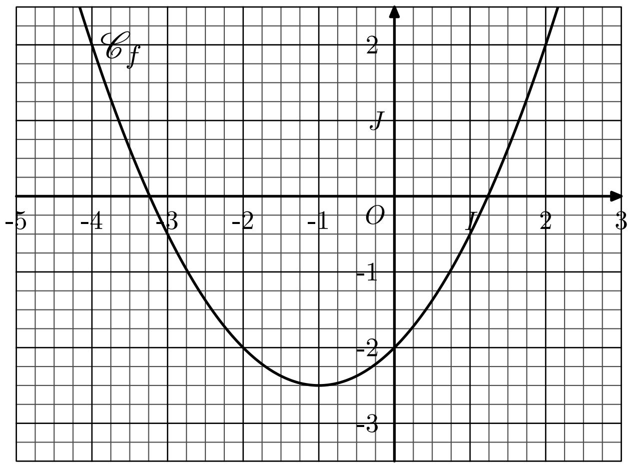
1. a. Effectuer le tracé de la droite (d) dont l'équation est :
$$y = \frac{1}{2}\cdot x - 3$$
   b. Effectuer le tracé de la droite (Δ) dont l'équation est :
$$y = -\frac{3}{2}\cdot x - 3$$
2. Quelle particularité possède les droites (d) et (Δ) relativement à la courbe $\mathscr{C}_f$?

Exercice réservé 4669

On considère les deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par les relations :

$$f(x) = \frac{1}{2}\cdot x^2 + x - 2 \quad ; \quad g(x) = x + 1$$

On munit le plan d'un repère $(O;I;J)$ orthonormé. Le graphique ci-dessous donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



1. Compléter le tableau de valeurs :

x	-2	0	2
$g(x)$			

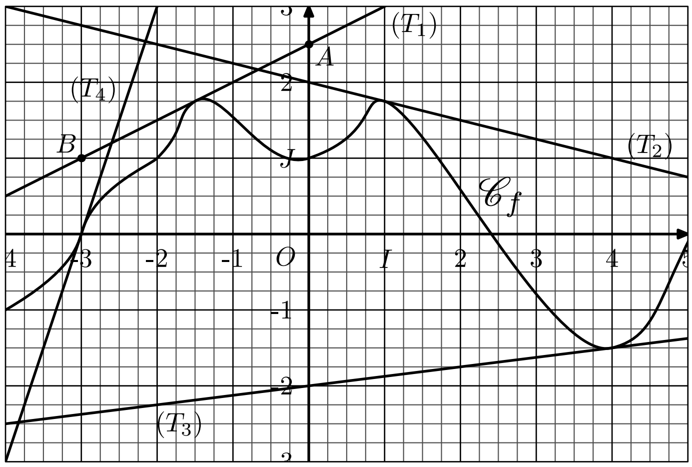
2. On considère la droite (d_1) passant par le point de coordonnées $(0;-2)$ et ayant pour coefficient directeur $g(0)$.
   a. Déterminer l'équation réduite de la droite (d_1).
   b. Tracer la représentation de la droite (d_1) dans le repère ci-dessus.
3. On considère la droite (d_2) passant par le point d'abscisse -2 de la courbe $\mathscr{C}_f$ et ayant $g(-2)$ pour coefficient directeur.

   Tracer la représentation de la droite (d_2) dans le repère ci-dessus.
4. a. Quelle conjecture peut-on émettre sur le lien de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la fonction g?
   b. Utiliser cette conjecture pour tracer la tangente (d_3) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

2. Introduction :

Exercice 4654

Ci-dessous est représentée, dans le repère $(O;I;J)$, la courbe $\mathscr{C}_f$ et quatre de ses tangentes :



1. La droite (T_1) s'appelle :

   "La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $-1{,}5$"

   Nommer de même les trois autres droites.

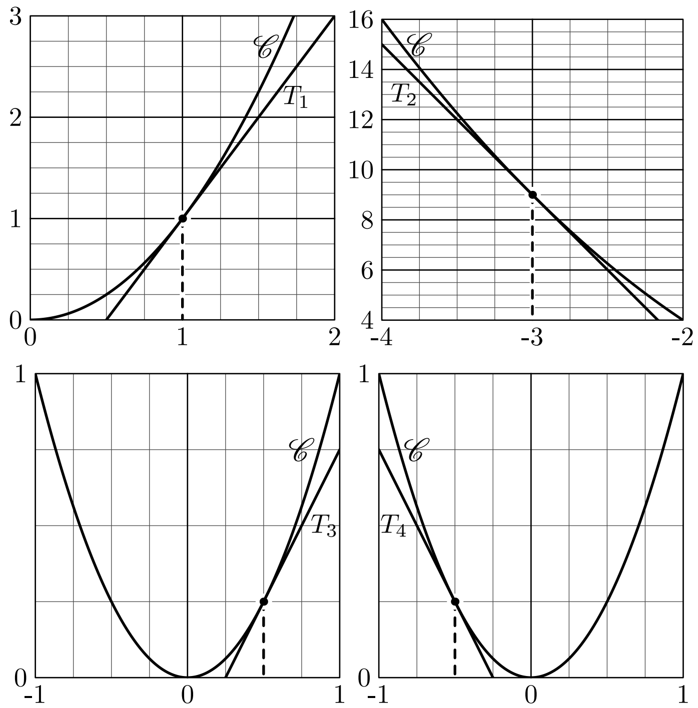
2. a. La tangente (T_1) passe par les points $A(0\,;2{,}5)$ et $B(-3\,;1)$. Déterminer le coefficient directeur de la droite (T_1).

   b. Déterminer les coefficients directeurs des tangentes (T_2), (T_3) et (T_4).

Exercice 4655

Ci-dessous est représentée, dans des repères orthogonaux, la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction carré.

Dans chacune de ces représentations, une tangente à la courbe $\mathscr{C}$ est tracée :



1. Par lecture graphique, compléter le tableau suivant :

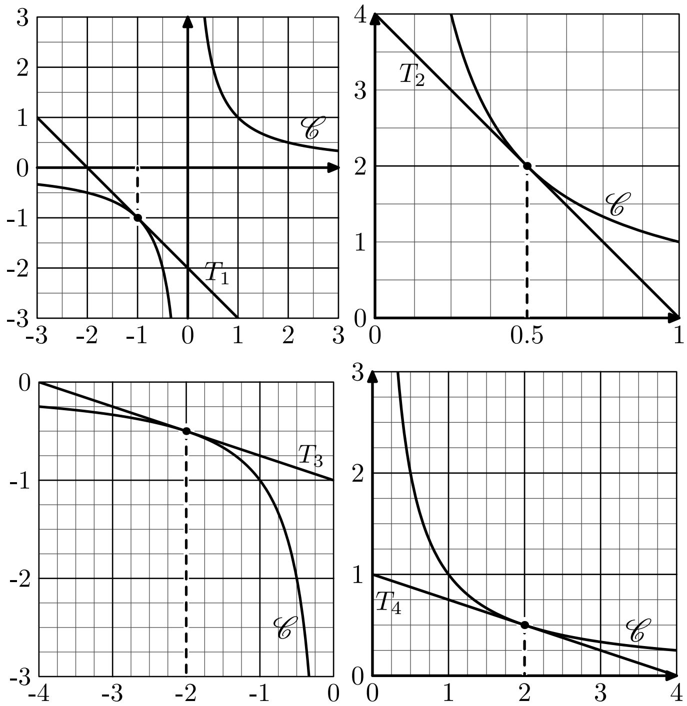
x	-3	$-\dfrac{1}{2}$	0	$\dfrac{1}{2}$	1
$f(x)$					
Coeff. dir. tangente					

2. Emettre une conjecture quant à l'expression d'une fonction associant au nombre x réel le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse x.

