

Première S/Vecteurs et repères

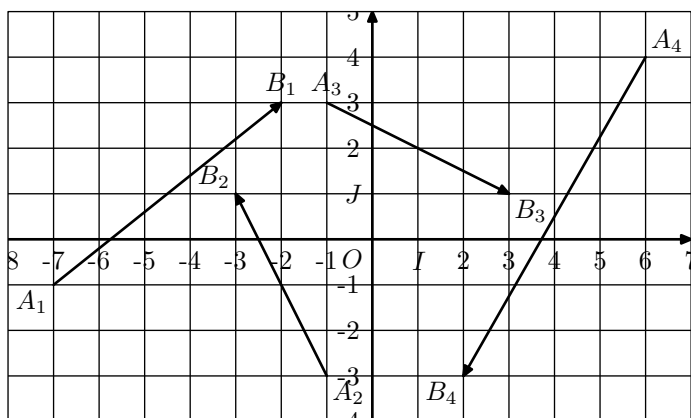
1. Rappels :

Exercice 6486

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. On considère les points A et B de coordonnées :
 $A(x_A; y_A)$; $B(x_B; y_B)$.

Les coordonnées de \vec{AB} sont : $\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$

Dans le repère orthonormé $(O; I; J)$ ci-dessous, sont représentés quatre vecteurs :



Graphiquement, déterminer les coordonnées de ces quatre vecteurs.

Exercice 6481

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. On considère les points A et B de coordonnées :
 $A(x_A; y_A)$; $B(x_B; y_B)$.

- La distance AB est définie par :

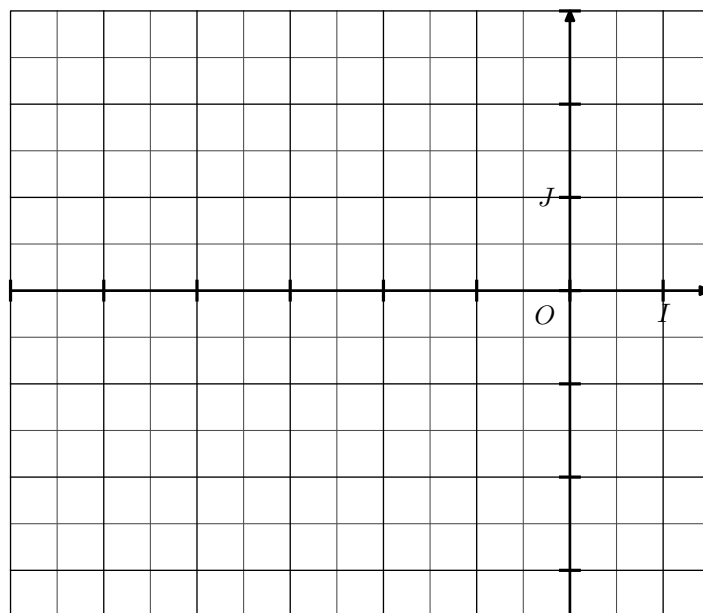
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

- Notons K le milieu du segment $[AB]$. Le point K a pour coordonnées :

$$K\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère les trois points suivants :

$$A(-4; -2) ; B(-1; 2) ; C(-2,5; -2,5)$$



- Placer les points A , B et C .

Le graphique sera complété au fur et à mesure des questions de l'exercice.

- Déterminer les longueurs AC et BC .
 - On admet que le segment $[AB]$ a pour longueur 5. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C .
- On note K le milieu du segment $[AB]$.
 - Montrer que le point K a pour coordonnées : $K(-2,5; 0)$.
 - Déterminer la longueur KC .
 - Tracer le cercle \mathcal{C} de centre K et passant par le point A .

Exercice 7146

Propriétés caractérisantes du parallélogramme :

Soit $ABCD$ un quadrilatère.

- Si les diagonales de $ABCD$ se coupent en leurs milieux alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés de $ABCD$ sont parallèles deux à deux alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si les côtés opposés de $ABCD$ sont de même longueur alors $ABCD$ est un parallélogramme.
- Si deux des côtés opposés sont parallèles et de même longueur alors $ABCD$ est un parallélogramme.

On considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère $(O; I; J)$ orthonormé :

$$A(2; 3) ; B(-2; 1) ; C(-4; -3) ; D(0; -1)$$

Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 6482

Propriété caractérisante du rectangle :

Soit $ABCD$ un quadrilatère :

- Si $ABCD$ possède trois angles droits alors $ABCD$ est un rectangle.

Soit $ABCD$ un parallélogramme :

- Si $ABCD$ a ses diagonales de même longueur alors $ABCD$ est un rectangle.
- Si $ABCD$ a un angle droit alors $ABCD$ est un rectangle.

On considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées dans un repère $(O; I; J)$ orthonormé :

$$A(-4; -1) ; B(-3; -4) ; C(3; -2) ; D(2; 1)$$

Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

Exercice réservé 6483

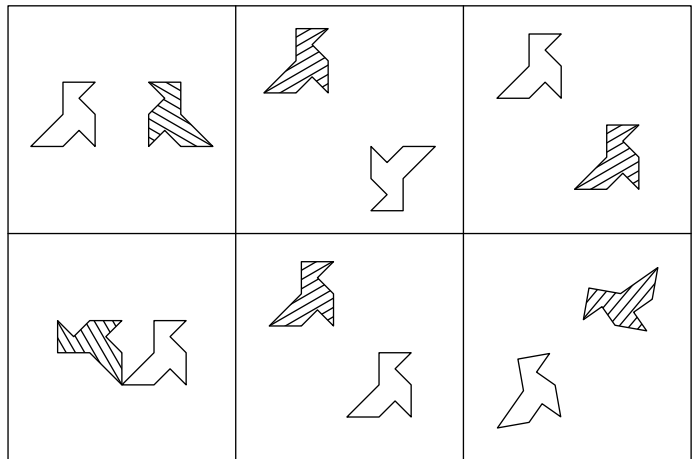
On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ et le cercle \mathcal{C} de centre $K(2; -3)$ et de rayon 5.

1. Justifier que le point $A(6; -6)$ est un point du cercle \mathcal{C}
2. Considérons le point B diamétralement opposé au point A dans le cercle \mathcal{C} . Déterminer les coordonnées du point B .
3. Soit C le point du plan de coordonnées $(-\frac{14}{5}; -\frac{8}{5})$. Justifier que le triangle ABC est rectangle en C .

Exercice 6484

La figure hachurée est obtenue après application d'une transformation du plan à la figure blanche. Dans chaque cas :

- Préciser le type de transformation (*symétrie axiale, centrale, translation, rotation*).
- Faire apparaître et préciser le(s) élément(s) caractéristique(s) de cette transformation (*axe, centre, angle, sens de rotation*)

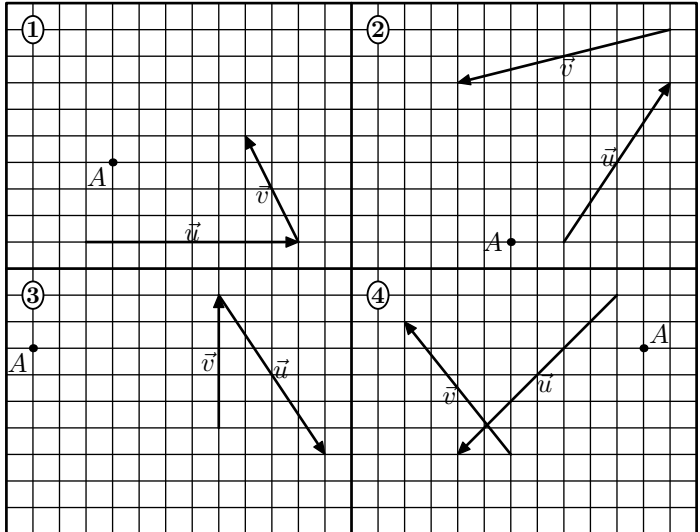


Exercice 6485

1. Pour chacun des quadrans ci-dessous :
 - a. Placer le point B translaté du point A par la translation de vecteur \vec{u} .
 - b. Tracer le point C translaté du point B par la translation de vecteur \vec{v} .

