Seconde/Fonctions du second degré

1. Expression algébriques :

Exercice 435

On considère l'expression algébrique suivante :

$$E = (x+1)(2x-1)$$

1. Relativement à la forme développée réduite de l'expression E, répondre aux questions suivantes :
   a. Déterminer le coefficient du terme en x^2.
   b. Détermier le terme numérique.
2. Justifier que l'expression E n'est égale à aucune des deux expressions suivantes :

$$F = 4x^2 + x - 1 \quad ; \quad G = 2(x+1)^2 + 1$$

Exercice 441

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = -6x^2 + 10x - 4$$

1. Etablir les égalités suivantes :

$$f(x) = 2(x-1)(2-3x) = -6\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{1}{6}$$

2. Calculer l'image des nombres ci-dessous par la fonction f
   a. 0 b. $\frac{2}{3}$ c. $\frac{5}{6}$

Exercice 3001

Répondre aux questions suivantes sans aucune justification :

1. On considère le polynôme $P = 2\cdot(2x-1)(3-x)(x+2)$:
   a. Donner, sans justification, le coefficient du terme de degré 3 du polynôme P et la valeur de son terme numérique.
   b. Parmi les polynômes ci-dessous, lequel est la forme développée et réduite du polynôme P?
   - $-4x^3 + 6x^2 + 22x + 12$
   - $4x^3 + 6x^2 + 22x - 12$
   - $-4x^3 + 6x^2 + 22x - 12$
   - $4x^3 + 6x^2 + 22x + 12$
2. Déterminer la valeur de a, un nombre réel, vérifiant l'égalité suivante :

$$(2x+1)(3x^2 + a\cdot x + 1) = 6x^3 - 7x^2 - 3x + 1$$

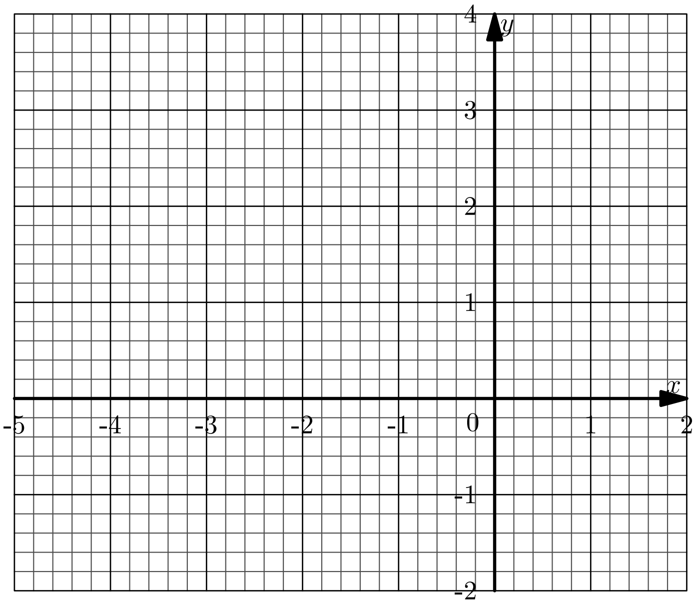
2. Représentation graphique :

Exercice 8207

On considère la fonction f du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = 0{,}4x^2 + 0{,}8x - 1{,}2$$

On considère le plan muni du repèrereprésenté ci-dessous :



On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-dessus.

1. a. A l'aide la calculatrice, compléter les tableaux de valeurs ci-dessous en y inscrivant les valeurs des images arrondies au dixième près :

x	$-4{,}5$	-4	-3	-2	$-1{,}5$	-1	$0{,}5$	1	2
$f(x)$									

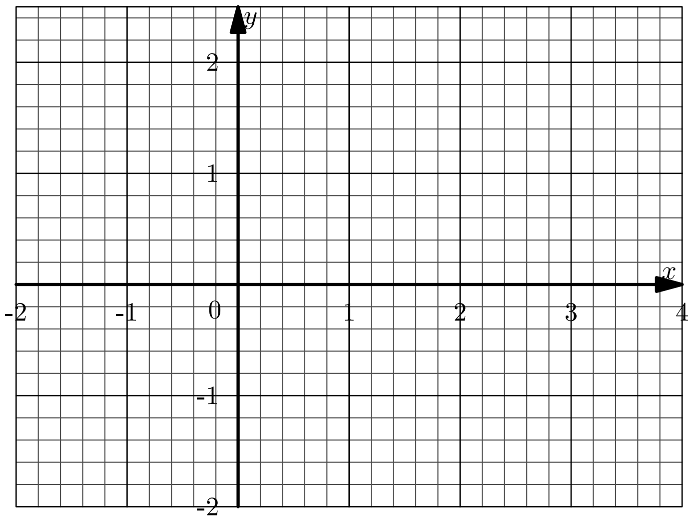
   b. Tracer la représentation de la courbe $\mathscr{C}_f$.
2. A l'aide d'une lecture graphique :
   a. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
   b. Donner la nature de l'extrema de la fonction f et ses caractéristiques.

Exercice 8208

On considère la fonction f du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x) = -0{,}5x^2 + x + 1{,}5$$

On considère le plan muni du repèrereprésenté ci-dessous :



On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-dessus.

1. a. A l'aide la calculatrice, compléter les tableaux de valeurs ci-dessous en y inscrivant les valeurs des images arrondies au dixième près :

x	-2	$-1{,}5$	-1	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$	2	3
$f(x)$									

   b. Tracer la représentation de la courbe $\mathscr{C}_f$.