Exercice 4656

Ci-dessous est représentée, dans des repères orthogonaux, la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction inverse.

Dans chacune de ces représentations, une tangente à la courbe $\mathscr{C}$ est tracée :



1. Par lecture graphique, compléter le tableau suivant :

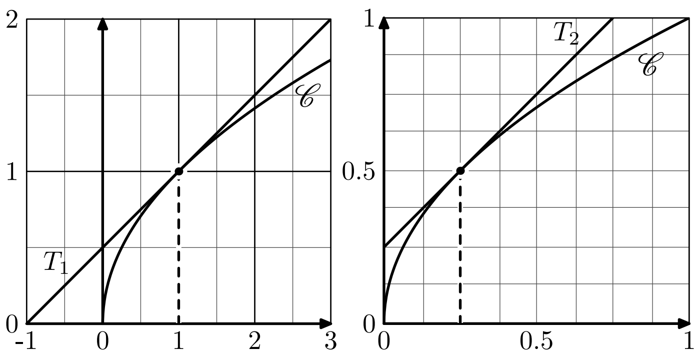
x	-2	-1	$\dfrac{1}{2}$	2
$f(x)$				
Coeff. dir. tangente				

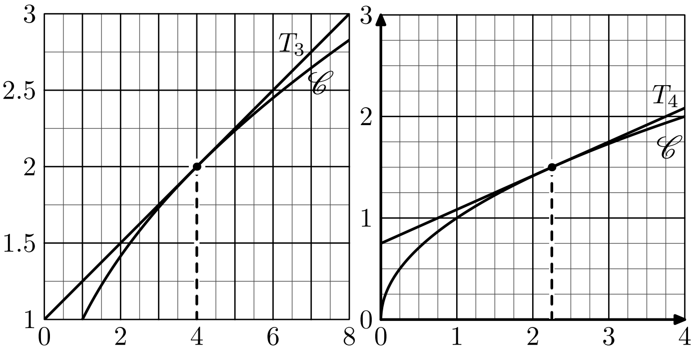
2. Emettre une conjecture quant à l'expression d'une fonction associant au nombre x réel le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse x.

Exercice 4657

Ci-dessous est représentée, dans des repères orthogonaux, la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction racine carrée.

Dans chacune de ces représentations, une tangente à la courbe $\mathscr{C}$ est tracée :





1. Par lecture graphique, compléter le tableau suivant :

x	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	4
$f(x)$				
Coeff. dir. tangente				

2. Emettre une conjecture quant à l'expression d'une fonction associant au nombre x réel le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse x.

3. Dérivées des fonctions polynômes du second degré :

Exercice 7648

Soit f une fonction du second degré définie par l'expression :
$f(x)=a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c$
où a, b et c sont trois nombres réels avec $a\neq 0$.

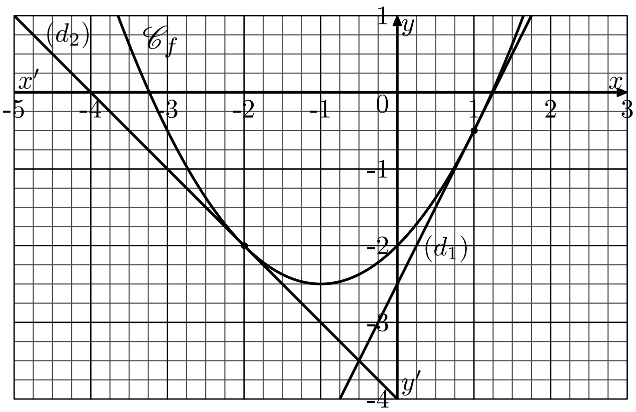
On appelle la **fonction dérivée de la fonction** f, la fonction f' définie par :
$f'(x)=2a{\cdot}x+b$

Recopier et compléter le tableau ci-dessous afin d'obtenir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$f(x)=a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c$	a	b	c	$f'(x)=2a{\cdot}x+b$
$-2{\cdot}x^2-x+1$				
$0{,}25{\cdot}x^2+x-1$				
x^2-x				
$-4{\cdot}x^2-2$				

Exercice 7649

On considère la fonction f du second degré dont la courbe représentative est donnée dans le repère ci-dessous :



1. a. La droite (d_1) est la tangente a la courbe $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées $(1\,;-0{,}5)$.
Déterminer le coefficient directeur de la droite (d_1).

b. La droite (d_2) est la tangente a la courbe $\mathscr{C}_f$ au point de coordonnées $(-2\,;-2)$.
Déterminer le coefficient directeur de la droite (d_2).

2. L'expression de la fonction est définie par :
$f(x)=0{,}5{\cdot}x^2+x-2$

a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

b. Calculer les images suivantes par la fonction f' :
- $f'(1)$
- $f'(-2)$

Exercice 7650

Soit f une fonction f dérivable en a et notons $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a a pour équation réduite :
$y=f'(a){\cdot}(x-a)+f(a)$

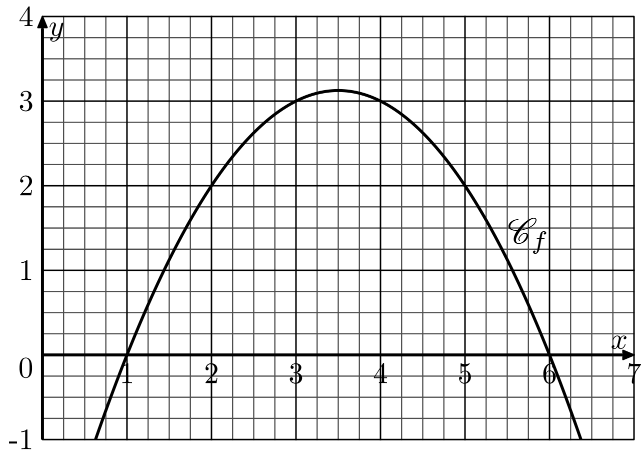
On considère la fonction f définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[0\,;7]$ par :
$f(x)=-0{,}5{\cdot}x^2+3{,}5{\cdot}x-3$
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère et A le point d'abscisse 2 appartenant à $\mathscr{C}_f$.