Dans chaque cadran, le point C obtenu s'appelle le translaté du point A par le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

2. Dans le premier quadrans :
 - a. Placer le point B' translaté du point A par le vecteur \vec{v} .
 - b. Placer le point C' translaté du point B' par le vecteur \vec{u} .
 - c. Que pouvez-vous dire de la translation composée des translations de vecteurs \vec{u} puis celle de \vec{v} et de la translation composée des translations de vecteurs \vec{v} et \vec{u} ?



Exercice réservé 6487

Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées :

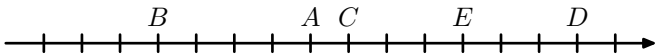
$$A\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{4}\right) ; B\left(\frac{11}{3}; -\frac{5}{4}\right) ; C\left(\frac{16}{7}; \frac{12}{5}\right) ; D\left(\frac{2}{7}; \frac{27}{5}\right)$$

Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

2. Vecteurs colinéaires: proportionnalités :

Exercice 5287

Sur une droite graduée, on place les points A, B, C, D, E :



Pour chaque question, déterminer la valeur du nombre k vérifiant l'égalité :

a. $\vec{BC} = k \cdot \vec{AC}$

b. $\vec{ED} = k \cdot \vec{AC}$

c. $\vec{AC} = k \cdot \vec{CA}$

d. $\vec{ED} = k \cdot \vec{CA}$

e. $\vec{EA} = k \cdot \vec{AB}$

f. $\vec{AC} = k \cdot \vec{BA}$

Exercice 5295

Pour chaque question, préciser si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires et, le cas échéant, donner le coefficient de colinéarité du vecteur \vec{u} par rapport au vecteur \vec{v} :

a. $\vec{u}(-2; -10)$ et $\vec{v}(4; 20)$ b. $\vec{u}(-6; 9)$ et $\vec{v}\left(\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}\right)$

c. $\vec{u}(0; 5)$ et $\vec{v}(-5; 0)$ d. $\vec{u}\left(-\frac{4}{3}; 4\right)$ et $\vec{v}(3; -9)$

e. $\vec{u}\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{5}\right)$ et $\vec{v}(5; 6)$ f. $\vec{u}(6; -5)$ et $\vec{v}\left(\frac{14}{5}; -2\right)$

3. Propriétés de colinéarité :

Exercice 5288

Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les points :
 $A(3; -5)$; $B(1; -1)$; $C(13; 2)$; $D(18; -8)$
 Etablir que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice réservé 5289

On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé.

1. On considère les points :
 $A(5; 3)$; $B(17; 6)$; $C(-3; 1)$

Montrer que les points A , B et C sont alignés.

2. On considère les points :
 $D(5; -2)$; $E(-3; 10)$; $F(-3; -2)$; $G(3; -11)$
 Montrer que les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

Exercice réservé 5296

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé.
 On considère les quatre points suivants du plan :
 $A(-\sqrt{2}; -\sqrt{6})$; $B(2\sqrt{2}; 0)$; $C(-2\sqrt{3}; 3)$; $D(0; 5)$

4. Manipulation algébrique et relation de Chasles :

Exercice 5293

Soit A , B , C et D quatre points du plan. Dans chaque cas, démontrer que les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} , vérifiant la relation imposée, sont colinéaires :

a. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ b. $5 \cdot \vec{AD} = 2 \cdot \vec{AC} + 3 \cdot \vec{BD}$

c. $\vec{AD} + \vec{BD} + 2 \cdot \vec{CB} = \vec{0}$ d. $3 \cdot \vec{AD} + 4 \cdot \vec{BC} = 7 \cdot \vec{AC}$

Exercice réservé 6488

On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$:

- Montrer que les points suivants sont alignés :
 $A(0; -1)$; $B(2; 0)$; $C(-2; -2)$
- Déterminer si les points suivants sont alignés :
 $K(3; -4)$; $L(2; -2)$; $M(-1; 3)$
- On considère les points ci-dessous :
 $O(3; 2)$; $P(4; 5)$; $Q(1; -202)$; $R(101; 98)$
 Déterminer si les droites (OP) et (QR) sont parallèles.

Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 5313

On considère le plan muni du repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ représenté ci-dessous :

On considère les quatre vecteurs ci-dessous :

$\vec{u}\left(\frac{9}{4}; -\frac{3}{4}\right)$; $\vec{v}\left(\frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$; $\vec{w}\left(-\frac{15}{4}; \frac{5}{4}\right)$

- Représenter les trois vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} avec pour origine le point O .
- a. Graphiquement, émettre une conjecture sur la colinéarité de couples de vecteurs parmi \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} .
 b. Etablir votre conjecture.