2. A l'aide d'une lecture graphique :
   a. Dresser le tableau de variation de la fonction f.
   b. Donner la nature de l'extrema de la fonction f et ses caractéristiques.

Exercice 1762

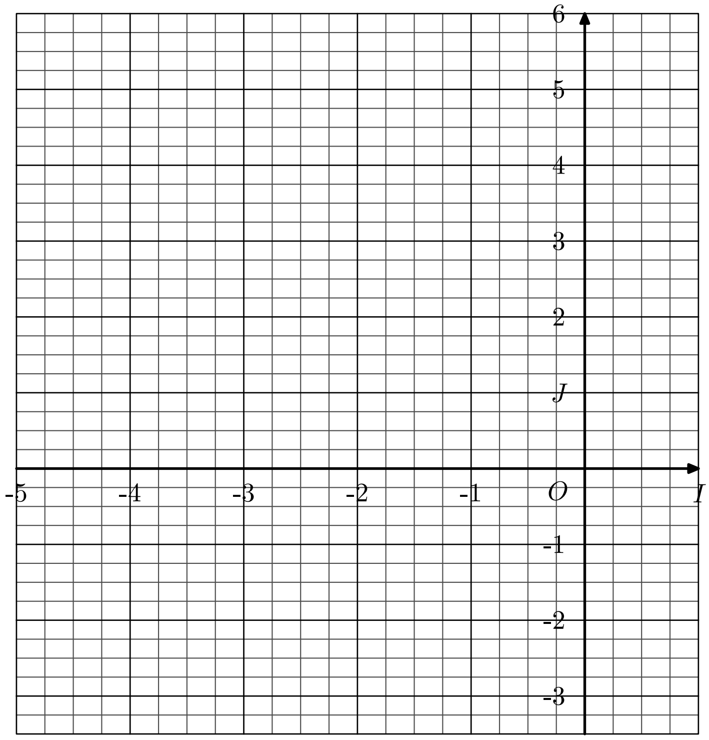
On considère la fonction : $f:\ x \longmapsto x^2+4x+1$:

1. Etablir l'égalité : $f(x)=(x+2)^2-3$
2. a. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty\,;-2]$
   b. Dresser, sans justification, son tableau de variation.
   c. Donner les caractéristiques de l'extremum de la fonction f.
3. a. Compléter le tableau ci-dessous de valeurs de la fonction f :

x	-5	-4	$-3{,}5$	-3	$-2{,}5$	-2
$f(x)$						

x	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	1
$f(x)$					

   b. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans le repère ci-dessous :



3. Extréma :

Exercice 8204

On considère la fonction f du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 2x^2 - 8x + 5$

1. Etablir l'identité : $f(x)=2(x-2)^2-3$
2. Justifier que la fonction f admet pour minimum la valeur -3 atteint pour $x=2$.

Exercice 8205

On considère la fonction f du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = -3x^2 - 12x - 13$

1. Etablir l'identité : $f(x)=-3(x+2)^2-1$
2. Justifier que la fonction f admet pour maximum la valeur -1 atteint pour $x=-2$.

Exercice réservé 425

On considère la fonction f définie par :

$f: x \longmapsto 9x^2 - 6x - 2$

1. a. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
   b. Calculer l'image de 1 par la fonction f.
   c. Déterminer les antécédents de -2 par la fonction f.
2. a. Etablir l'égalité : $9x^2-6x-2=9\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2-3$
   b. Montrer que f admet un minimum et que celui-ci est atteint en $\dfrac{1}{3}$

Exercice 8206

Pour chacune des fonctions du second degré ci-dessous, donner la nature de son extréma et ses caractéristiques :

1. $f(x) = x^2 + 4x + 1$
2. $g(x) = -3x^2 + 6x - 3$
3. $h(x) = x^2 + 5x - 4$
4. $j(x) = -5x^2 + 4x + 1$

4. Extréma et tableau de signes :

Exercice 432

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par :

$f(x) = 2x^2 + x - 1$

1. a. Etablir l'égalité : $f(x)=(x+1)(2x-1)$

   b. Résoudre l'inéquation : $f(x)\leqslant 0$.

2. a. Etablir l'égalité : $f(x)=2\Big(x+\dfrac{1}{4}\Big)^2-\dfrac{9}{8}$.

   b. Etablir l'inégalité ci-dessous pour tout nombre x réel :

   $f(x) \geqslant -\dfrac{9}{8}$

   c. La fonction f admet-elle un maximum ou un minimum?

Exercice réservé 439

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par :

$f(x) = -x^2 + 9x - 20$

1. a. Etablir l'égalité : $f(x)=-(x-5)(x-4)$

   b. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation : $f(x)=0$.

   c. Résoudre l'inéquation : $f(x)>0$

2. a. Etablir l'égalité : $f(x)=-\Big(x-\dfrac{9}{2}\Big)^2+\dfrac{1}{4}$.

   b. Etablir l'inégalité ci-dessous pour tout nombre x réel :

   $f(x) \leqslant \dfrac{1}{4}$

   c. La fonction f admet-elle un maximum ou un minimum?

5. Sens de variations :

Exercice 414

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est définie par :

$f(x) = -9x^2 - 12x + 1$

1. Etablir l'égalité : $f(x)=-9\Big(x+\dfrac{2}{3}\Big)^2+5$.
2. Démontrer que, sur $\Big]-\infty\,;-\dfrac{2}{3}\Big]$, la fonction f est croissante.

