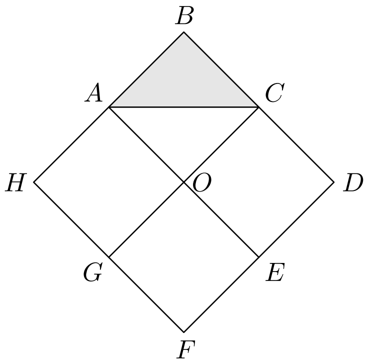
Seconde/Des vecteurs en plus

1. Autour des vecteurs :

Exercice 866

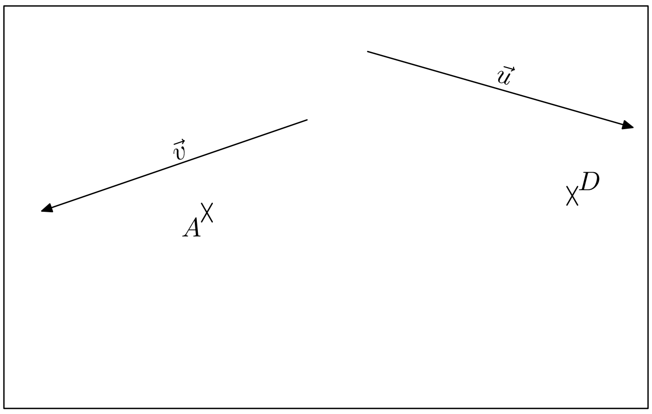
$ABCO$, $CDEO$, $EFGO$ et $GHAO$ sont des carrés représentés ci-après. $BDFH$ est un carré de centre O.



1. (a.) Quelle est l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale d'axe (GC)?
   (b.) Quelle est l'image du triangle ABC par la rotation de centre O, d'angle 90^o qui amène E en C?
2. En utilisant des transformations dont on précisera les éléments caractéristiques *(centre de symétrie, axe de symétrie, ...)*, recopier et compléter les phrases suivantes sans justifier la réponse.
   (a.) le triangle GFE est l'image du triangle ABC par ...
   (b.) Le triangle OCD est l'image du triangle ABC par ...

Exercice réservé 2783

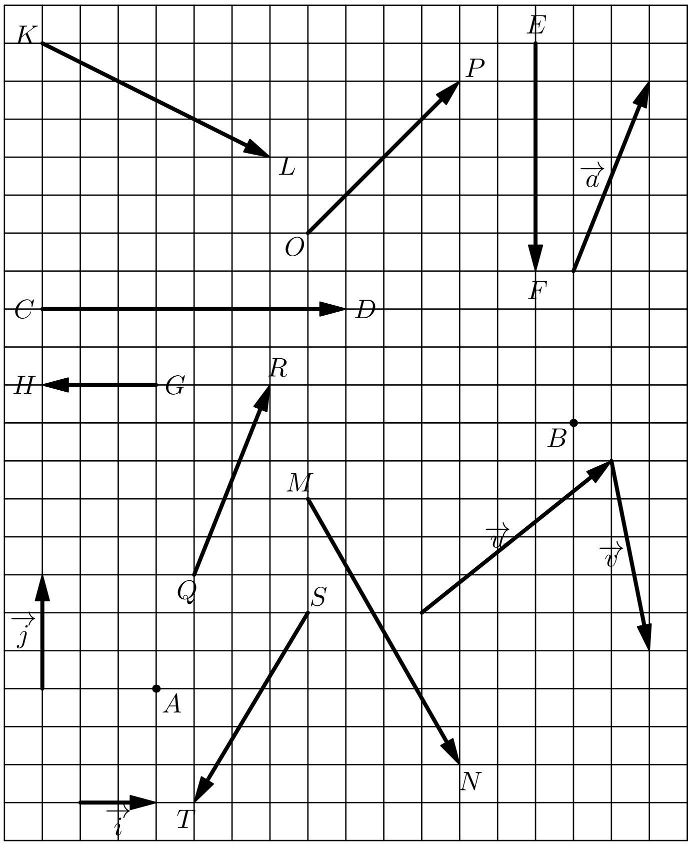
Dans le plan, on considère les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ainsi que les deux points A et D représentés ci-dessous :



Toutes les constructions doivent être effectuées à la règle non-graduée et au compas.

1. (a.) Placer le point B translaté du point A par la translation de vecteur $\vec{u}$.
   (b.) Placer le point C qui est l'image du point B par la translation de vecteur $\vec{V}$
2. On considère le point E obtenu par l'image du point D par la composée de la translation de vecteur $\vec{u}$ et de la translation de vecteur $\vec{v}$.

Exercice réservé 486



1. Placer le point W tel que : $\overrightarrow{AW} = -\vec{i} + 2\cdot\vec{j}$.
   Placer le point Z tel que : $\overrightarrow{BZ} = -2\,\vec{i} + \dfrac{5}{3}\cdot\vec{j}$

Les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont deux vecteurs de directions différentes. Pour tout vecteur $\vec{u}$ du plan, il existe deux réels α et β réalisant l'égalité :
$\vec{u} = \alpha\cdot\vec{i} + \beta\cdot\vec{j}$
Cette décomposition est appelée "*combinaison linéaire*".

2. (a.) Déterminer la combinaison linéaire de chacun des vecteurs représentés dans le graphique en fonction des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
   (b.) En déduire l'égalité des vecteurs $\overrightarrow{QR}$ et $\vec{a}$?
3. (a.) Tracer un représentant du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.
   (b.) Graphiquement, exprimer le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ à l'aide des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
   (c.) Retrouver cette décomposition à l'aide de celles des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ obtenues lors de la question 2..