Exercice réservé 6507

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère les quatre points :

$A(2; -5)$; $B(-2; 2)$; $C(-4; 5)$; $D\left(2; -\frac{11}{2}\right)$

Justifier que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 8122

On considère les quatre points A , B , C et D vérifiant la relation vectorielle :

$2 \cdot \vec{DC} + 5 \cdot \vec{CB} + 5 \cdot \vec{AD} - 3 \cdot \vec{AB} = \vec{0}$

Démontrer que les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont colinéaires.

5. Recherche des coordonnées de points :

Exercice 5291

On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$.
Soit A, B, C et D quatre points du plan de coordonnées :

$$A(-5; 1) ; B(2; 4) ; C(-1; -2) ; D(3; y_D)$$

Déterminer les coordonnées du point D tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles et que le point D ait 3 pour abscisse.

Exercice réservé 5746

On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ et les quatre points :

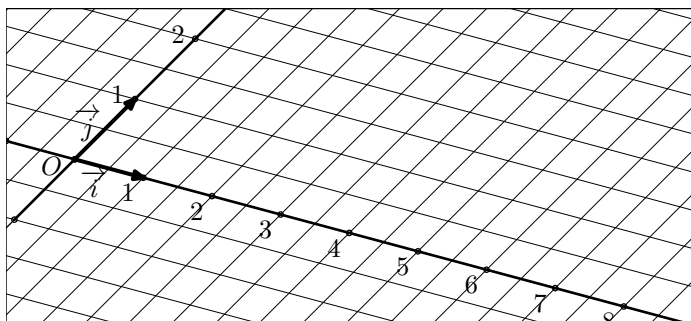
$$A(-3; 2) ; B(2; -1) ; C(1; 5) ; D(7; 2)$$

1. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles?
2. Déterminer les coordonnées du point E ayant pour abscisse 7 afin que les vecteurs \vec{AB} et \vec{CE} soient colinéaires.

6. Repères quelconques :

Exercice 4968

On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque représenté ci-dessous :



1. a. Dans le repère ci-dessous, placer les deux points :
 $A(-1; 2) ; B(4; 1)$
- b. Justifier graphiquement que le vecteur \vec{AB} a pour coordonnées $(5; -1)$.
2. On considère les deux vecteurs suivants :
 $\vec{u}(3; 2) ; \vec{v}(-2; -2)$

Donner un représentant de votre choix de chacun de ces deux vecteurs dans le repère ci-dessus.

Exercice réservé 5339

On munit le plan d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ quelconque représenté ci-dessous :

Exercice 5822

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère les trois points suivants :

$$A(-1; 1) ; B(-3; -1) ; C(2; 3)$$

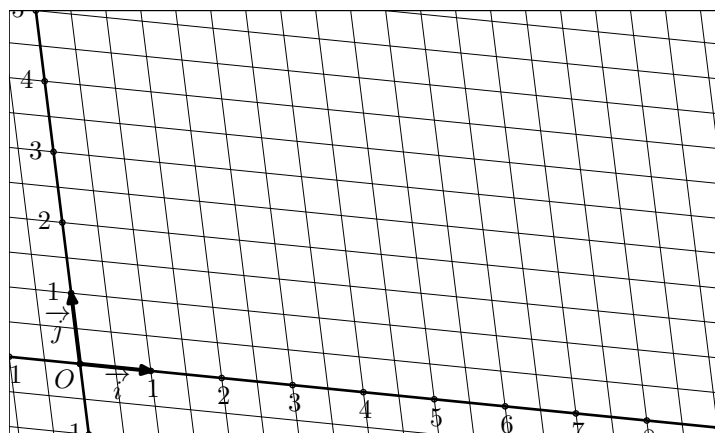
1. Les points A, B et C sont-ils alignés? Justifier votre réponse.
2. Déterminer les coordonnées de l'unique point D ayant pour abscisse -2 tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