Exercice 1760

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est définie par la relation :

$f(x) = 2x^2 + 4x - 1$

1. Etablir l'égalité : $f(x)=2(x+1)^2-3$
2. Montrer que :

   a. f est strictement décroissante sur $\big]-\infty;-1\big]$.

   b. f est strictement croissante sur $\big[-1;+\infty\big[$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
4. En déduire que -3 est le minimum de la fonction f.

Exercice réservé 1753

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ tel que l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$f(x) = -2x^2 - 8x + 9$.

1. a. Etablir l'égalité : $f(x)=-2\cdot(x+2)^2+17$.

   b. Etablir le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $\big]-\infty\,;-2\big]$.

2. Dresser, sans justification, le tableau de variations de la fonction f.
3. Donner les caractéristiques de l'extrémum de la fonction f.

6. Etudes algébriques :

Exercice 406

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f : x \longmapsto -2x^2 + 2x + 12$

1. Etablir les égalités suivantes :

   $-2x^2 + 2x + 12 = (3-x)(2x+4) = -2\Big(x - \dfrac{1}{2}\Big)^2 + \dfrac{25}{2}$

2. a. Justifier que la fonction f s'annule pour deux nom-

bres qu'on précisera.

b. Justifier que la fonction f admet $\dfrac{25}{2}$ pour maximum.

3. a. Etablir que la fonction f est croissante sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\dfrac{1}{2}\right]$.

b. Dresser, sans justification, le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Exercice réservé 1757

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :
$f(x) = 8x^2 - 8x - 6$.

1. a. Etablir l'identité : $f(x) = \big(4x-6\big)\big(2x+1\big)$

b. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

2. a. Etablir l'identité : $f(x)=8\Big(x-\dfrac{1}{2}\Big)^2-8$.

b. Algébriquement, établir l'inégalité suivante pour tout nombre réel x : $f(x)\geqslant -8$.

c. Sur l'intervalle $\left]-\infty\,;\dfrac{1}{2}\right]$, établir le sens de variation de f

3. a. Dressez, sans justification, un tableau de variations de la fonction f.

b. Donner, sans justification, les caractéristiques de l'extrémum de la fonction f.

7. Tableau de variation :

Exercice 2976

Pour chacune des fonctions, déterminer les caractéristiques de leur extréma et dresser le tableau de variations :

a. $f : x \longmapsto 2x^2+8x+1$ b. $g : x \longmapsto -x^2+2x+1$

c. $h : x \longmapsto x^2+4x+4$ d. $j : x \longmapsto -3x^2+9x-2$

e. $k : x \longmapsto 3x^2+2x+2$ f. $\ell : x \longmapsto -x^2+2\sqrt{3}x-1$

Exercice réservé 3080

Dresser le tableau de variations des fonctions polynômiales du second degré ci-dessous :

a. $f(x) = 3{\cdot}x^2 - 3{\cdot}x + 2$ b. $g(x) = -x^2 - 2{\cdot}x + 3$

Exercice 2977

1. Soit f la fonction définie par la relation :
$f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

a. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

b. Justifier que la fonction f s'annule en deux valeurs.

2. Soit g la fonction définie par la relation :
$g(x) = -4x^2 + 4x - 1$

a. Dresser le tableau de variations de la fonction g.

b. Justifier que la fonction g s'annule en une unique valeur qu'on précisera.

3. Soit h la fonction définie par la relation :
$h(x) = 4x^2 + 2x + 1$

a. Dresser le tableau de variations de la fonction h.

b. Justifier que la fonction h ne s'annule jamais sur $\mathbb{R}$.

8. Tableau de variations et image d'intervalles :

Exercice 8209

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 2x^2 - x + 1$

a. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

b. En déduire les images des intervalles suivants par la fonction f :
$A=\left]-3\,;\dfrac{1}{4}\right]$; $B=\big[1\,;2\big]$; $C=\big[-3\,;1\big]$

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
$g(x) = -x^2 + 2x - 4$

a. Dresser le tableau de variations de la fonction g.

b. En déduire les images des intervalles suivants par la fonction g :
$D=\big[-3\,;0\big]$; $E=\big[1\,;3\big]$; $G=\big[0\,;3\big]$

Exercice réservé 405

On considère la fonction f définie par la relation :
$f(x) = 4x^2 - 16x + 9$.

1. Etablir l'égalité : $4x^2-16x+9=4(x-2)^2-7$

2. Montrer que :

a. la fonction f est décroissante sur $\big]-\infty\,;2\big]$.

b. la fonction f est croissante sur $\big[2\,;+\infty\big[$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4. Déterminer l'image des intervalles suivants par la fonction f :