1. Donner les coordonnées du point A.

2. Déterminer la valeur du nombre dérivée de la fonction f en $x=2$.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.

4. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous :



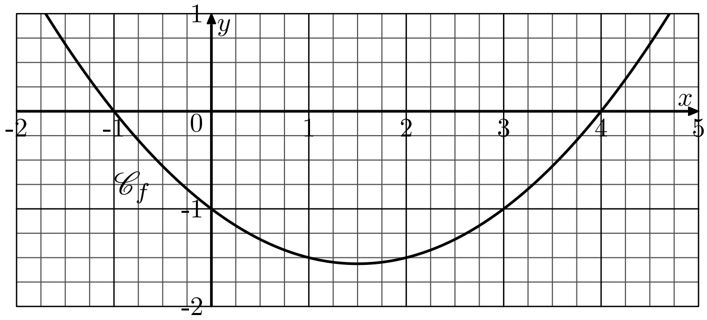
Exercice 7651

On considère la fonction f définie pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-2\,;5]$ par :

$$f(x) = 0{,}25{\cdot}x^2 - 0{,}75{\cdot}x - 1$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère et A le point d'abscisse 2 appartenant à $\mathscr{C}_f$.

1. Donner les coordonnées du point A.
2. Déterminer la valeur du nombre dérivée de la fonction f en $x=2$.
3. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.
4. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessous :



Exercice réservé 4707

On considère la fonction définie par la relation :

$$f(x) = x^2 - 6{\cdot}x + 5$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

On note (d) et (Δ) les deux tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ respectivement aux points d'abscisses 2 et 5.

1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.
2. Déterminer l'équation de la tangente (d).
3. Déterminer l'équation de la tangente (Δ).
4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (d) et (Δ).

4. Dérivées de polynômes :

Exercice 4667

Donner les dérivées des fonctions polynomiales suivantes :

1. $f : x \longmapsto -3x + 2$
2. $g : x \longmapsto 4x^2 - 4$
3. $h : x \longmapsto 2x^2 + 3x$
4. $j : x \longmapsto 5x^3 - 2x^2$
5. $k : x \longmapsto -2x^2 + 2x$
6. $\ell : x \longmapsto (3x + 11)(4 - x)$

Exercice 4668

Donner les dérivées des fonctions polynomiales suivantes :

1. $f : x \longmapsto 3x + 2$
2. $g : x \longmapsto x^2 + 4$
3. $h : x \longmapsto x^2 + x$
4. $j : x \longmapsto x^3 + 2x^2$
5. $k : x \longmapsto 3x^2 - 2x$
6. $\ell : x \longmapsto (x + 1)(2x - 4)$

Exercice réservé 4670

Déterminer les nombres dérivées des fonctions suivantes en 1 :

a. $f : x \longmapsto 2x + 4$
b. $g : x \longmapsto 5 - 3x$
c. $h : x \longmapsto 2x^2 + 3$
d. $j : x \longmapsto 5x - 3x^2 - 1$
e. $k : x \longmapsto x^4 + x^2 + 1$
f. $\ell : x \longmapsto 2x(x^3 - x^2 - 4)$

Exercice 7534

La fonction f est définie pour tout réel x élément de l'intervalle $\big[1\,;7\big]$ par :

$$f(x) = 1{,}5{\cdot}x^3 - 9{\cdot}x^2 + 24{\cdot}x + 48$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' sa dérivée seconde sur $\big[1\,;7\big]$. Pour tout réel x de l'intervalle $\big[1\,;7\big]$:

1. Calculer $f'(x)$
2. Calculer $f''(x)$.

5. Formule de la tangente et polynômes :

Exercice 4683

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = -\frac{2}{3}{\cdot}x^3 - 3{\cdot}x^2 + x + 10$$

Dans un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

1. a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f.
   b. Donner la valeur de $f'(-3)$.
2. a. Donner les coordonnées du point A de $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse -3.
   b. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -3.
3. Vérifier à l'aide de la calculatrice que la droite obtenue est bien la tagente (T).

Exercice 4682

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{2}{\cdot}x^3 - \frac{3}{2}{\cdot}x^2 + x + 1$$

Dans un repère $\big(O\,;\,I\,;\,J\big)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

1. (a.) Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f.

   (b.) Donner la valeur de $f'(2)$.

2. (a.) Donner les coordonnées du point A de $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse 2.

   (b.) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

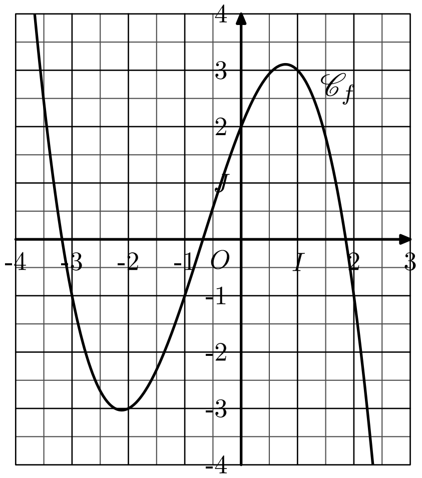
3. Vérifier à l'aide de la calculatrice que la droite obtenue est bien la tangente (T).

Exercice réservé 4684

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = -\frac{1}{2}\cdot x^3 - x^2 + \frac{5}{2}\cdot x + 2$$

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



1. (a.) Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f.

   (b.) Donner la valeur de $f'(-2)$.

2. (a.) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -2.

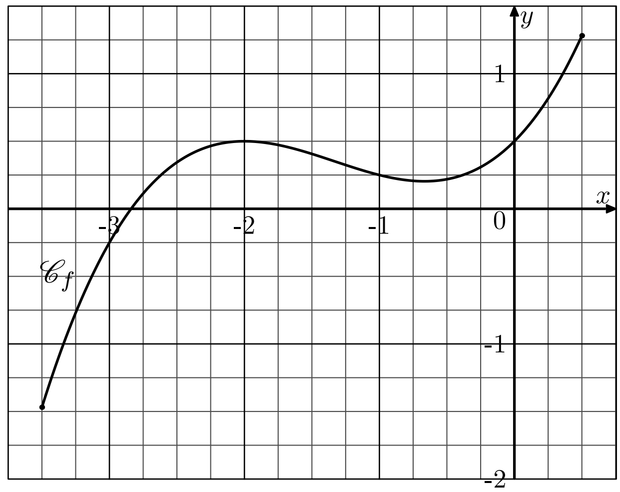
   (b.) Effectuer le tracé de la tangente (T) dans le repère ci-dessus.

Exercice 7782

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3{,}5\,;0{,}5]$ par la relation :

$$f(x) = 0{,}25\cdot x^3 + x^2 + x + 0{,}5$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-dessous :



1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

2. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

3. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessus.