Exercice réservé 5314

Dans un plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les trois points A, B, C de coordonnées :

$$A(1; 2) ; B\left(-2; \frac{5}{2}\right) ; C(-1; 4)$$

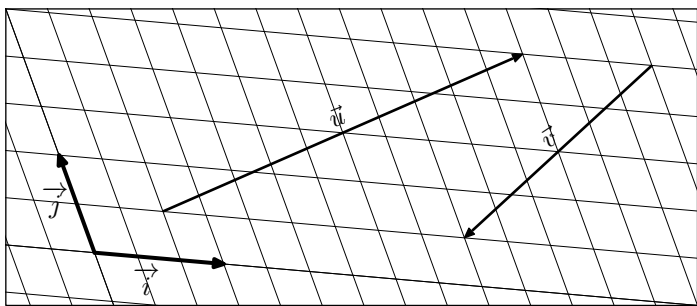
Déterminer la valeur de x afin que le point D de coordonnées $(x; 3)$ soit tel que les droites \vec{AB} et \vec{CD} soient colinéaires.



1. Tracer un représentant de chacun des deux vecteurs :
 $\vec{u}(5; 2) ; \vec{v}(-3; -2)$
2. a. Tracer un représentant du vecteur \vec{w} défini par :
 $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$
- b. Graphiquement, déterminer les coordonnées du vecteur \vec{w} .
- c. Comparer les coordonnées du vecteur \vec{w} relativement à celles des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

Exercice 5744

Dans le plan, on considère les deux vecteurs \vec{i} et \vec{j} non-colinéaires représentés ci-dessous :



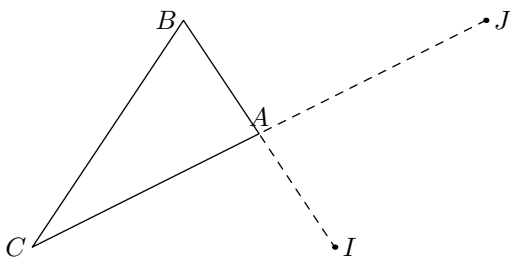
La représentation des vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont également représentés ci-dessus.

1. Dans la base vectorielle de $(\vec{i}; \vec{j})$, donner les coordonnées des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .
2. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordonnées du vecteur somme: $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.
3. Par la méthode de votre choix, déterminer les coordon-

7. Décomposition de vecteurs :

Exercice 5290

Dans le plan, on considère le triangle quelconque ABC . On note respectivement I et J les symétriques respectifs de B et de C par rapport à A :



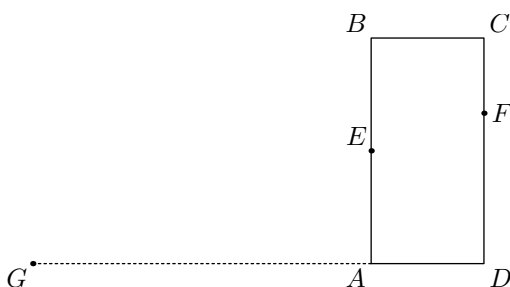
Exprimer en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} les vecteurs suivants:

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| a. \vec{IA} | b. \vec{AJ} | c. \vec{BC} |
| d. \vec{CB} | e. \vec{IJ} | f. \vec{IC} |

Exercice réservé 8112

Considérons un rectangle $ABCD$ et les trois points E, F, G définis par:

$$\vec{AE} = \frac{1}{2} \cdot \vec{AB} \quad ; \quad \vec{DF} = \frac{2}{3} \cdot \vec{DC} \quad ; \quad \vec{DG} = 4 \cdot \vec{DA}$$



On considère les deux vecteurs \vec{AB} et \vec{AD} non-colinéaire formant une base vectorielle.

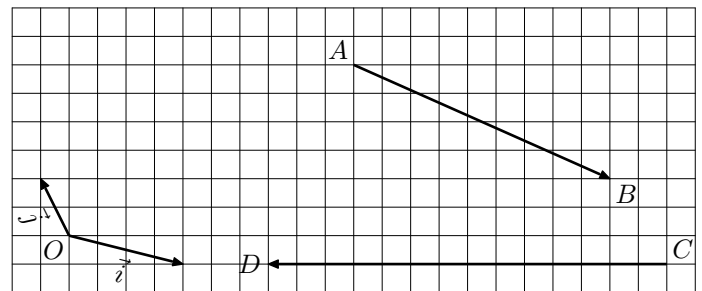
1. Déterminer la décomposition du vecteur \vec{EF} dans la

nées du vecteur \vec{t} réalisant l'égalité suivante:

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{t}$$

Exercice réservé 7215

Dans le plan, on considère le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et les deux vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} non-colinéaires représentés ci-dessous:



Sans justification, donner les décompositions des vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$.

base $(\vec{AB}; \vec{AD})$.