a. $\big]-2\,;1\big]$ b. $\big[0\,;\,4\big]$ c. $\big[1\,;\,+\infty\big[$

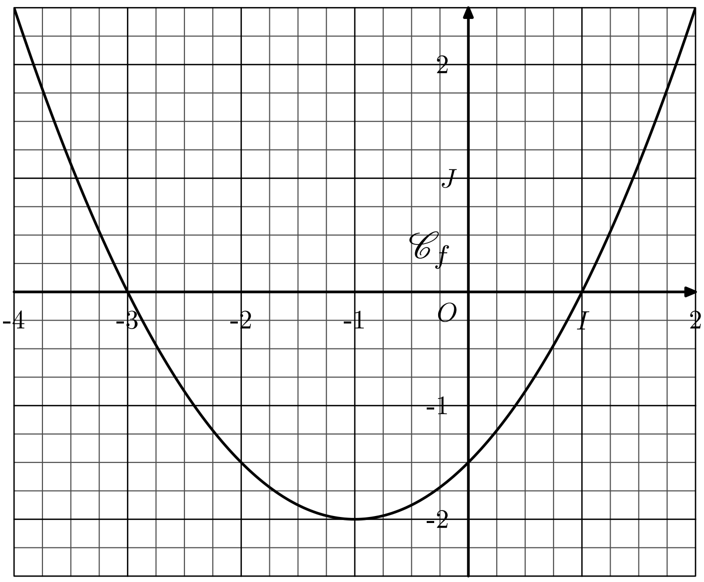
9. Etude graphique et algébrique :

Exercice 437

On considère la fonction f, qui à tout nombre x, associe son image $f(x)$ définie par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$$

Le graphique ci-dessous donne la représentation de la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé :



Partie A : étude graphique

Graphiquement, répondre aux questions suivantes :

1. Donner les antécédents du nombre 0 par f.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $\big[-4\,;2\big]$.
3. Donner les caractéristiques de l'extrémum de la fonction f.

Partie B : étude algébrique

1. a. Etablir l'egalité suivante : $f(x) = \frac{1}{2}\cdot(x+3)\big(x-1\big)$
   b. Résoudre l'équation : $f(x) = 0$.
2. a. Etablir l'égalité suivante : $f(x) = \frac{1}{2}\cdot(x+1)^2 - 2$
   b. Démontrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $\big]-\infty\,;-1\big]$.

Exercice 4869

On considère la fonction f définie par l'expression :

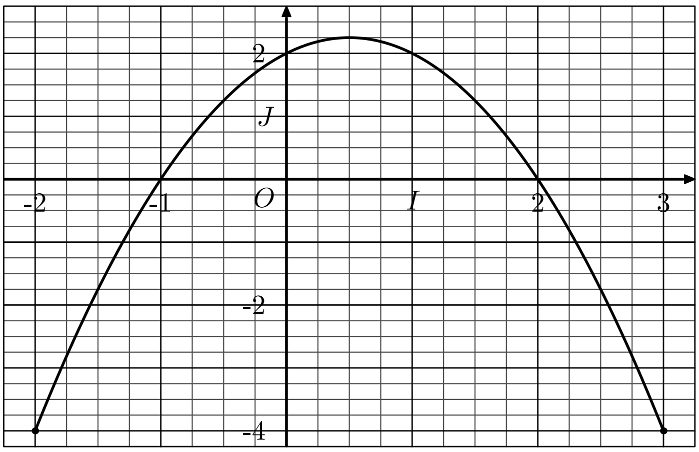
$$f(x) = a\cdot x^2 + b\cdot x + c \quad \text{où } a,\ b,\ c \text{ sont des nombres réels.}$$

La parabole $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f admet pour sommet le point de coordonnées $(-1\,;2)$ et elle passe par le point de coodonnées $(-3\,;0)$.

Déterminer, sans justification, les valeurs des nombres réels a, b et c.

Exercice 6689

La courbe ci-contre est la représentation d'une fonction f définie sur $\big[-2\,;3\big]$.



1. Graphiquement, répondre aux questions suivantes :
   a. Quelles sont les images de 0 et 2 par f?
   b. Donner, si possible :
      - les antécédents éventuels de -4 par f ;
      - les antécédents éventuels de 4 par f ;
   c. Quelles sont les solutions de l'équation : $f(x) = -\frac{7}{4}$?
   d. Quelles sont les solutions de l'inéquation : $f(x) < 0$?
2. On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ et admet pour expression :
   $f(x) = -x^2 + x + 2$.
   a. Justifier que : $f(x) = (-x+2)(x+1)$
   b. Résoudre l'équation : $f(x) = 0$
   c. A l'aide d'un tableau de signes, résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 0$.
   d. Justifier que : $f(x) = -\Big(x - \frac{1}{2}\Big)^2 + \frac{9}{4}$.
   En déduire la croissance de f sur l'intervalle $\Big[-2\,;\frac{1}{2}\Big]$.

10. Symétrie de courbes :

Exercice 426

On considère la fonction f définie par :

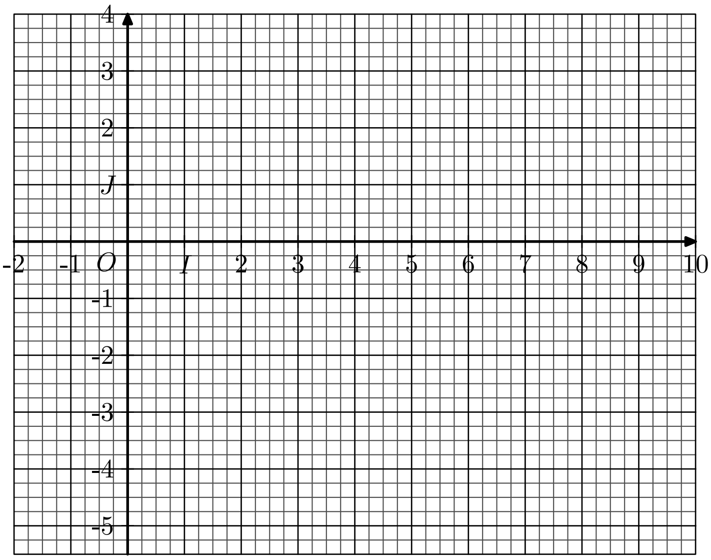
$$f : x \longmapsto \frac{1}{4}\cdot x^2 - 2\cdot x - 1$$

1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous avec des valeurs arrondies au centième près :

x	-2	$-0{,}5$	1	2	3	$3{,}5$	4
$f(x)$							

x	$4{,}5$	5	6	7	$8{,}5$	10
$f(x)$						

2. Effectuer le tracé de la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



3. Cette courbe possède un axe de symétrie, tracer cet axe sur votre représentation.

Exercice 8187

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f définie par un polynôme du second degré.

