Première STMG/Suite

1. Introduction :

Exercice 7320

1. Voici des exemples de suites de nombres :

   a. (2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; ...)

   b. (2 ; 6 ; 18 ; 54 ; 162 ; ...)

   c. (6 ; −6 ; 6 ; −6 ; 6 ; ...)

   d. (1 ; 3 ; 7 ; 15 ; 31 ; ...)

   Déterminer les trois termes suivants de chacune de ces suites.

2. On considère la suite de nombres :
   $$\left(1 \;;\; \frac{1}{2} \;;\; \frac{1}{3} \;;\; \frac{1}{4} \;;\; \frac{1}{5} \;;\; \dots \right)$$

   a. Déterminer les trois termes suivants de cette suite.

   b. On considère la fonction f définie par la relation : $f(x) = \dfrac{1}{x}$.
   Quelle relation existe entre la fonction f et la suite de nombres.

3. a. On considère la suite de nombres :
   $$\left(1 \;;\; \sqrt{2} \;;\; \sqrt{3} \;;\; 2 \;;\; \sqrt{5} \;;\; \sqrt{6} \;\; \dots \right)$$
   Avec quelle fonction g cette suite de nombre est-elle liée?

   b. On considère la suite de nombres :
   $$\left(\frac{1}{2} \;;\; \frac{2}{3} \;;\; \frac{3}{4} \;;\; \frac{4}{5} \;;\; \frac{5}{6} \;;\; \frac{6}{7} \;;\; \dots \right)$$
   Avec quelle fonction h cette suite de nombre est-elle liée?

Exercice 7325

On considère les suites numériques dont les termes sont définies pour tout entier n strictement positif $(n \in \mathbb{N}^*)$ par les relations ci-dessous :

a. $u_n = 2n$ b. $v_n = 3n - 4$

c. $w_n = n^2 + 3$ d. $x_n = 2^n$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

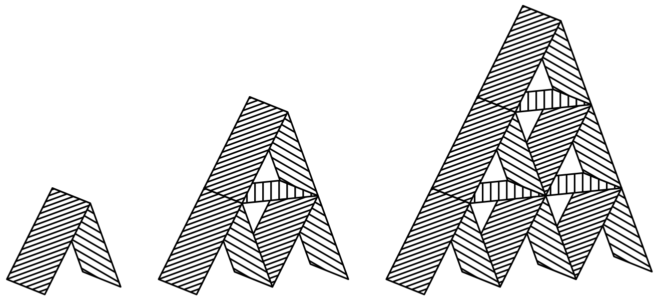
Exercice 7321

Pour chaque question, la suite est définie pour des valeurs de n strictement positives $(n \in \mathbb{N}^*)$. Déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$:

a. $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ b. $u_n = \sqrt{n^2 + n + 1}$

Exercice 7323

On considère la construction d'un château de cartes :



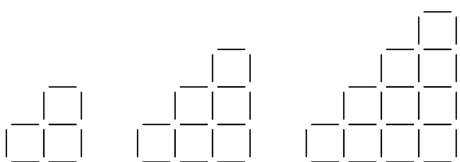
1^{er} étape $2^{\text{ième}}$ étape $3^{\text{ième}}$ étape

Pour n un entier strictement positif $(n \in \mathbb{N}^*)$, on note u_n le nombre de cartes nécessaires pour construire le chateau de cartes à la $n^{\text{ième}}$ étape.

Donner les quatre premiers termes de la suite (u_n)

Exercice réservé 7387

On construit les figures ci-dessous à l'aide de petites baguettes de bois.



1^{er} étape 2^{e} étape 3^{e} étape

Pour n un entier strictement positif $(n \in \mathbb{N}^*)$, on note u_n le nombre de baguettes nécessaires à la construction lors de l'étape n.

Donner les valeurs des quatre premiers termes de la suite (u_n).

2. Introduction définition par récurrences :

Exercice 7340

1. On considère la suite de nombres ci-dessous :

   2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ; 23 ; 30

   a. Dans cette suite, quel est le terme qui succède à 12?

   b. Dans cette suite, quel est le terme qui précède 8?

2. On considère une suite de nombres qu'on note (u) et dont on indexe les termes à l'aide d'un entier naturel positif ou nul : ainsi, on "*numérote*" les valeurs de la suite en commençant par 0 :

   $$u_0 \;;\; u_1 \;;\; u_2 \;;\; u_3 \;;\; \cdots \;;\; u_{n-1} \;;\; u_n \;;\; u_{n+1}$$

   a. Quel est le terme successeur de u_2?

b. Quel est le terme prédécesseur de u_4?

c. Quel est le terme successeur de u_n?

d. Quel est le terme successeur de u_{n+2}?

e. Quel est le terme prédécesseur de u_n?

f. Quel est le terme prédécesseur de u_{n+2}?