Exercice 4729

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est donnée par :

$$f(x) = -x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 5x - 3$$

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et (d) la droite d'équation :

$$y = -x + 1$$

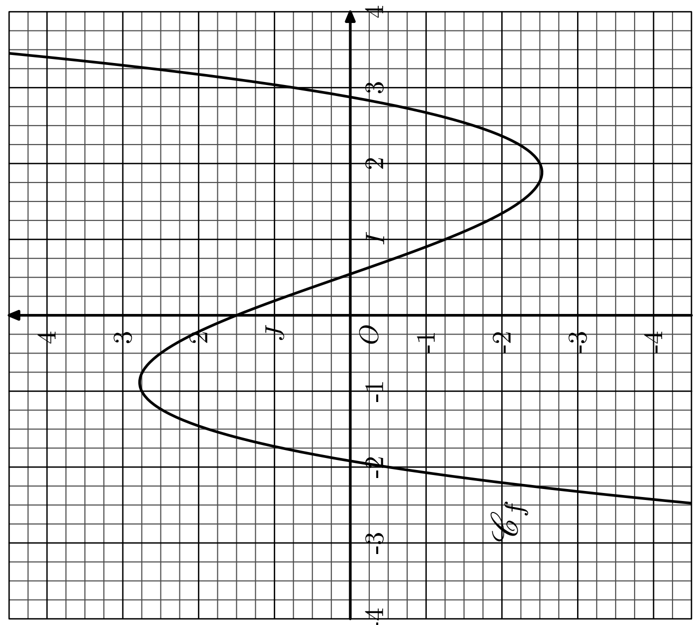
Démontrer que la droite (d) est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ dont on précisera en deux points dont on précisera les coordonnées *(on pourra conjecturer l'abscisse de ces points à l'aide de la calculatrice)*.

Exercice 4706

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{2}\cdot x^3 - \frac{3}{4}\cdot x^2 - \frac{5}{2}\cdot x + \frac{3}{2}$$

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

2. On considère la fonction affine g définie par :

$$g(x) = \frac{1}{2}\cdot x + \frac{13}{4}$$

a. Tracer la droite (d) représentative de la fonction g.

b. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en -1

c. Démontrer que la droite (d) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -1.

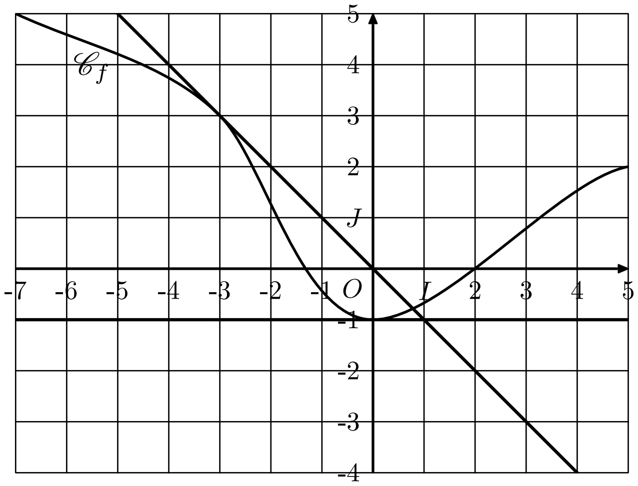
3. a. Résoudre l'équation : $f'(x) = \frac{1}{2}$

b. En déduire l'équation d'une droite (Δ) parallèle à (d) et tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ en un autre point.

6. Etude d'une courbe :

Exercice 7714

La représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses -3 et 0.



Parmi les quatre réponses ci-dessous, laquelle est correcte :

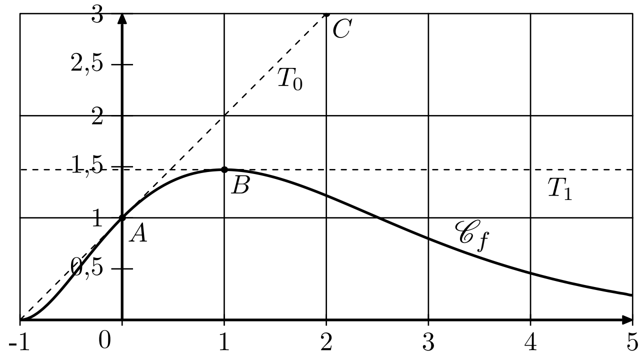
a. $f'(0) = -1$ b. $f'(-1) = 0$

c. $f'(-3) = -1$ d. $f'(-3) = 3$

Exercice réservé 7715

Dans ce questionnaire à choix multiples, aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.
Une bonne réponse rapporte 0,75 point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.
Noter sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Dans un repère orthonormé du plan, on donne la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1\,;5]$.
On note f' la fonction dérivée de f.
La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $A(0\,;1)$ et par le point B d'abscisse 1.
La tangente T_0 à la courbe au point A passe par le point $C(2\,;3)$ et la tangente T_1 au point B est parallèle à l'axe des abscisses.



1. La valeur exacte de $f'(1)$ est :

a. 0 b. 1 c. 1,6 d. autre réponse

2. La valeur exacte de $f'(0)$ est :

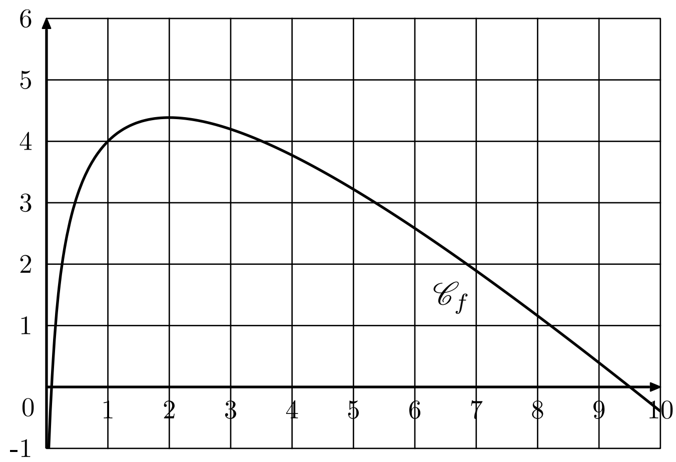
a. 0 b. 1 c. 1,6 d. autre réponse

3. La valeur exacte de $f(1)$ est :

a. 0 b. 1 c. 1,6 d. autre réponse

Exercice 7713

On considère une fonction f définie pour tout réel x strictement positif et dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f, ainsi que T, la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 4 sont représentées ci-desous :



Parmi les quatre propositions ci-dessous, laquelle est exacte?