Pour seule connaissance de la fonction f, on a le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-5	-3	-2	0	2	4
$f(x)$	36	0	-9	-9	15	63

1. Donner l'équation de l'axe de symétrie de la courbe $\mathscr{C}_f$.
2. Donner les deux antécédents du nombre 0 par la fonction f.
3. Donner l'expression de la fonction f.

Exercice 404

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est définie par :

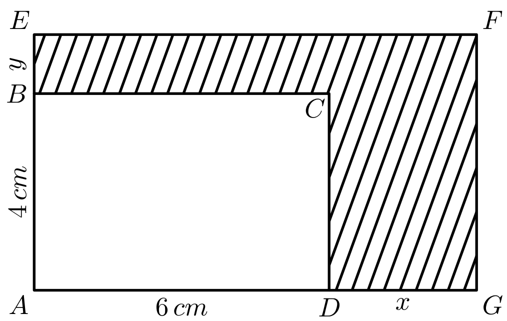
$f(x) = -2x^2 + 4x + 3$

1. a. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
   b. Préciser les caractéristiques de l'extrémum de la fonction f.
2. Soit h un nombre quelconque positif :
   a. Déterminer la forme développée et réduite des deux expressions suivantes :
   $f(1-h)$; $f(1+h)$
   b. Que peut-on dire sur les deux points de $\mathscr{C}_f$ d'abscisses respectives $(1-h)$ et $(1+h)$.

11. Problèmes :

Exercice réservé 4879

Soit $ABCD$ un rectangle de dimension $6\,cm$ et $4\,cm$. On considère les points E et G, situés hors du rectangle $ABCD$, appartenant respectivement aux demi-droites $[AB)$ et $[AD)$ et le point F tels que le quadrilatère $AGFE$ est un rectangle.



On note x et y les deux distances suivantes :
$x = DG$; $y = BE$

On impose aux points E et G de former un rectangle $AEFG$ dont le périmètre est de $28\,cm$.

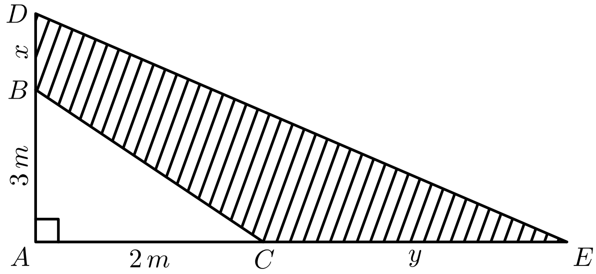
1. a. Montrer que la longueur y s'exprime en fonction de x par : $y=4-x$
   b. En déduire les valeurs possibles de x.

On note $\mathcal{A}$ l'aire de la partie hachurée *(celle du polygone $BEFGDC$).*

2. Etablir que l'aire de la partie hachurée s'écrit en fonction de x est obtenue par l'égalité :
   $\mathcal{A}(x) = -x^2 + 2x + 24$
3. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$ sur $\mathbb{R}$. *(on indiquera la valeur de l'extrémum local).*
4. Etudions les valeurs extrèmes prises par l'aire hachuée de cette figure :
   a. Quelle est l'aire maximale de la partie hachurée? Pour quelles valeurs de x est-elle atteinte?
   b. Quelle est l'aire minimale de la partie hachurée? Pour quelle valeur de x ce minimum est-il réalisé?

Exercice 4878

On considère la figure ci-dessous :



Elle vérifie les conditions suivantes :

- Le triangle ABC est rectangle en A tel que :
  $AB = 3\,m$; $AC = 2\,cm$
- Le point D est définie par : $D \in [AB)$; $D \notin [AB]$
- Le point E est définie par : $E \in [AC)$; $E \notin [AC]$
- On a la relation : $BD + CE = 10\,m$.

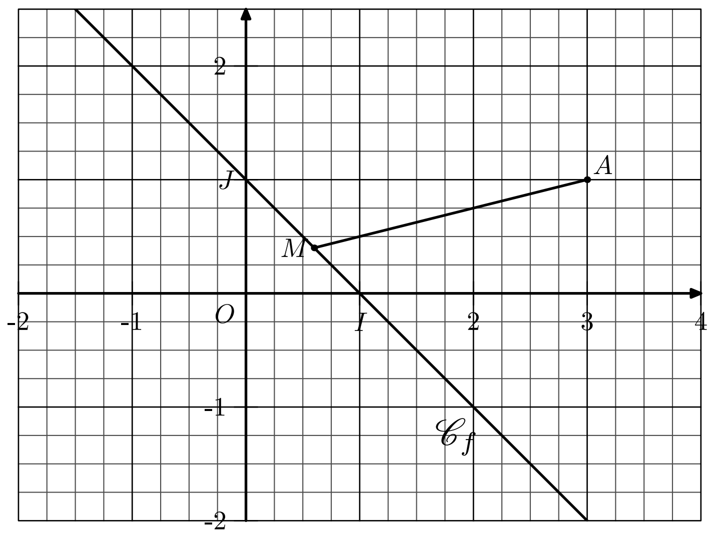
On note x et y les longueurs respectives des segments $[BD]$ et $[CE]$.