Exercice réservé 7322

Dans cet exercice, les suites sont indexés à l'aide d'un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$:

1. On considère la suite dont le premier terme vaut 2 et dont "*le successeur vaut le double de son prédécesseur*"

   Construire les quatre premiers termes de la suite.

2. On considère la suite dont le premier terme vaut -3 et dont "*le successeur vaut son prédécesseur augmenté de 3.*"

   Construire les quatre premiers termes de la suite.

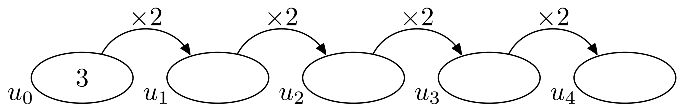
3. On considère la suite dont les termes sont indexés à partir de 0 et dont "*la valeur d'un terme est le carré de son rang*".

Exercice réservé 7324

Dans cet exercice, les suites sont définies pour une valeur de n entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$:

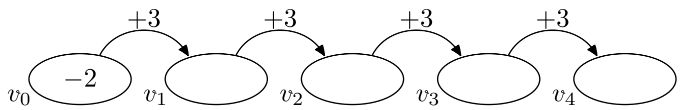
1. On considère la suite (u_n) dont le premier terme u_0 a pour valeur 3 et dont on passe d'un terme au suivant en multipliant par un même nombre.

   Compléter le diagramme ci-dessous permettant de connaître les premiers termes de la suite (u_n) :



2. On considère la suite (v_n) dont le premier terme u_0 a pour valeur -2 et dont on passe d'un terme au suivant en multipliant par un même nombre.

   Compléter le diagramme ci-dessous permettant de connaître les premiers termes de la suite (v_n) :



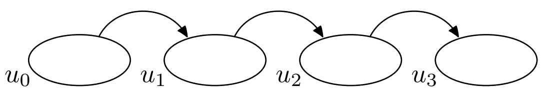
3. Suites arithmétiques et géométriques : premiers termes :

Exercice 7338

Dans cet exercice, les suites sont définies pour les entiers n positifs ou nul :

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 5.

   Compléter le diagramme ci-dessous pour obtenir les quatre premiers termes de la suite :



2. On considère la suite (v_n) arithmétique de premier terme 6 et de raison -2.

   Compléter les pointillés ci-dessous pour obtenir les quatre premiers termes de la suite :

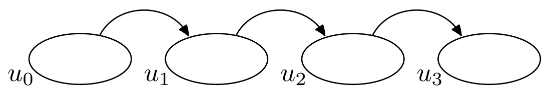
   - $v_0 = \ldots\ldots$
   - $v_1 = \ldots\ldots + (-2) = \ldots\ldots$
   - $v_2 = \ldots\ldots + (-2) = \ldots\ldots$
   - $v_3 = \ldots\ldots + (-2) = \ldots\ldots$

Exercice 7339

Dans cet exercice, les suites sont indexés à l'aide d'un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.

   Compléter le diagramme ci-dessous pour obtenir les quatre premiers termes de la suite :



2. On considère la suite (v_n) géométrique définie par :

   $$v_0 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$$

   Compléter les pointillés ci-dessous pour obtenir les quatre premiers termes de la suite :

   - $v_0 = \ldots\ldots$
   - $v_1 = \ldots\ldots \times 3 = \ldots\ldots$
   - $v_2 = \ldots\ldots \times 3 = \ldots\ldots$
   - $v_3 = \ldots\ldots \times 3 = \ldots\ldots$

Exercice 7341

Dans cette exercice, les termes des suites ont pour rang un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison 3.

2. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison $-\dfrac{3}{2}$.

Exercice 7342

Dans cette exercice, les termes des suites ont pour rang un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.

2. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) géométrique de premier terme 3 et de raison $-\dfrac{3}{2}$.

Exercice réservé 7356

Dans cette exercice, les termes des suites ont pour rang un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) arithmétique de premier terme 10 et de raison -3.

2. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n) géométrique de premier terme 3 et de raison $\dfrac{1}{2}$.
On donnera, si nécessaire, les valeurs arrondies au centième près des termes de la suite (v_n).

Exercice réservé 7388

Dans cette exercice, les termes des suites ont pour rang un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison $-\dfrac{3}{4}$.

2. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) géométrique de premier terme 5 et de raison $\dfrac{1}{4}$.
On donnera, si nécessaire, les valeurs arrondies au centième près des termes de la suite (v_n).