Sur l'intervalle $]0\,;10]$, l'équation $f'(x) = 0$ admet :

a. Aucune solution b. Une seule solution

c. Deux solutions d. Plus de deux solutions

7. Dérivées des fonctions de références :

Exercice 7679

Pour chaque question, une fonction f est proposée ainsi que l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f. Etablir l'expression de la fonction f' proposée :

	$f(x)$	$f'(x)$
1.	$3{\cdot}x^5 - x^2 + 1$	$15{\cdot}x^4 - 2{\cdot}x$
2.	$\dfrac{1}{x} - x^2$	$\dfrac{-2{\cdot}x^3 - 1}{x^2}$
3.	$x + x^2 + \dfrac{1}{x}$	$\dfrac{2{\cdot}x^3 + x^2 - 1}{x^2}$
4.	$x^2 + \sqrt{x}$	$\dfrac{4{\cdot}x{\cdot}\sqrt{x} + 1}{2{\cdot}\sqrt{x}}$

Exercice réservé 4685

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

1. $f : x \longmapsto x + \dfrac{1}{x}$
2. $g : x \longmapsto \dfrac{2}{3}{\cdot}x^3 - \sqrt{x}$
3. $h : x \longmapsto 3{\cdot}\sqrt{x} - 2x^4$
4. $j : x \longmapsto \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{x}$

Exercice 7652

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par :
$f(x) = \sqrt{x} - x$

1. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f.
2. a. Déterminer l'image et le nombre dérivée du nombre 2 par la fonction f.
   b. Déterminer l'expression de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f au point d'abscisse 2.
3. a. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et la tangente (T) à l'aide de votre calculatrice.
   b. Conjecturer la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ et de la tangente (T).

8. Dérivées d'un produit :

Exercice 4686

1. Compléter le tableau suivant :

u	v	u'	v'
$3{\cdot}x^2 - 2$	$8 - x$		
$\dfrac{1}{x}$	$x^2 - 1$		
$5{\cdot}x + \dfrac{2}{x}$	$3 - 2{\cdot}x^3$		
x	$\sqrt{x}$		

2. Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer l'expression de sa fonction dérivée :
   a. $f : x \longmapsto (3{\cdot}x^2 - 2)(8 - x)$
   b. $g : x \longmapsto \dfrac{1}{x}{\cdot}(x^2 - 1)$
   c. $h : x \longmapsto \left(5{\cdot}x + \dfrac{2}{x}\right)(3 - 2{\cdot}x^3)$
   d. $j : x \longmapsto x{\cdot}\sqrt{x}$

Exercice réservé 4690

1. On considère la fonction f définie par :
   $f(x) = (x^2 - 3)(2 - x^3)$
   Etablir l'égalité suivante : $f'(x) = -5{\cdot}x^4 + 9{\cdot}x^2 + 4x$
2. On considère la fonction g définie par :
   $$g(x) = \frac{1}{x}{\cdot}(x^2 + 1)$$
   Etablir l'égalité suivante : $g'(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2}$

Exercice 4689

Déterminer, pour chaque fonction, l'expression de sa fonction dérivée :

1. $f : x \longmapsto (x^2 - 3{\cdot}x + 1)(1 - 2{\cdot}x)$
2. $g : x \longmapsto (-x^3 + 2{\cdot}x + 3){\cdot}(x^2 + 1)$
3. $h : x \longmapsto x{\cdot}\left(x + \dfrac{1}{x}\right)$

Exercice réservé 4704

Déterminer l'expression de la fonction dérivée associée à chacune des fonctions ci-dessous :

1. $f : x \longmapsto (x^2 - 3x){\cdot}(x^5 + 3x^2 + 1)$
2. $g : x \longmapsto (x^4 + 3x^2 + 1){\cdot}(x^3 - x^2)$

Exercice 7735

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

1. $f(x) = x^5 + 3{\cdot}x^2 - x + 10$
2. $g(x) = (x^2 - 1){\cdot}\dfrac{1}{x}$

Exercice 7736

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

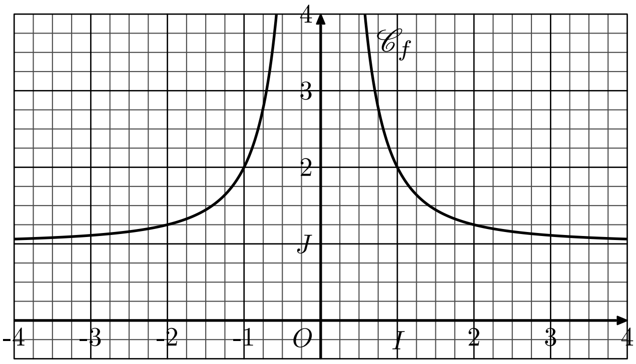
1. $f(x) = 2{\cdot}x^7 - x^2 - 2{\cdot}x + 1$
2. $g(x) = (2 - 3{\cdot}x^2){\cdot}\dfrac{1}{x}$

Exercice 7719

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par :
$f(x) = \dfrac{1}{x}{\cdot}\left(x + \dfrac{1}{x}\right)$

1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

2. On donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$:



a. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

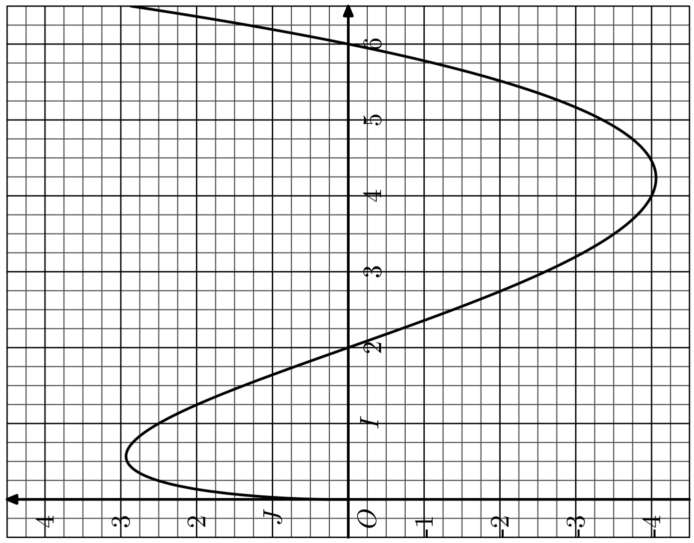
b. Tracer la tangente (T) dans le repère ci-dessus.

Exercice 4715

On considère la fonction f définie par la relation est :

$$f(x) = \sqrt{x}\cdot\Big(\frac{1}{2}\cdot x^2 - 4x + 6\Big)$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f :



1. a. Effectuer le tracé de la droite (d) dont l'équation est :

$$y = -\frac{1}{2}\cdot x - 2$$

b. Effectuer le tracé de la droite (Δ) dont l'équation est :

$$y = -\frac{7}{4}\cdot x + \frac{17}{4}$$

2. a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée de la fonction f.

b. Donner les valeurs des nombres dérivées de la fonction f en 1 et 4.