1. a. Etablir l'identité :
   $$2x^2 - 18x + 153 = 2\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{225}{2}$$
   b. Déterminer les valeurs de x et de y afin que la longueur du segment $[DE]$ soit minimale.
2. Déterminer les valeurs possibles de x et de y afin que l'aire de la partie hachurée mesure $15\,m^2$

Exercice 2838

On considère la fonction f définie par la relation :
$f(x) = -x + 1$

La représentation graphique est donnée ci-dessous :



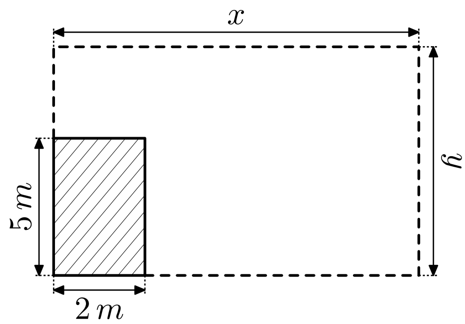
On considère le point A de coordonnée $(3\,;1)$ et M un point de la courbe $\mathscr{C}_f$.

Déterminer la position du point M sur $\mathscr{C}_f$ afin que la longueur AM est minimale.

12. Modélisation :

Exercice réservé 4867

Dans son champ, un agriculteur possède un poulailler de forme rectangulaire et de dimensions $5\,m$ et $2\,m$. Il souhaite construire un enclos comme l'indique la figure ci-dessous avec $17\,m$ de clôture :



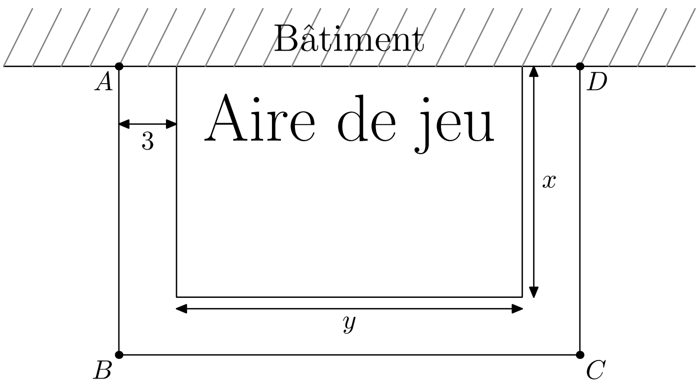
Le poulailler est représenté par la partie hachurée, la clôture est représentée en pointillés et la partie extérieure dédiée aux poules est représentée par la partie blanche.

On note $\mathcal{A}$ l'aire de la partie extérieure.

1. Etablir la relation suivante entre x et y :
   $x + y = 12$
2. Démontrer que l'aire de l'espace extérieur a pour expression : $\mathcal{A}(x) = -x^2 + 12 \cdot x - 10$
3. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$ sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer les valeurs de x et de y pour que l'aire de l'espace extérieur réservé aux poules soient maximale.

Exercice 2865

On veut construire le long d'un bâtiment une aire de jeu rectangulaire. De plus, on souhaite que les dimensions de ce rectangle soient supérieures ou égales à $10\,m$. Cet espace de jeu est entouré sur trois côtés d'une allé de $3\,m$ de large comme l'indique le croquis ci-dessous.



L'ensemble est clôturé sur les trois côtés $[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$.
On s'intéresse à la longueur $\mathscr{L}$ de la clôture :
$\mathscr{L} = AB + BC + CD$.
On note x et y les dimensions en mètres de l'aire de jeu *(la valeur de x et de y sont nécessairement positifs)*.

1. Exprimer la longueur $\mathscr{L}$ de la cloture en fonction des valeurs des valeurs de x et de y.
2. On dispose de 100 mètres de clôture qu'on souhaite entièrement utilisé :
   a. Exprimer, dans ces conditions, la valeur de y en fonction de x.

b. Justifier que la valeur de x doit être inférieure à 44.

c. Justifier que l'aire de jeux a pour aire :
$\mathscr{A}(x) = 88x - 2x^2$

3. a. Justifier l'égalité ci-dessous :
$\mathscr{A}(x) = 968 - 2(x - 22)^2$

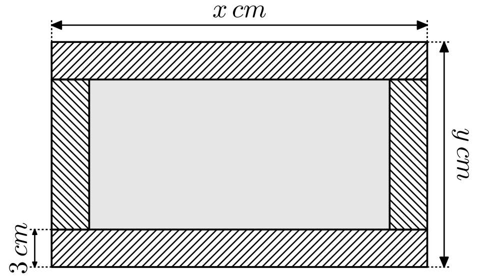
b. En déduire la croissance de la fonction $\mathscr{A}$ sur l'intervalle $\big]0\,;22\big]$.

c. Dresser, sans justification, le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$ sur l'intervalle $\big]0\,;44\big[$.