2. Etablir la décomposition du vecteur \vec{EG} dans la base $(\vec{AB}; \vec{AD})$:

$$\vec{EG} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{AB} - 3 \cdot \vec{AD}$$
3. Démontrer que les points E, F et G sont alignés.

Exercice 5294

Considérons un triangle ABC et M un point appartenant au côté $[AB]$ vérifiant la relation: $AM = \frac{2}{3} \cdot AB$

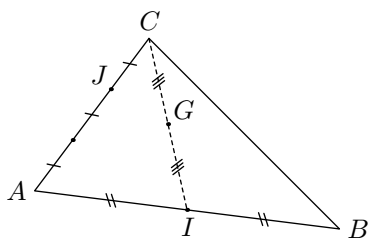
P est le point d'intersection de la droite (BC) et de la parallèle à (AC) passant par le point M . N est le point d'intersection des droites (AC) et de la parallèle à (AB) passant par le point P

1. Réaliser une représentation de cette configuration.
2. Montrer que: $AN = \frac{1}{3} \cdot AC$; $CP = \frac{2}{3} \cdot CB$.
3. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} :
 a. \vec{AP} b. \vec{MC}
4. Décomposer les vecteurs ci-dessous en fonction des vecteurs \vec{CA} et \vec{CB} :
 a. \vec{AP} b. \vec{NM}

Exercice 5393

On considère le triangle ci-contre où I et G sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CI]$, le point J est défini par la relation :

$$\vec{CJ} = \frac{1}{3} \cdot \vec{CA}$$



On considère la base vectorielle $(\vec{AB}; \vec{AC})$.

1. Exprimer les vecteurs \vec{AI} et \vec{AJ} dans la base vectorielle $(\vec{AB}; \vec{AC})$.

2. Etablir que la décomposition vectorielle du vecteur \vec{AG} :

$$\vec{AG} = \frac{1}{4} \cdot \vec{AB} + \frac{1}{2} \cdot \vec{AC}$$

3. En déduire l'alignement des points B, G, J .

Exercice 5343

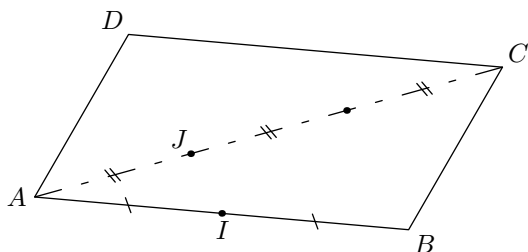
Dans le plan, on considère un triangle ABC non-aplati. On

8. Coordonnées :

Exercice réservé 5824

Dans le plan, on considère le parallélogramme $ABCD$. On note I le milieu du segment $[AB]$ et J le point du segment $[AC]$ vérifiant la relation :

$$AJ = \frac{1}{3} \cdot AC$$



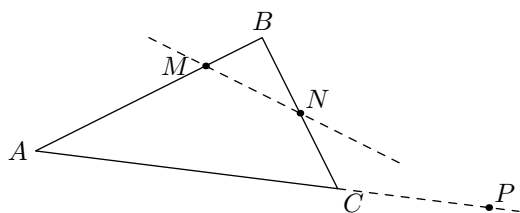
On munit le plan du repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD})$.