4. Suites non-arithmétiques et non-géométriques : :

Exercice 7337

Dans cet exercice, les suites sont indexés à l'aide d'un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$:

1. On considère la suite (u_n) dont les premiers termes sont :
$u_0 = 2 \quad ; \quad u_1 = 5 \quad ; \quad u_2 = 9 \quad ; \quad u_3 = 12$
Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) dont les premiers termes sont :
$v_0 = 8 \quad ; \quad v_1 = 4 \quad ; \quad v_2 = 2 \quad ; \quad v_3 = \dfrac{1}{2}$
Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite géométrique.

Exercice réservé 7390

Dans cet exercice, les suites sont indexés à l'aide d'un entier n positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$:

1. On considère la suite (u_n) dont les premiers termes sont :
$u_0 = 5 \quad ; \quad u_1 = 6{,}4 \quad ; \quad u_2 = 7{,}8 \quad ; \quad u_3 = 9$
Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) dont les premiers termes sont :
$v_0 = 20 \quad ; \quad v_1 = 8 \quad ; \quad v_2 = 3{,}2 \quad ; \quad v_3 = 1{,}44$
Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite géométrique.

5. Suites arithmétiques et géométriques : formule explicite :

Exercice 7346

Les suites (u_n) et (v_n) ont pour rang de leurs termes les entiers n positifs ou nul $(n \in \mathbb{N})$:

1. On considère la suite (u_n) définie par la relation de récurrence : $u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - 2$
   a. Donner la nature de la suite (u_n) et ses éléments caractéristiques.
   b. Donner la formule explicite donnant la valeur de u_n en fonction de n.
   c. Déterminer la valeur de u_{20}.

2. On considère la suite (v_n) définie par la relation de récurrence : $v_0 = 64 \quad ; \quad v_{n+1} = \dfrac{1}{2} \cdot v_n$
   a. Donner la nature de la suite (v_n) et ses éléments caractéristiques.
   b. Donner la formule explicite donnant la valeur de v_n en fonction de n.
   c. Déterminer la valeur de v_6.

Exercice réservé 7865

1. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence : $u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n - 2$
   a. Quel est la nature de cette suite?
   b. Donner la formule explicite donnant la valeur de u_n en fonction de n.
   c. Déterminer la valeur de u_{20}.

2. On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence : $v_0 = 64 \quad ; \quad v_{n+1} = \dfrac{1}{2} \cdot v_n$
   a. Quel est la nature de cette suite?
   b. Donner la formule explicite donnant la valeur de v_n en fonction de n.
   c. Déterminer la valeur de v_6.

6. Suites arithmétiques et géométriques : éléments caractéristiques :

Exercice 7349

1. On considère la suite (u_n) arithmétique définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ dont on ne connait que les deux termes suivants :
   $u_4 = 3 \quad ; \quad u_7 = 15$

   Déterminer le premier terme et la raison de cette suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) géométrique définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ dont on ne connait que les deux termes suivants :
   $v_2 = 2 \quad ; \quad v_5 = 54$

   Déterminer le premier terme et la raison de cette suite géométrique.

Voici quelques valeurs numériques à connaitre :

$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$
$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$	$3^5 = 243$
$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$	$4^5 = 1024$
$5^2 = 25$	$5^3 = 125$	$5^4 = 625$	$5^5 = 3125$
$6^2 = 36$	$6^3 = 216$	$6^4 = 1296$	$6^5 = 7776$

Exercice 7357

1. On considère la suite (u_n) arithmétique définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ dont on ne connait que les deux termes suivants :
   $u_3 = 4{,}5 \quad ; \quad u_6 = 9$

   Déterminer le premier terme et la raison de cette suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) géométrique définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ dont on ne connait que les deux termes suivants :
   $v_2 = 8 \quad ; \quad v_4 = 2$

   Déterminer le premier terme et la raison de cette suite arithmétique.

Voici quelques valeurs numériques à connaître :

$0{,}1^2 = 0{,}1$	$0{,}1^3 = 0{,}01$	$0{,}1^4 = 0{,}001$
$0{,}2^2 = 0{,}04$	$0{,}2^3 = 0{,}008$	$0{,}2^4 = 0{,}0016$
$0{,}25^2 = 0{,}0625$	$0{,}25^3 = 0{,}15625$	$0{,}25^4 = 0{,}00390625$
$0{,}4^2 = 0{,}16$	$0{,}4^3 = 0{,}064$	$0{,}4^4 = 0{,}0256$
$0{,}5^2 = 0{,}25$	$0{,}5^3 = 0{,}125$	$0{,}5^4 = 0{,}0625$
$0{,}6^2 = 0{,}36$	$0{,}6^3 = 0{,}216$	$0{,}6^4 = 0{,}1296$
$0{,}75^2 = 0{,}5625$	$0{,}75^3 = 0{,}421875$	$0{,}75^4 = 0{,}31640625$
$0{,}8^2 = 0{,}64$	$0{,}8^3 = 0{,}512$	$0{,}8^4 = 0{,}4096$

Exercice réservé 7389

1. On considère la suite (u_n) arithmétique définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ dont on ne connait que les deux termes suivants :
   $u_6 = 5 \quad ; \quad u_{15} = 15{,}8$

   Déterminer le premier terme et la raison de cette suite arithmétique.