4. En déduire les dimensions afin que les 100 mètres de clôtures soient utilisés et que l'aire de jeu soit maximale.

Exercice 2877

Un menuisier dispose d'une baguette de bois de 100 centimètres de longueur et de 3 centimètres de largeur. Il souhaite utiliser toute la longueur de cette baguette pour la confection d'un cadre en bois à l'image du dessin ci-dessous :



1. a. Déterminer la valeur de y en fonction de x.

b. En déduire les valeurs possibles de x.

2. Donner l'expression de l'aire $\mathcal{A}(x)$ de l'intérieur du cadre en fonction de x.

3. a. Etablir l'égalité suivante :
$\mathcal{A}(x) = -(x - 28)^2 + 484$

b. Etablir la croissance de la fonction $\mathcal{A}$ sur l'intervalle $\big]6\,;28\big]$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$, puis en donner l'aire maximale atteinte par le cadre.

Exercice 3024

Dans une fête forraine, le gérant de l'attraction "*la chenille en folie*" fait le constat suivant :

- Son manège peut accueillir 70 personnes par tour ;
- S'il fixe le prix à 1 €, son manège est plein à chaque tour ;
- Chaque fois qu'il augmente le prix de 0,50 €, il perd 5 clients.

On note x le prix d'une place : le nombre x appartient à l'intervalle $\big[1\,;+\infty\big[$.

On s'intéresse à la valeur de la recette faîte par cette attraction à chaque tour en fonction du prix x des places ; on note $\mathcal{R}(x)$ la valeur de cette recette.

1. Justifier que le la recette admet l'expression :
$\mathcal{R}(x) = 80x - 10x^2$

2. a. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{R}$.

b. En déduire la recette maximale que peut réaliser cette attraction. Quel doit-être le prix d'un tour pour réaliser ce maximum?

3. Le gérant souhaite réaliser une recette supérieure à 150 € à chaque tour de manège. Déterminons les prix possibles d'une place réalisant cette condition :

a. Développer l'expression : $(x-4)^2-1$.
En déduire l'expression de la forme canonique de l'expression $\mathcal{R}(x)-150$.

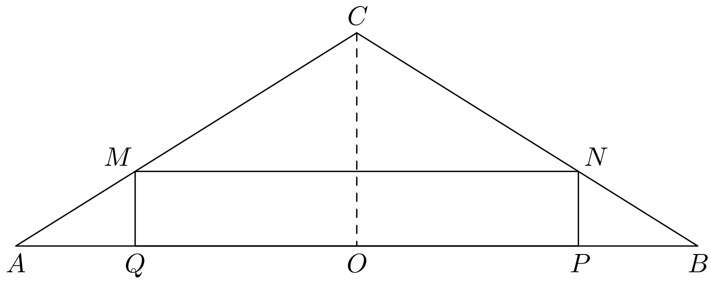
b. Factoriser l'expression : $(x-4)^2-1^2$.
Puis, factoriser l'expression $\mathcal{R}(x)-150$.

c. Déterminer les solutions de l'équation : $\mathcal{R}(x)=150$.

d. En utilisant la question précédente et le tableau de variations de la fonction $\mathcal{R}$, donner sans justification l'ensemble des solutions de l'inéquation $\mathcal{R}(x)\geqslant 150$.

Exercice 4852

On considère le triangle isocèle ABC de dimensions :
$OA = 8\,cm \quad ; \quad OC = 5\,cm$
$[CO]$ représente la hauteur du triangle ABC issue du sommet C.



On souhaite inscrire un rectangle $MNPQ$ à l'intérieur du triangle et centré autour de l'axe (OC) comme représenté ci-dessus.

On note x la longueur du segment $[OP]$.

1. Justifier brièvement les valeurs possibles prises par la variable x.

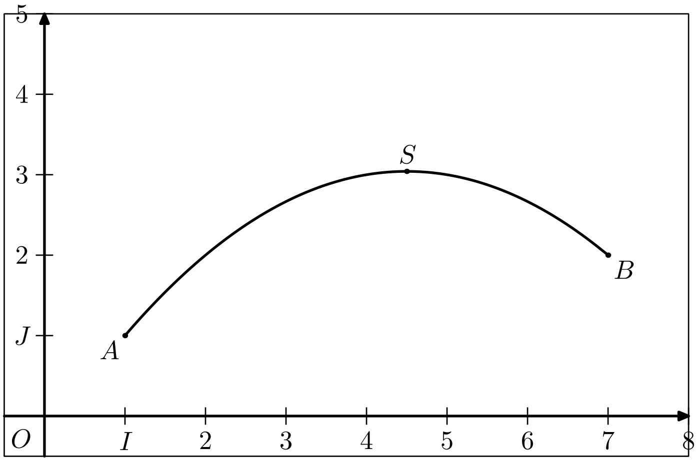
2. Déterminer la mesure du segment $[NP]$ en fonction de la longueur x.