Exercice réservé 938

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ dont l'unité graphique est le centimétre, on considère les points :

$A(-3\,;0)$; $B(1\,;4)$; $C(5\,;3)$; $D(1\,;-1)$

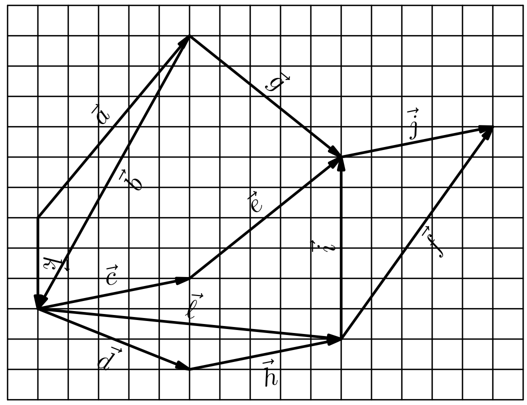
1. Construire ce repère et placer les points A, B, C et D.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
3. Que peut-on en déduire quant à la nature du quadrilatère $ABCD$?
   Pour la suite, ce quadrilatère $ABCD$ est appelé figure **1.**
4. Construire la figure **2.** symétrique de la figure **1.** par rapport au point B.
5. Construire la figure **3.** symétrique de la figure **1.** par rapport à la droite (CD).
6. a. Construire la figure **4.** image de la figure **1.** par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
   b. Quelle autre transformation permet de passer de la figure **1.** à la figure **4.** .

Exercice 942

Pour chaque ligne du tableau suivant, trois réponses sont proposées, désignées par les numéros **1.**, **2.**, **3.**. Une seule est exacte.
Ecrire dans la colonne de droite le numéro correspondant à la bonne réponse.
Toutes les questions sont indépendantes.

	cRéponse **1.**	Réponse **2.**	Réponse **3.**
A. Si $A(5;1)$ et $B(2;3)$, alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :	$(3;-4)$	$(7;2)$	$(-3;2)$
B. Si $A(5;-1)$ et $B(2;3)$ dans un repère orthonormé, alors AB est égal à :	5	1	7
C. Si D est l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$, alors :	$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{DE}$	$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{MN}$	$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{NM}$
D. Si $RSTU$ est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{RS}+\overrightarrow{RU}$ est égal à :	$\overrightarrow{TR}$	$\overrightarrow{SU}$	$\overrightarrow{RT}$

Exercice réservé 936



Compléter les pointillés des questions suivantes en choisissant un vecteur présent sur le graphique ci-dessus :

a. $\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{\dots}$

b. $\vec{d}+\vec{j}=\overrightarrow{\dots}$

c. $\vec{c}+\vec{d}=\overrightarrow{\dots}$

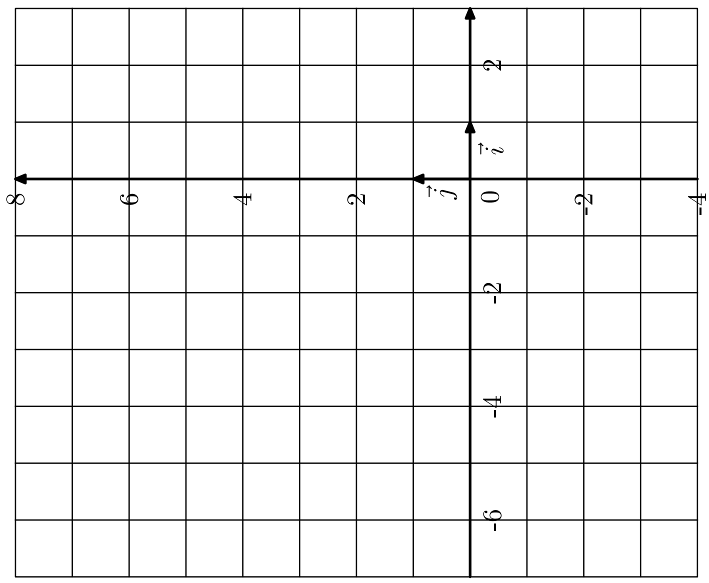
d. $\overrightarrow{\dots}+\vec{i}=\vec{f}$

e. $\vec{\ell}+\vec{i}=\overrightarrow{\dots}+\vec{e}$

Exercice réservé 508

On considère le plan muni d'un repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ orthonormé et les trois points suivants :

$A(-4\,;-3)$; $B(2\,;-1)$; $C(0\,;3)$

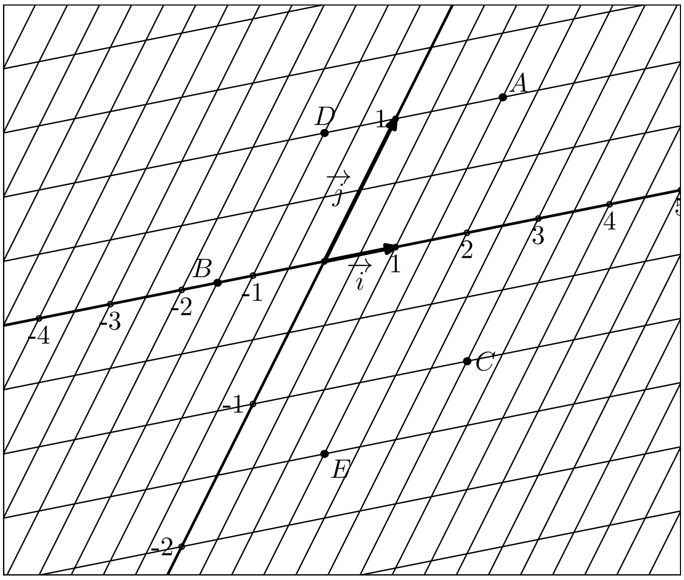


1. Placer les points A, B, C dans le repère ci-dessus.
2. Déterminer les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
3. Soit E le milieu du segment $[CD]$. Calculer les coordonnées de E.
4. Soit F le symétrique de A par rapport à E. Déterminer les coordonnées de F.
5. Démontrer que $ADFC$ est un parallélogramme.
6. Montrer que C est le milieu $[BF]$.