2. On considère la suite (v_n) géométrique définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ dont on ne connait que les deux termes suivants :
   $v_2 = 32 \quad ; \quad v_5 = 131{,}072$

   Déterminer le premier terme et la raison de cette suite géométrique.

Voici quelques valeurs numériques à connaître :

$1{,}2^2 = 1{,}44$	$1{,}2^3 = 1{,}728$	$1{,}2^4 = 2{,}0736$
$1{,}25^2 = 1{,}5625$	$1{,}25^3 = 1{,}953125$	$1{,}25^4 = 2{,}44140625$
$1{,}4^2 = 1{,}96$	$1{,}4^3 = 2{,}744$	$1{,}4^4 = 3{,}8416$
$1{,}5^2 = 2{,}25$	$1{,}5^3 = 3{,}375$	$1{,}5^4 = 5{,}0625$
$1{,}6^2 = 2{,}56$	$1{,}6^3 = 4{,}096$	$1{,}6^4 = 6{,}5536$
$1{,}75^2 = 3{,}0625$	$1{,}75^3 = 5{,}359375$	$1{,}75^4 = 9{,}37890625$
$1{,}8^2 = 3{,}24$	$1{,}8^3 = 5{,}832$	$1{,}8^4 = 10{,}4976$

7. Suites et évolutions :

Exercice 7347

La société Mandine embauche Arthur au 1^er Janvier 2009 avec un salaire de 1525 € et lui propose deux types d'avancement :

- Chaque 1^er Janvier, son salaire se verra augmenter de 32 €.
- Chaque 1^er Janvier, son salaire augmente de 2 %.

1. Compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au dixième près :

Année	2009	2010	2011	2012
Avancement A				
Avancement B				

Année	2013	2014	2015	2016
Avancement A				
Avancement B				

2. A partir de quelle année, Arthur aura un salaire plus important en choisissant l'avancement B ?

Exercice 7348

Dans un pays imaginaire noté I, il y a une capitale P et un ensemble de villages V.
Au 1^er Janvier 2002, P et V comptaient respectivement 200 000 et 300 000 habitants. Chaque année, la population de P augmente de 10 %, alors que celle de V diminue de 20 000 habitants.

1. a. Au 1^er janvier 2002, quel pourcentage représente la population de P par rapport à celle de I ?

   b. Calculer la population de P, celle de V, puis celle de I au 1^er Janvier 2003.
   Quel pourcentage représente alors la population de P par rapport à celle de I ?

   c. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant à l'unité près :

	A	B	C	D
1	Année	Population de P au 1$^{\text{er}}$ janvier	Population de V au 1$^{\text{er}}$ janvier	Population de I au 1$^{\text{er}}$ janvier
2	2002	200 000	300 000	
3				
4				
5				
6				
7				

2. n désigne un nombre entier naturel *($n \in \mathbb{R}$)*.

On note p_n la population de P au 1$^{\text{er}}$ janvier $(2002+n)$; ainsi : $p_0 = 200\,000$.

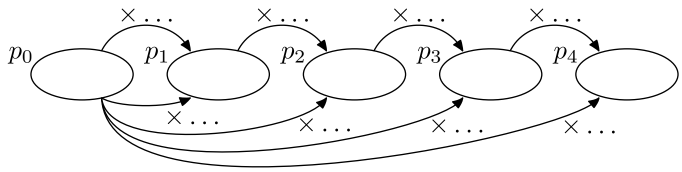
On note v_n la population de V au 1$^{\text{er}}$ janvier $(2002+n)$; ainsi : $v_0 = 300\,000$.

a. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.

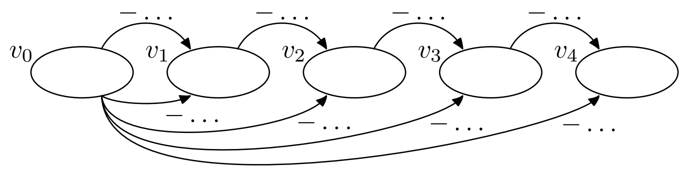
b. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.

3. Compléter les deux diagrammes ci-dessous :

a.



b.



Exercice réservé 7350

Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger. Lors de son ouverture, 500 films sont proposés et chaque mois, le nombre de films proposés aux abonnés augmente de 6 %.

On modélise le nombre de films proposés par une suite géométrique (u_n) où n désigne le nombre de mois depuis l'ouverture du site. On a donc : $u_0 = 500$.

1. Calculer u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.

2. Exprimer u_n en fonction de n.