9. Dérivées d'un quotient :

Exercice 4688

1. Compléter le tableau suivant :

u	v	u'	v'
$5\cdot x+2$	$3\cdot x-2$		
x^2-3	$x+1$		
x^2+x+1	$2\cdot x^2-1$		
4	$x^2-2\cdot x+3$		

2. Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer l'expression de sa fonction dérivée :

a. $f : x \longmapsto \dfrac{5\cdot x+2}{3\cdot x-2}$

b. $g : x \longmapsto \dfrac{x^2-3}{x+1}$

c. $h : x \longmapsto \dfrac{x^2+x+1}{2\cdot x^2-1}$

d. $j : x \longmapsto \dfrac{4}{x^2-2\cdot x+3}$

Exercice 4687

Le tableau ci-dessous vous présente, pour chaque ligne, l'expression de l'image de x par une fonction et l'expression du nombre dérivé en x de cette fonction. Vérifier l'exactitude de l'expression du nombre dérivée en x :

Fonction	Image de x	Nombre dérivé en x
f	$x^3-5\cdot x^2+x-3$	$3\cdot x^2-10\cdot x+1$
g	$\dfrac{2\cdot x-1}{x^2+x}$	$-\dfrac{2\cdot x^2-2\cdot x-1}{x^2\cdot(x+1)^2}$
h	$(x^2-3)\cdot\sqrt{x}$	$\dfrac{5\cdot x^2-3}{2\cdot\sqrt{x}}$
j	$\dfrac{3\cdot x-2}{2-x}$	$\dfrac{4}{(x-2)^2}$

Exercice réservé 4691

1. On considère la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{3\cdot x+1}{2\cdot x-1}$

Etablir l'égalité suivante : $f'(x)=\dfrac{-5}{(2\cdot x-1)^2}$

2. On considère la fonction g définie par : $g(x)=\dfrac{5\cdot x-x^2}{3-x^2}$

Etablir l'égalité suivante : $g'(x)=\dfrac{5\cdot x^2-6\cdot x+15}{\big(x^2-3\big)^2}$

Exercice réservé 4705

Déterminer l'expression de la fonction dérivée associée à chacune des fonctions ci-dessous :

1. $f : x \longmapsto \dfrac{x^2 - 3x}{x^3 - 4x + 1}$ 2. $g : x \longmapsto \dfrac{5}{x^2 - 1}$

Exercice 7147

On considère les deux fonctions f et g définies ci-dessous par :

a. $f(x) = \left(x^7 - 4{\cdot}x - 1\right)\left(x^3 + 2{\cdot}x\right)$ b. $g(x) = \dfrac{x^2 - 4}{3{\cdot}x^2 - x + 4}$

Exercice réservé 4728

Déterminer l'expression des dérivées des fonctions suivantes :

1. $f : x \longmapsto \dfrac{5}{3}{\cdot}x^3 - \dfrac{2}{3}{\cdot}x^2 + 3{\cdot}x - 4$
2. $h : x \longmapsto \dfrac{x^2 - 3{\cdot}x}{2{\cdot}x - 4}$

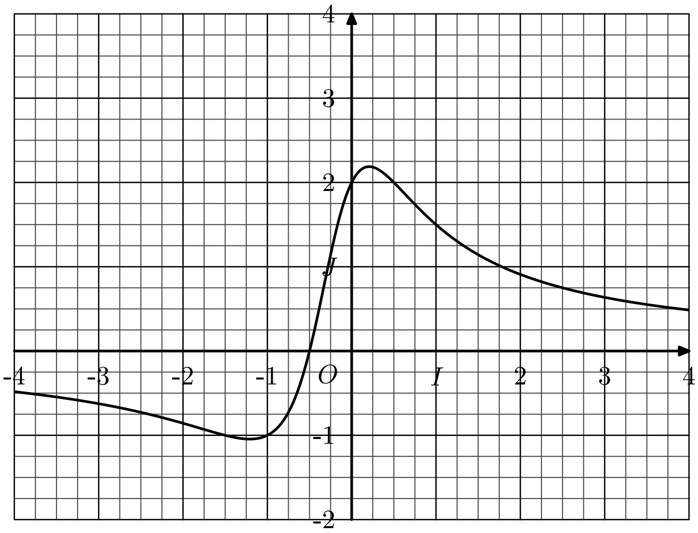
10. Dérivée d'un quotient et tangente :

Exercice 4717

On considère la fonction f définie par la relation est :

$$f(x) = \frac{4{\cdot}x + 2}{2{\cdot}x^2 + x + 1}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f :



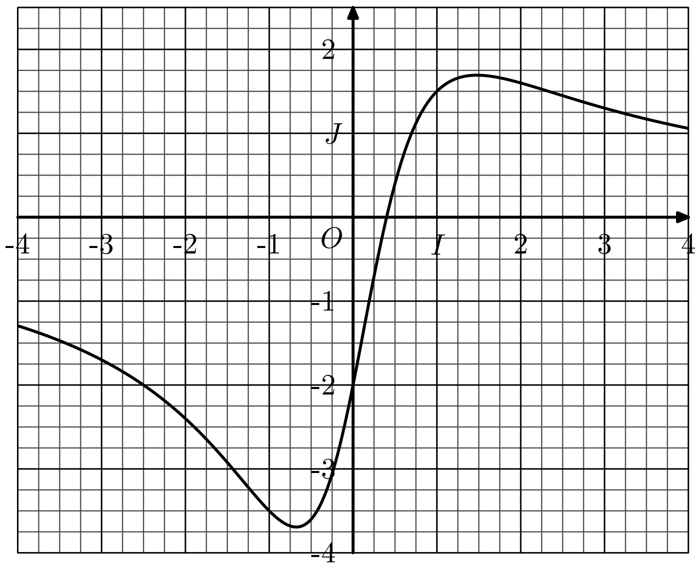
1. a. Effectuer le tracé de la droite (d_1) dont l'équation est :
$$y = \frac{1}{2}{\cdot}x - \frac{1}{2}$$
   b. Effectuer le tracé de la droite (d_2) dont l'équation est :
$$y = 2{\cdot}x + 2$$
   c. Effectuer le tracé de la droite (d_3) dont l'équation est :
$$y = -x + \frac{5}{2}$$
2. a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée de la fonction f.
   b. Donner les valeurs des nombres dérivées de la fonction f en -1, 0 et $\dfrac{1}{2}$.