2. Repères non-orthogonaux :

Exercice réservé 487

On munit le plan d'un repère $(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j})$ quelconque représenté ci-dessous :



1. Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D et E.

2. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{BA}$.

   b. Etablir que les vecteurs $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires.

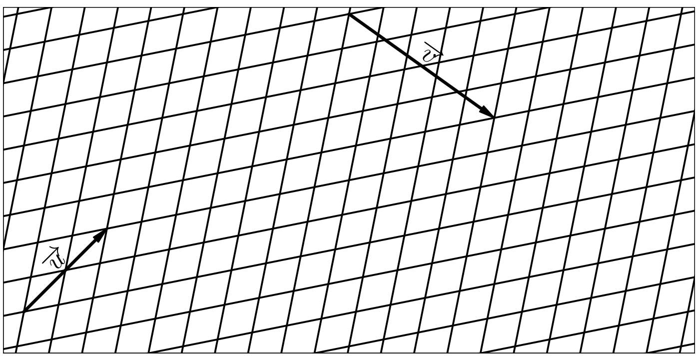
3. On utilise la fonction prenant deux points du plan et renvoyant un nombre réel définit ainsi :
   $d(A\,;\,B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

4. a. Déterminer les valeurs suivantes :
   $d(A,D) \quad ; \quad d(A,E)$

   b. Dans un repère orthonormé, la distance entre deux points A et B est donnée par la formule :
   $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
   Cette formule a-t-elle un sens dans ce repère quelconque?

Exercice 2077

On considère, dans le plan, les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ci-dessous :



1. Tracer dans le quadrillage un représentant $\overrightarrow{w}$ de la somme $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$.

2. Tracer dans le quadrillage un représentant $\overrightarrow{y}$ de la différence $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}$.

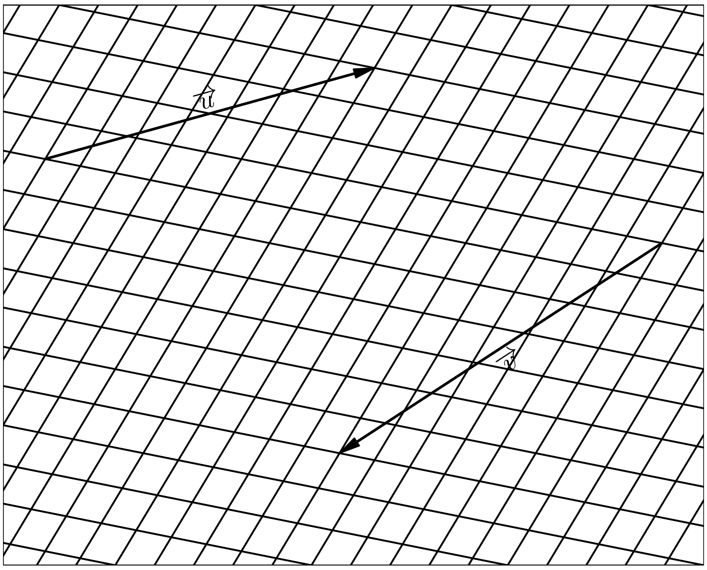
3. Tracer dans le quadrillage un représentant $\overrightarrow{z}$ de la combinaison linéaire suivante :
   $2\,\overrightarrow{u} + 3\,\overrightarrow{v}$.

Exercice réservé 2106

On considère le plan ci-dessous muni d'un quadrillage régulier. Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs du plan :

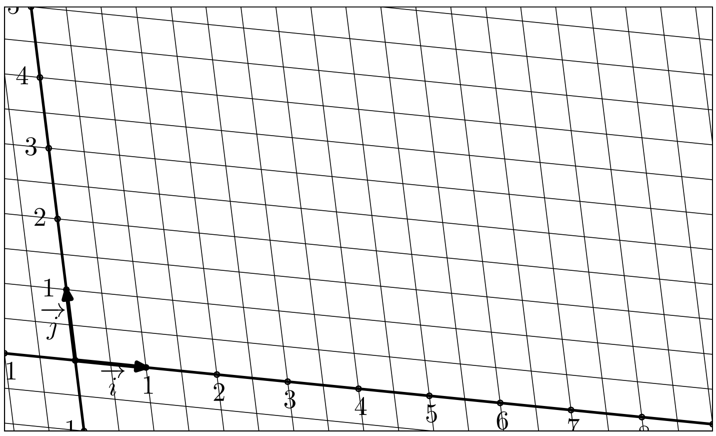
1. Tracer un représentant $\overrightarrow{w}$ du vecteur $\overrightarrow{v}-\overrightarrow{u}$.