1. Déterminer les coordonnées des points D, I et J .

2. Démontrer que les points D, I et J sont alignés.

Exercice 5342

Dans le plan, on considère le triangle ABC :



On considère les points M et N définis par :

$$\vec{BM} = \frac{1}{4} \cdot \vec{BA} \quad ; \quad \vec{BN} = \frac{1}{2} \cdot \vec{BC}$$

On définit le point P par la relation vectorielle :

$$\vec{AP} = \alpha \cdot \vec{AC} \quad \text{où } \alpha \in \mathbb{R}$$

1. Exprimer \vec{AC} en fonction des vecteurs \vec{BA} et \vec{BC} .

considère les trois points M, N et P définis par :

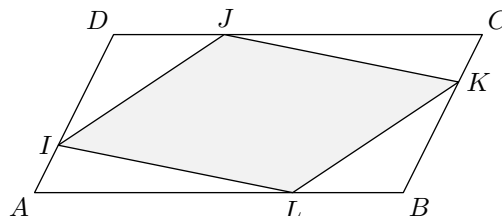
$$\vec{BM} = \frac{1}{3} \cdot \vec{BA} \quad ; \quad \vec{BN} = \frac{1}{2} \cdot \vec{BC} \quad ; \quad \vec{AP} = 2 \cdot \vec{AC}$$

Montrer que les points M, N et P sont alignés.

Exercice réservé 5341

Soit $ABCD$ un parallélogramme. On considère les points I, J, K et L définies par :

$\vec{AI} = x \cdot \vec{AD}$; $\vec{DJ} = x \cdot \vec{DC}$; $\vec{CK} = x \cdot \vec{CB}$; $\vec{BL} = x \cdot \vec{BA}$
 où x est un nombre réel appartenant à l'intervalle $]0; 1[$.



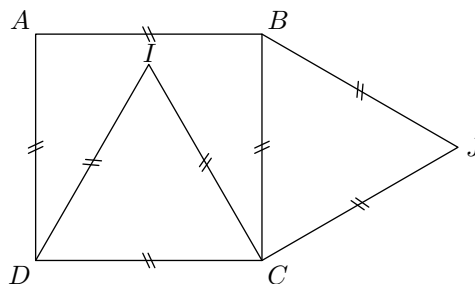
Démontrer que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.

2. On munit le plan du repère $(B; \vec{BA}; \vec{BC})$:

- Déterminer les coordonnées du vecteur \vec{MN} et du vecteur \vec{MP} en fonction du réel α .
- Déterminer la valeur de α afin que les points M, N et P soient alignés.

Exercice 5394

On considère la figure ci-dessus composée d'un carré $ABCD$ et de deux triangles équilatéraux DIC et BJC :



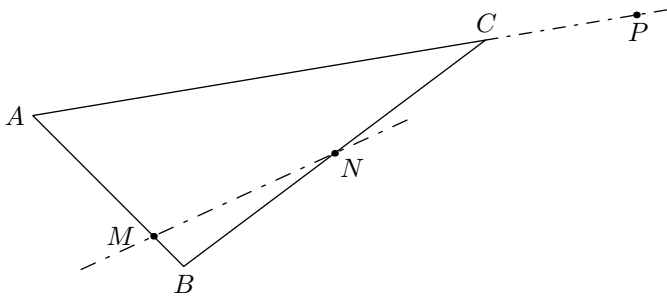
Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Démontrer que les points A, I, J sont alignés.

(Dans un triangle équilatéral de côté a , on admet que toutes ses hauteurs ont pour longueur $\frac{a\sqrt{3}}{2}$).

Exercice 6664

Dans le plan, on considère le triangle ABC représenté ci-dessous :



Les points M , N et P sont définis par les relations :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5} \cdot \overrightarrow{AB} \quad ; \quad \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BC} \quad ; \quad \overrightarrow{AP} = \frac{4}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$$

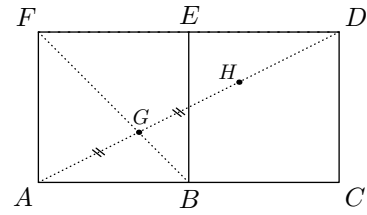
L'étude s'effectuera dans le repère $(B; \overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC})$.

1. Donner les coordonnées des points M et N .
2. a. Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AC} .
b. En déduire les coordonnées du point P .

3. Justifier que les points M , N et P sont alignés.

Exercice réservé 7214

On considère la figure ci-dessous constituée des deux carrés $ABEF$ et $BCDE$:



On note G le point d'intersection des droites (AD) et (BF) et H le point du plan vérifiant la relation vectorielle $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GH}$

1. En se plaçant dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AF})$, déterminer les coordonnées du point G .
2. Etablir que les points E , H et C sont alignés.