Exercice 4693

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :

$$f(x) = \frac{5{\cdot}x - 2}{x^2 + 1}$$

Dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé ci-dessous est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



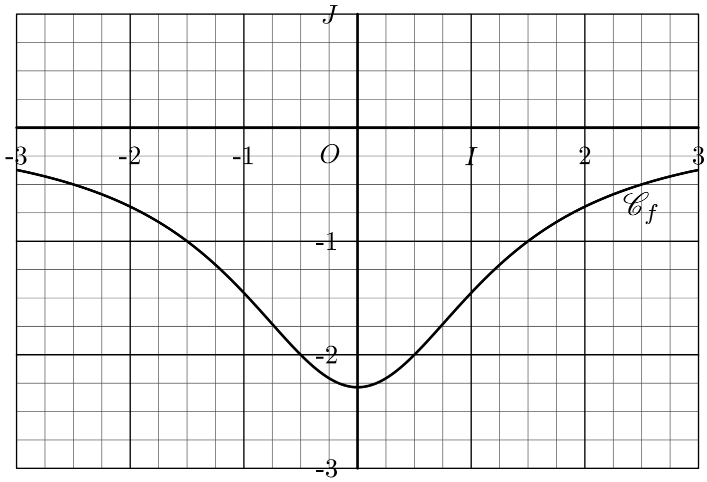
1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Etablir l'égalité suivante :
$$f'(x) = \frac{-5{\cdot}x^2 + 4{\cdot}x + 5}{\left(x^2 + 1\right)^2}$$
2. a. Donner les coordonnées du point de $\mathscr{C}_f$ ayant 1 pour abscisse.
   b. Donner la valeur du nombre dérivée de la fonction f en 1.
   c. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
   d. Tracer la tangente (T).

Exercice 4699

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image de x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{-16}{4{\cdot}x^2 + 7}$$

1. Etablir que la fonction f admet pour dérivée la fonction f' dont l'expression est :
$$f'(x) = \frac{128{\cdot}x}{\left(4{\cdot}x^2 + 7\right)^2}$$
2. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$.
3. Le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous représente la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f. Tracer la représentation graphique de (T).

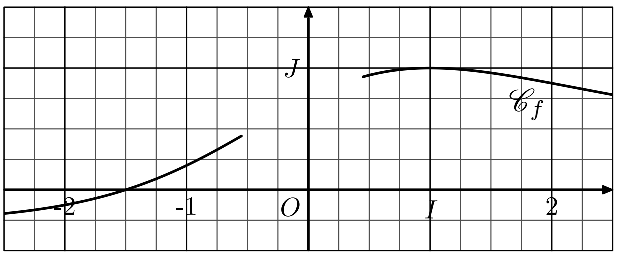


Exercice réservé 6665

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{2{\cdot}x+3}{x^2+4}$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$. Ci-dessous est représentée une partie de la courbe $\mathscr{C}_f$.



1. Donner les coordonnées du point A de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse 0.

2. a. Etablir que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression :

$$f'(x) = \frac{-2{\cdot}x^2-6{\cdot}x+8}{\left(x^2+4\right)^2}$$

   b. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

   c. Effectuer le tracé de la tangente (T) dans le repère ci-dessus. *(on indiquera les deux points utilisés pour le tracé de la tangente)*.

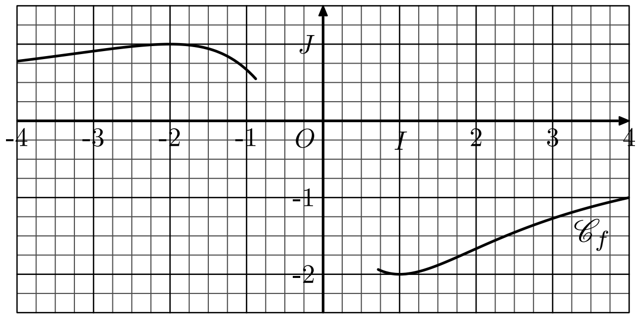
3. Déterminer le ou les abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ où celle-ci admet une tangente horizontale.

Exercice 7734

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = \frac{-4{\cdot}x-2}{x^2+2}$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$. Ci-dessous est représentée une partie de la courbe $\mathscr{C}_f$.



1. Donner les coordonnées du point A de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse 0.

2. a. Etablir que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression :

$$f'(x) = \frac{4{\cdot}x^2+4{\cdot}x-8}{\left(x^2+2\right)^2}$$

   b. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

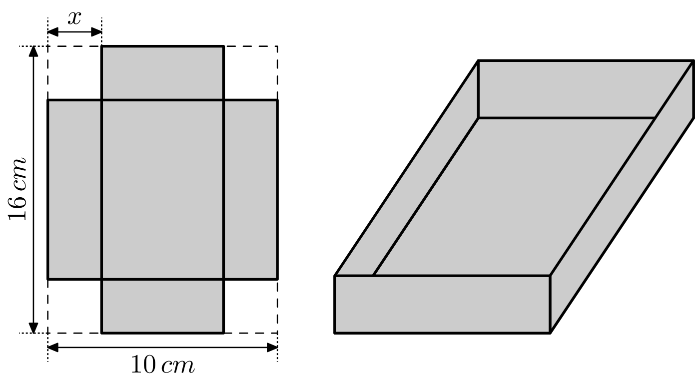
   c. Effectuer le tracé de la tangente (T) dans le repère ci-dessus. *(on indiquera les deux points utilisés pour le tracé de la tangente)*.

3. Déterminer le ou les abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ où celle-ci admet une tangente horizontale.

11. Problèmes :

Exercice 4632

On souhaite construire une boîte de forme parallélépipèdique à partir d'une feuille cartonnée de dimensions $10\,cm$ sur $16\,cm$.



Pour cela, on coupe quatre carrés dans les coins de cette feuille dont les côtés mesurent $x\,cm$. On admet que la valeur de x doit être comprise dans l'intervalle $]0\,;5[$.

Déterminer la valeur de x pour laquelle le volume de la boîte est maximal.

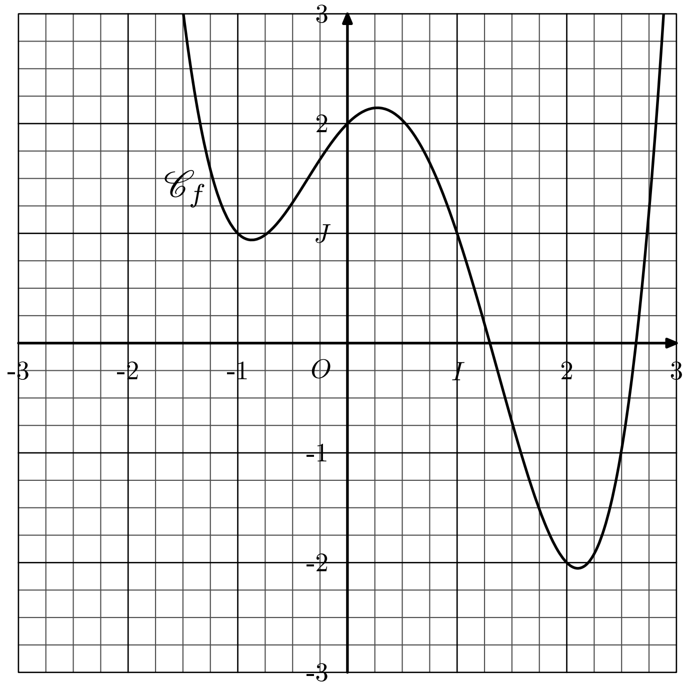
12. Un peu plus loin : étude de fonctions, intersections et position relative :

Exercice 4731

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x)=\frac{1}{2}\cdot x^4-x^3-\frac{3}{2}\cdot x^2+x+2$$

On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé dans lequel est représenté la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



1. a. Tracer la droite (d) d'équation $y=-x$.

   b. Que représente la droite (d) relativement à la courbe $\mathscr{C}_f$.