2. Tracer un représentant $\overrightarrow{x}$ du vecteur $4\,\overrightarrow{u}+3\,\overrightarrow{v}$.



Exercice 497

On munit le plan d'un repère $(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j})$ quelconque représenté ci-dessous :



1. Tracer un représentant de chacun des deux vecteurs :
   $\overrightarrow{u}\,(5\,;2) \quad ; \quad \overrightarrow{v}\,(-3\,;-2)$

2. a. Tracer un représentant du vecteur $\overrightarrow{w}$ définie par :
   $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$

   b. Graphiquement, déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{w}$.

   c. Comparer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{w}$ relativement à celles des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

3. Un peu plus loin dans la géométrie analytique :

Exercice 512

Soit $\left(O\,;\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j}\right)$ un repère du plan. Montrer que les deux vecteurs définies ci-dessous sont colinéaires :

$$\overrightarrow{u}=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2\cdot\overrightarrow{i}+\left(1-\sqrt{10}\right)\cdot\overrightarrow{j}$$

$$\overrightarrow{v}=\left(5\sqrt{2}+4\sqrt{3}\right)\cdot\overrightarrow{i}+\left(\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)\cdot\overrightarrow{j}$$

Exercice 951

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.
L'unité de longueur est le cetimètre.

1. a. Placer le point $A(5\,;3)$.

   b. Par lecture graphique, donner les coordonnées de $\overrightarrow{IA}$

   c. En déduire la distance IA.

2. On considère le point $B\left(-1\,;\sqrt{21}\right)$.

   a. Prouver que A et B sont sur le cercle de centre I et de rayon 5.

   b. Tracer ce cercle et placer le point B.

3. a. Placer le point C, symétrique de A par rapport à I.

   b. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

Exercice 504

On considère le plan munit de la base $(i\,;j)$ de vecteurs.

1. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$, définis ci-dessous, sont colinéaires :

$$\overrightarrow{u}=\left(1-2\sqrt{3}\right)\cdot\overrightarrow{i}+\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\overrightarrow{j}$$

$$\overrightarrow{v}=\left(6-\sqrt{3}\right)\cdot\overrightarrow{i}-\left(3+\sqrt{6}\right)\cdot\overrightarrow{j}$$

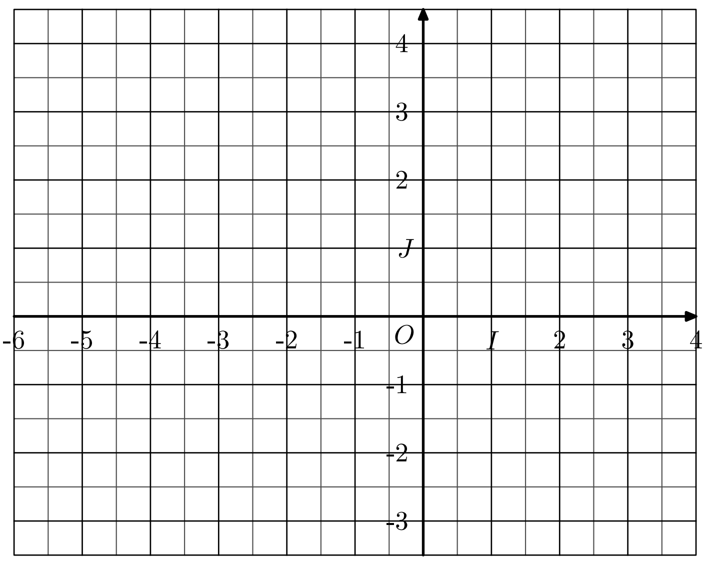
2. Soit x et y deux nombres réels. Déterminer la valeur de x et de y de sorte que les vecteurs $\overrightarrow{w}$ et $\overrightarrow{t}$ soient colinéaires :

$$\overrightarrow{w}=\left(x+y\sqrt{2}\right)\cdot\overrightarrow{i}+4\cdot\overrightarrow{j}$$

$$\overrightarrow{t}=\left(2\sqrt{2}-1\right)\cdot\overrightarrow{i}-2\cdot\overrightarrow{j}$$

Exercice 2107

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$:



1. Placer les trois points A, B, C dans le repère ci-dessous :

$$A(3\,;-3)\quad;\quad B(-4\,;3)\quad;\quad C(-5\,;-1)$$

2. Déterminer les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$.

3. a. Déterminer les longueurs AB et MC

   b. Etablir que le triangle ABC est rectangle en C.

4. On note N le point d'intersection de l'axe des ordonnées avec la droite parallèle à (CM) passant par le point B.

   a. Placer le point N dans le repère.

   b. Déterminer les coordonnées du point N.

Exercice réservé 2080

On considère le plan muni d'un repère quelconque $(O\,;I\,;J)$ et les trois points suivants du plan :

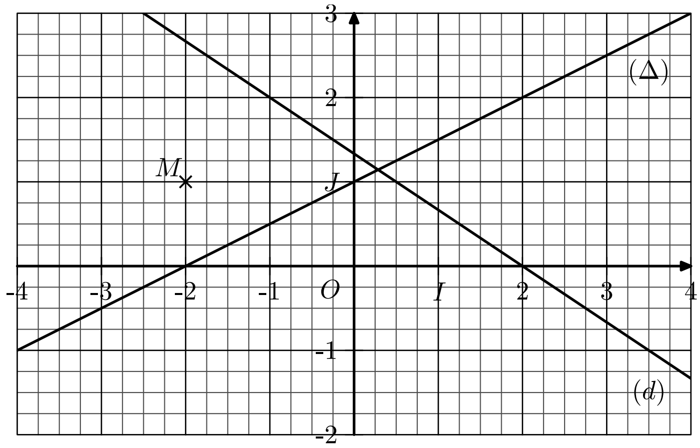
$$A(3\,;2)\quad;\quad B(-1\,;3)\quad;\quad D(-4\,;-1)$$

1. Déterminer les coordonnées du point C tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

2. Déteminer les coordonnées du point E appartenant à l'axe des abscisses tel que : $(BD)/\!/(AE)$.

Exercice 2902

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ orthonormé, on considère la droite (d) représentée ci-dessous et le point M de coordonnée $(-2\,;1)$:



1. Déterminer l'équation réduite de la droite (d).

2. a. Tracer un représentant du vecteur $\overrightarrow{u}(2\,;1)$.

   b. Déterminer les coordonnées du point P appartenant à la droite (d) tel que les vecteurs $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{u}$ soient colinéaires.

3. Soit N le point de coordonnées $\left(-\frac{13}{10}\,;\frac{1}{5}\right)$. Soit x un nombre réel, on considère les deux points R et S appartenant respectivement aux droites (d) et (Δ) ayant chacun pour abscisse la valeur x

   a. On admet que l'équation réduite de la droite (Δ) est :

   $$y=\frac{1}{2}\cdot x+1$$

   Exprimer en fonction de x les coordonnées des deux vecteurs $\overrightarrow{MR}$ et $\overrightarrow{NS}$

   On souhaite déterminer une valeur de x pour laquelle les vecteurs $\overrightarrow{MR}$ et $\overrightarrow{NS}$ sont colinéaires.

Supposons désormais que x vérifie cette contrainte :

(b.) Justifier que x vérifie la condition suivante :
$$\left(x+\frac{13}{10}\right)\left(-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}\right)=\left(x+2\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{4}{5}\right)$$

(c.) Résoudre l'équation suivante :
$$(1-2x)\ (10x+13)=(x+2)\ (15x+24)$$

(d.) En déduire les coordonnées des points R et S.

Exercice 915

1. Dans un repère orthonormé $\left(O\,;I\,;J\right)$ dont l'unité est le centimètre, placer les trois points suivants :

$A(6\,;0)$; $L(0\,;8)$; $K(4\,;10)$

2. Calculer la longueur AL.

3. On donne : $AK=\sqrt{104}$ et $LK=\sqrt{20}$.
Démontrer que le triangle AKL n'est pas rectangle en L.

4. (a.) Construire le point L', symétrique de L par rapport à la hauteur issue de A du triangle AKL.

(b.) En déduire la longueur AL'.

(c.) Déterminer approximativement *(par lecture graphique)* les coordonnés de L'.

5. On admet que, si x est l'abscisse d'un point M de la droite (LK) alors l'ordonnée de M est $\frac{1}{2}x+8$:

(a.) Etablir l'égalité ci-dessous :
$$AM^2=\frac{5}{4}x^2-4x+100$$

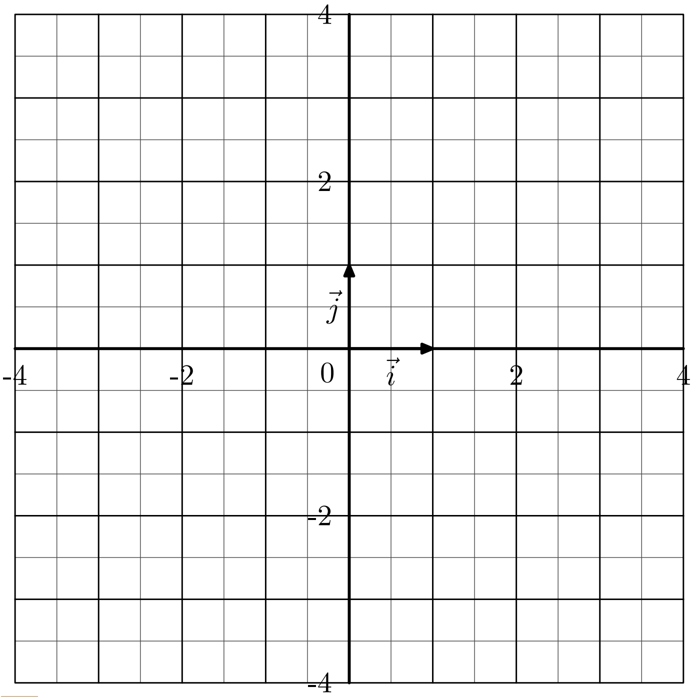
(b.) En déduire les valeurs de x pour lesquelles, on a : $AM=10$.

(c.) Quelles sont alors les coordonnées exactes de L'.

4. Autour du centre de gravité d'un triangle :

Exercice réservé 2078

On considère le plan muni du repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,\right)$ orthonormé :



1. Placer les points suivants :

$A(-3\,;-3)$; $B(3\,;-1)$; $C(-1.5\,;1)$

2. (a.) Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[AB]$.

(b.) Déterminer les coordonnées du point J milieu du segment $[AC]$.

(c.) Placer sur la figure les points I et J ainsi que le centre de gravité G du triangle ABC.