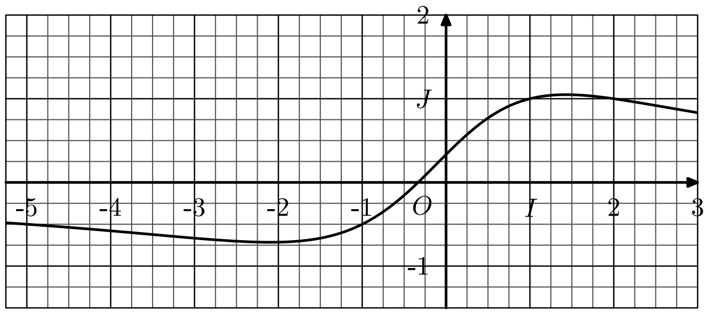
2. Etablir vos conjectures de la question 1. b..

Exercice réservé 4709

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x)=\frac{3\cdot x+1}{x^2+3}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

2. a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en 1.

   b. En déduire l'équation de la tangente (d) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

   c. Effectuer le tracé de la droite (d).

3. a. Déterminer la valeur des réels a, b et c réalisant l'identité suivante :
   $x^3+3\cdot x^2-9\cdot x+5=(x-1)(a\cdot x^2+b\cdot x+c)$

   b. En déduire la forme factorisé du polynôme :
   $x^3+3\cdot x^2-9\cdot x+5$.

   c. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :
   $$f(x)=\frac{1}{4}\cdot x+\frac{3}{4}$$

4. Donner l'ensemble des coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la tangente (d).

Exercice réservé 7738

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=x^3-2\cdot x^2+3\cdot x-2$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\ J)$

1. a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

   b. En déduire l'expression de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

2. a. Etudier le signe du polynôme $x\cdot(x^2-2\cdot x+1)$.

   b. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et (T).

Exercice réservé 7739

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=2\cdot x^3-4\cdot x^2+1$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\ J)$

1. a. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

   b. En déduire l'expression de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

2. a. Etudier le signe du polynôme $2\cdot x\cdot(x^2-2\cdot x+1)$.

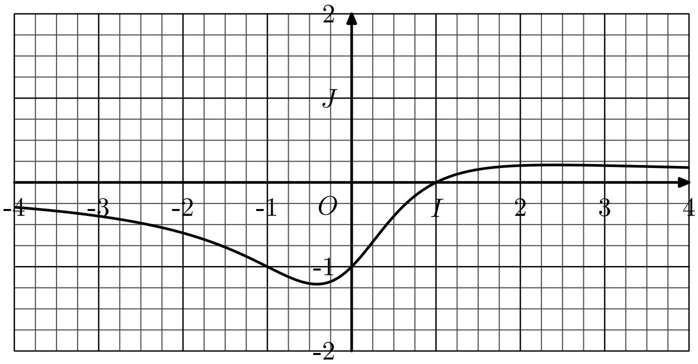
   b. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et (T).

Exercice réservé 4708

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x)=\frac{x-1}{x^2+1}$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



1. Montrer que la fonction f' dérivée de la fonction f admet pour expression :
$$f'(x) = \frac{-x^2+2x+1}{\left(x^2+1\right)^2}.$$

2. a. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en 1.
   b. En déduire l'équation de la tangente (d) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
   c. Effectuer le tracé de la droite (d).

3. a. Déterminer la valeur des réels a, b et c réalisant l'identité suivante :
$$x^3-x^2-x+1 = (x-1)(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c)$$
   b. Déterminer la forme factorisé du polynôme :
$$x^3-x^2-x+1$$
   c. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation :
$$f(x) = \frac{1}{2}{\cdot}x-\frac{1}{2}$$

4. Donner l'ensemble des coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la tangente (d).

13. Un peu plus loin : utilisation de la fonction racine carrée :

Exercice 4719

On munit le plan d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$.

1. On considère la fonction f définie par :
$$f(x) = 2{\cdot}x^2-5{\cdot}x+4$$
On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan.
   a. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$.
   b. Vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice

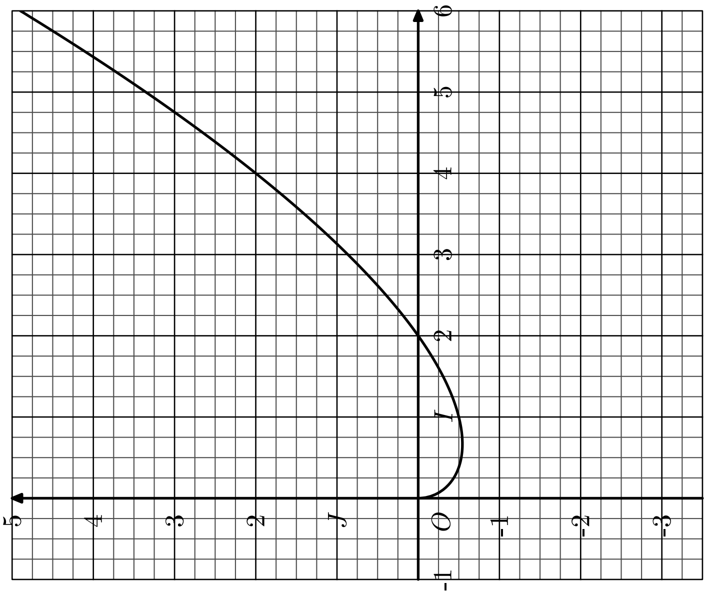
2. On considère la fonction g définie par :
$$g(x) = \sqrt{x}{\cdot}(x-1)$$
On note $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans le plan.
   a. Déterminer l'équation de la tangente (d) à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{4}$.
   b. Vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice

3. On considère la fonction h définie par :
$$h(x) = \frac{3{\cdot}x^2-x+2}{x+1}$$
On note $\mathscr{C}_h$ sa courbe représentative dans le plan.
   a. Déterminer l'équation de la tangente (Δ) à la courbe $\mathscr{C}_h$ au point d'abscisse 2.
   b. Vérifier vos résultats à l'aide de la calculatrice

Exercice 4692

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :
$$f(x) = \sqrt{x}{\cdot}\left(\frac{1}{2}{\cdot}x-1\right)$$

Dans le repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ orthonormé ci-dessous est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Etablir l'égalité suivante :
$$f'(x) = \frac{3{\cdot}x-2}{4{\cdot}\sqrt{x}}$$

2. a. Donner les coordonnées du point de $\mathscr{C}_f$ ayant 4 pour abscisse.
   b. Donner la valeur du nombre dérivée de la fonction f en 4.
   c. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4.
   d. Tracer la tangente (T).