3. On considère le point $M(-0{,}5\,;-1)$ du plan :

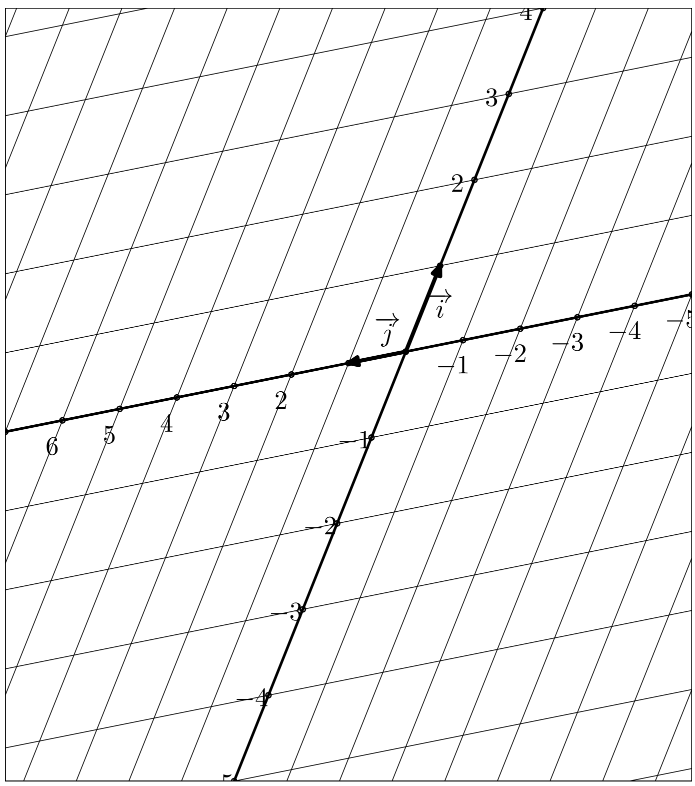
(a.) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{CM}$.

(b.) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{CM}$. On déterminera le coefficient de colinéarité du vecteur $\overrightarrow{CM}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{CI}$.

4. En déduire les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC.

Exercice réservé 503

On munit le plan d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$.



1. Placer les points suivants dans le repère ci-contre :
$A(3\,;2)$; $B(-3\,;4)$; $C(-1\,;-5)$

2. (a.) Déterminer les coordonnées du milieu I du segment $[BC]$.

(b.) Déterminer les coordonnées du milieu J du segment $[AB]$.

c. Placer le point G centre de gravité du triangle ABC.

3. On suppose l'existence d'un point H vérifiant l'assertion suivante :
$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=3\cdot\overrightarrow{OH} \quad (*)$$
   a. Etablir que pour tout point M du plan, on a :
$$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\cdot\overrightarrow{MH}$$
   b. En déduire que : $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$.

   c. En déduire la relation : $\overrightarrow{AH}=\dfrac{2}{3}\cdot\overrightarrow{AI}$.

4. a. Justifier que le point G et H sont confondues.

   b. Déduire de la relation $(*)$ les coordonnées du point G.

Exercice 513

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ quelconque, on considère les trois points suivants définis par leurs coordonnées :

$$A(5\,;-2) \quad ; \quad B(-3\,;-1) \quad ; \quad C(-5\,;3)$$

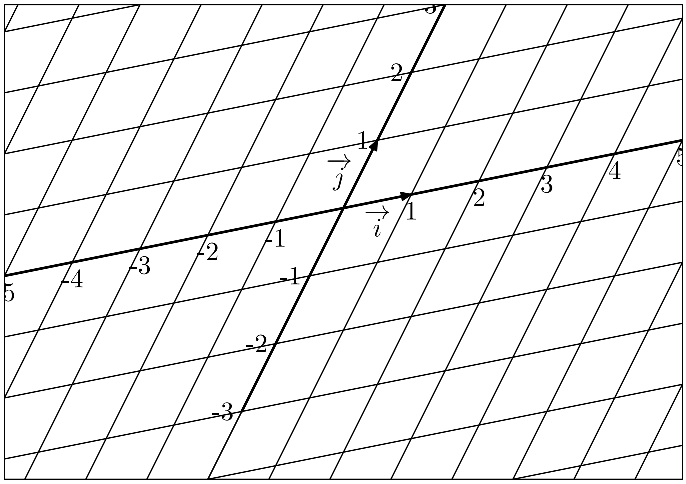
1. a. Déterminer les coordonnés du point M vérifiant la relation suivante : $7\cdot\overrightarrow{BM}=\dfrac{7}{3}\cdot\overrightarrow{CM}$

   b. Placer le point M dans le repère. Vérifier graphiquement que les trois points B, C et M sont alignés.

2. a. Déterminer les coordonnés du point G vérifiant la relation vectorielle : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

   b. Placer le point G dans le repère.

   c. Tracer les trois médianes du triangle ABC. Que remarque-t-on?



Exercice 2895

1. Dans le plan, placer trois points A, B, C non-alignés et le point I milieu du segment $[AB]$.

2. a. Placer le point M tel que : $\overrightarrow{AM}=2\cdot\overrightarrow{MC}$.

   b. Placer le point N tel que : $\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$

3. a. Placer le point G centre de gravité du triangle ABC.

   b. En utilisant la position du point G sur la médiane $[CI]$, établir l'égalité suivante :
$$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$$

4. On munit le plan du repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\right)$ quelconque.

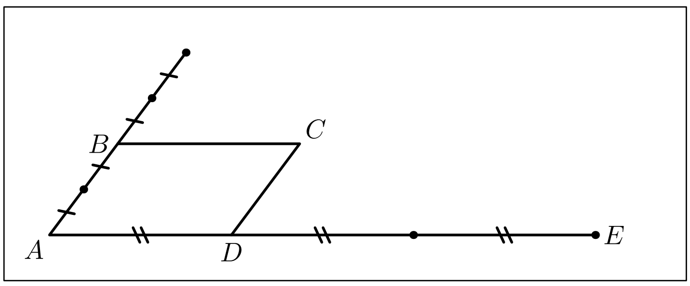
   a. Donner, sans justification, les coordonnées des points A, B, C, I, M et N.

   b. En utilisant l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AI}$ démontrer que le point G a pour coordonnées :
$$G\left(\frac{1}{3}\,;\frac{1}{3}\right)$$

5. Repères choisis :

Exercice réservé 514

On cherche à placer, sur la figure ci-dessous, le point F tel que : $F\in(AB)$; F, C et E alignés.



On munit le plan du repère $\left(A\,;\overrightarrow{AD}\,;\overrightarrow{AB}\right)$.

1. a. Donner les coordonnées des cinq points de la figure.

   b. A quel axe appartient le point F? Donner la valeur de l'abscisse F.

On note f l'ordonnée du point F.

2. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{FC}$ et $\overrightarrow{FE}$.

   b. En déduire les coordonnées du point F.

3. En notant I le milieu du segments $[DE]$. Justifier que les droites (BI) et (FE) sont parallèles.

Exercice 2896

Dans le plan, on considère un parallélogramme $ABCD$ et les deux points E et F définis par les relations :

$$\overrightarrow{AE}=\frac{5}{3}\cdot\overrightarrow{AD} \quad ; \quad \overrightarrow{AF}=\frac{5}{2}\cdot\overrightarrow{AB}$$

1. Tracer une représentation de cette configuration.

2. On munit le plan du repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AD}\right)$.

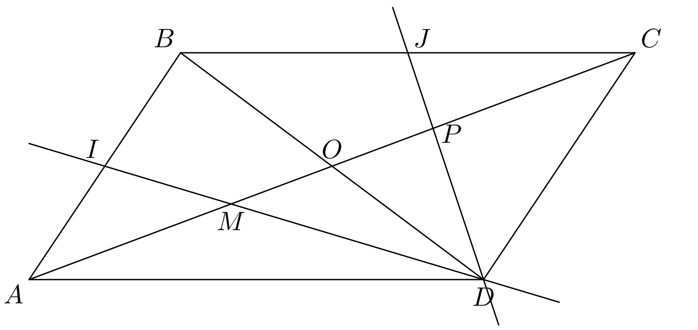
   a. Donner, sans justification, les coordonnées des points F, C et E.

   b. Démontrer que les points E, C et F sont alignés.

Exercice réservé 2108

Soit $ABCD$ un parallélogramme non aplati de centre O. I est le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[BC]$.
La droite (DI) coupe (AC) en M et la droite (DJ) coupe

(AC) en P.



On munit le plan du repère $\left(A\,;\overrightarrow{AI}\,;\overrightarrow{AC}\right)$:

1. Déterminer, par lecture graphique, les coordonnées des points A, I, C et B

2. a. Déterminer les deux entiers relatifs α et β réalisant l'égalité :
$\overrightarrow{AD} = \alpha\cdot\overrightarrow{AB} + \beta\cdot\overrightarrow{AC}$

   b. En déduire les coordonnées du point D.

3. a. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{BJ}$ a pour coordonnées :
$\overrightarrow{BJ}\left(-1\,;\dfrac{1}{2}\right)$

   b. En déduire les coordonnées du point J.

4. A quel axe appartiennent les points M et P ? Donner la valeur de leur abscisse.

5. En utilisant la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{DI}$, déterminer l'ordonnée m de M.

6. De même, déterminer l'ordonnée p de P

7. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{PC}$.

   b. En déduire que : $AM = MP = PC$.

Exercice 502

On considère un trapèze $ABCD$ vérifiant l'égalité vectorielle :
$\overrightarrow{DC} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

On note I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$. Les droites (AC) et (BD) se coupent en M et les droites (AD) et (BC) se coupent en N.

1. a. Tracer une représentation de cette configuration.

   b. Emettre une conjecture quant à la position relative des points I, J, M, N ?

On munit le plan du repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AD}\right)$ quelconque :

2. Déterminer les coordonnées des points :
A ; B ; D ; I ; C ; J

3. a. A quel axe appartient le point N ? En déduire l'abscisse du point N.

   b. On note α l'unique nombre réel positif réalisant l'égalité :
$DN = \alpha\cdot DA$
A l'aide du théorème de Thalès, déterminer la valeur de α.

   c. En déduire les coordonnées du point N.

4. a. Démontrer que : $AM = \dfrac{3}{4}\cdot AC$.

   b. En déduire les coordonnées du point M.

5. a. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{NJ}$, $\overrightarrow{NI}$ et $\overrightarrow{NM}$.

   b. Confirmer la conjecture faite à la question 1. b. .

6. Manipulations algébriques :

Exercice 2047

Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs. Simplifier chacune des sommes vectorielles suivantes :

a. $3\,\overrightarrow{u} - 2\,\overrightarrow{v} + 2\,\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$

b. $2\cdot\left(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\right) - \overrightarrow{u}$

d. $-\left(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\right) + 2\cdot\left(\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\right)$

e. $\dfrac{2}{3}\cdot\left(2\cdot\overrightarrow{u} - \dfrac{3}{2}\cdot\overrightarrow{v}\right) - \dfrac{1}{6}\overrightarrow{u}$

Exercice 2947

Soit A, B, C trois points du plans non-alignés :

1. Simplifier, si possible, les expressions suivantes :

   a. $2\cdot\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA}$

   b. $3\cdot\overrightarrow{AB} - 3\cdot\overrightarrow{CB}$

   c. $3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

   d. $2\cdot\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC}$

2. Dans chaque question, déterminer la valeur du réel k vérifiant l'égalité :

   a. $2\cdot\overrightarrow{AB} + 2\cdot\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = k\cdot\overrightarrow{AC}$

   b. $\overrightarrow{AB} + 2\cdot\overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{BC} = k\cdot\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}\right)$

   c. $3\cdot\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} = k\cdot\overrightarrow{AB}$

   d. $3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} + 2\cdot\overrightarrow{BA} = k\cdot\overrightarrow{AB}$

Exercice 505

On considère un parallélogramme quelconque $ABCD$. On note I, J, K, L les milieux respectifs des segments $[AD]$, $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$.

Etablir les deux relations suivantes :

a. $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{IL} = \overrightarrow{DC}$

b. $2\cdot\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{JB} = \overrightarrow{JC}$

Exercice 2056

1. Placer deux points A et B dans le plan.

2. On considère le point M définie par la relation
$2\cdot\overrightarrow{AM} - 3\cdot\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$

   a. Donner une expression du vecteur $\overrightarrow{AM}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

(b.) Placer le point M dans le plan.

Exercice 510

Soit A, B, C et D quatre points du plan vérifiant la relation :

$$\overrightarrow{AC} - 3\cdot\overrightarrow{BD} + 2\cdot\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$$

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exercice réservé 2048

1. (a.) Placer trois points A, B et C non-alignés dans le plan.

   (b.) Tracer un représentant de la somme :
   $\overrightarrow{u} = -\overrightarrow{AB} - 2\cdot\overrightarrow{BC} + 2\cdot\overrightarrow{AC}$

   (c.) Emettre une conjecture quant au vecteur $\overrightarrow{u}$.

2. Prouver cette égalité de manière algébrique en utilisant la relation de Chasles.

Exercice réservé 2079

1. On considère quatre points du plan, vérifiant la relation suivante :
   $\overrightarrow{AC} - 2\cdot\overrightarrow{DA} = 3\cdot\overrightarrow{BC}$

   Montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

2. On considère le parallélogramme $EFGH$ et I, J, K et L les milieux respectifs des côtés $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$ et $[HE]$. Vérifier la relation suivante :
   $\overrightarrow{LG} = \overrightarrow{LI} + 2\cdot\overrightarrow{HK} + \overrightarrow{IH}$

Exercice 2055

Soit A, B, C trois points du plan vérifiant la relation :

$$-\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\cdot\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{0}$$

1. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

2. Que peut-on dire des points A, B, C ?

Exercice réservé 501

Dans chaque cas, on considère trois points A, B, C du plan vérifiant une relation vectorielle. Montrer que dans chaque cas, les points A, B et C sont alignés :

a. $3\cdot\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -2\cdot\overrightarrow{AC}$ b. $-2\cdot\overrightarrow{AB} = 3\times\left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}\right)$

Exercice réservé 526

1. (a.) Placer trois points A, B, C non-alignés dans le plan.

   (b.) Nommer I le milieu du segment $[BC]$.

2. (a.) Placer le point G du plan vérifiant la relation :
   $3\cdot\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{0}$.

   (b.) Tracer le représentant de la somme :
   $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$

3. Algébriquement, justifier que le point G vérifie la relation :
   $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

Exercice 2903

Soit A, B, C trois points du plan.

1. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{u}$ défini ci-dessous est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AC}$ par :
   $\overrightarrow{u} = 3\cdot\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{BC} - \frac{5}{3}\cdot\overrightarrow{CA} + \frac{7}{3}\cdot\overrightarrow{BA}$

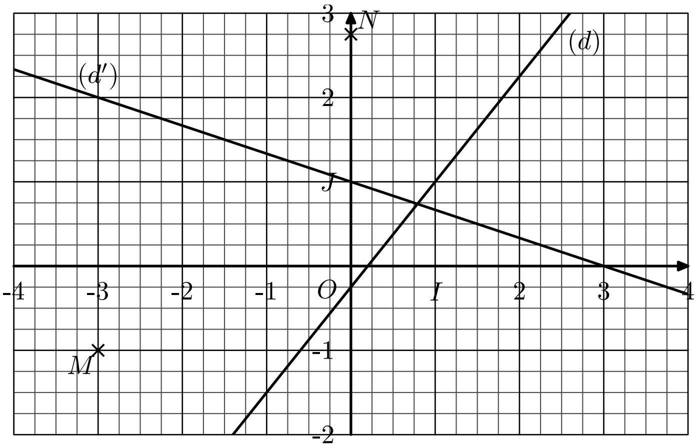
2. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{v}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:
   $\overrightarrow{v} = \frac{5}{6}\cdot\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\cdot\overrightarrow{CA}$

3. Montrer que les deux vecteurs $\overrightarrow{r}$ et $\overrightarrow{s}$ sont égaux :
   $\overrightarrow{r} = 5\cdot\overrightarrow{AC} - 2\cdot\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{s} = 2\cdot\overrightarrow{AB} + 3\cdot\overrightarrow{AC}$

255. Exercices non-classés :

Exercice 2918

Dans le plan muni du repère $(O ; I ; J)$, on considère les droites (d) et (d') ci-dessous :



1. Déterminer graphiquement les équations réduites des droites (d) et (d').

2. (a.) Déterminer graphiquement les coordonnées des points M et N.

   (b.) Justifier que la droite (MN) est parallèle à la droite (d).

3. Soit Q un point de la droite (d) tel que la droite (MQ) soit parallèle à (d'). On note x l'abscisse du point Q.

   (a.) Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{MQ}$ et $\overrightarrow{u}\left(1 ; -\frac{1}{3}\right)$ sont colinéaires.

   (b.) Justifier que le vecteur $\overrightarrow{MQ}$ a pour coordonnée en fonction de x :
   $\overrightarrow{MQ}\left(x+3 ; \frac{5}{4}\cdot x + \frac{3}{4}\right)$

   (c.) Résoudre l'équation : $x+3=-3\cdot\left(\frac{5}{4}\cdot x - \frac{1}{4}\right)$.

   (d.) En déduire les coordonnées du point Q.