3. Démontrer que l'aire $\mathcal{A}$ du rectangle $MNPQ$ a pour expression en fonction de x :
$\mathcal{A}(x) = -\dfrac{5}{4}\cdot x^2 + 10\cdot x$

4. Pour quelle valeur l'aire du rectangle $MNPQ$ est maximale?

Exercice réservé 3078

Un joueur de basket se trouvant au point A effectue un lancer franc vers le panier situé en B ; la trajectoire du ballon passe par un sommet nommé S.
Joe, le mathématicien assis dans les gradins, se sert d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé pour modéliser cette trajectoire :



Il relève les coordonnées des points suivants :
$A(1\,;1)$; $B(7\,;2)$; $S(4{,}5\,;y_S)$
(Joe n'a pas eu le temps de relever l'ordonnée du sommet S)

En négligeant le frottement dans l'air, Joe sait que tout projectile décrit une trajectoire parabolique dont l'equation cartésienne est de la forme :
$(E)\,:\ y = a{\cdot}x^2 + b{\cdot}x + c$

1. a. En utilisant les coordonnées du sommet S, justifier l'égalité suivante :
$b = -9a$

   b. Justifier que les nombres réels a et b vérifie le système d'équation :
$$\begin{cases} c - 8a = 1 \\ c - 14a = 2 \end{cases}$$

   c. En déduire l'équation (E) représentant la courbe $\mathscr{C}$.

2. Un second joueur effectue son lancer ; Joe obtient l'équation représentant la seconde trajectoire :
$$(E')\,:\ y = -\frac{1}{8}{\cdot}x^2 + \frac{7}{6}{\cdot}x - \frac{1}{24}$$

   a. Déterminer les valeurs de a et de b vérifiant l'égalité ci-dessous :
$-3x^2 + 28x - 49 = (x-7)(a{\cdot}x+b)$

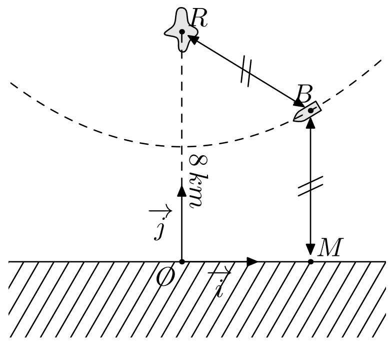
   b. En déduire les abscisses où la balle sera à une hauteur de $2\,m$.

Exercice 2988

Un bateau doit naviguer entre le rivage et un rocher. Ce rocher se situe à $8\,km$ du bord.

Par mesure de sécurité, le capitaine souhaite rester à égale du distance du rocher et du rivage.

Pour modéliser ce problème, on utilisera le repère $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ dont le point O est le projeté orthogonal du point R sur le rivage.



On note $(x\,;y)$ les coordonnées du bateau dans ce repère.

1. Exprimer en fonction de x et de y de la distance séparant le bateau :
   a. du rocher
   b. du rivage

2. a. En utilisant l'égalité $BR{=}BM$, exprimer la valeur de y en fonction de x.
   b. Quel est le nom de la trajectoire du bateau?

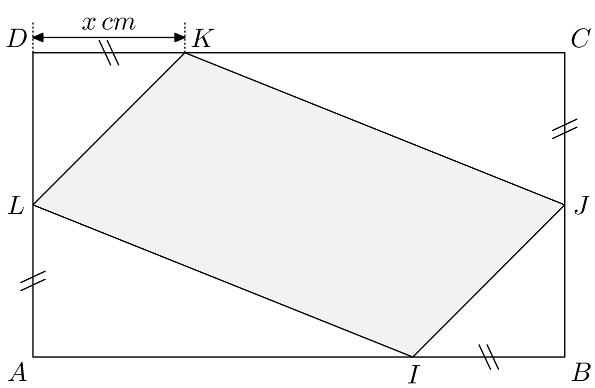
13. Problèmes et tableau de signes :

Exercice 2985

Dans le plan, on considère un rectangle $ABCD$ tel que :
$DC = 7\,cm$; $DA = 5\,cm$

Les points I, J, K, L sont des points appartenant respectivement aux côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ vérifiant les relations :

$DK = CJ = BI = LA = x\,cm$



1. Justifier, brièvement, que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.

2. a. Déterminer les valeurs possibles pour x.

   b. Justifier que l'aire du parallélogramme $IJKL$ a pour expression en fonction de x :
$\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 12x + 35$

   c. En déduire le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$.

   d. Donner le minimum de la valeur de l'aire de $IJKL$ et la valeur de x pour lequel il est atteint.

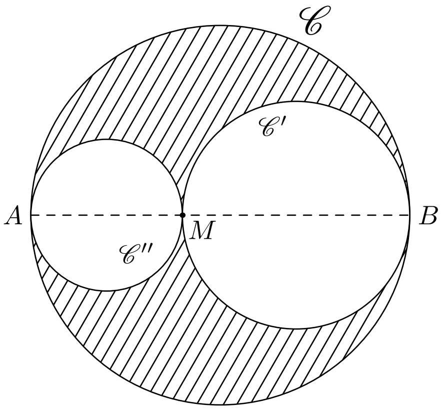
3. On souhaite déterminer les valeurs de x pour lesquels, $\mathcal{A}$ est supérieure à $25\,cm^2$

   a. Déterminer les valeurs de a et b de nombres réels vérifiant l'égalité :
$2x^2 - 12x + 10 = (a{\cdot}x+b)(x-5)$

   b. En déduire les solutions de l'inéquation :
$\mathcal{A}(x) \geqslant 25\,cm^2$.

Exercice réservé 3003

Dans le plan, on considère le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$ tel que $AB=5\,cm$. Soit M un point du segment $[AB]$, on construit respectivement les cercles $\mathscr{C}'$ et $\mathscr{C}''$ de diamètres respectifs $[AM]$ et $[MB]$.



On repère la position du point M par la mesure de AM qu'on note x ; on s'intéresse à l'aire de la partie hachurée qu'on note $\mathcal{A}(x)$.

1. Décrire brièvement les valeurs prises par la variable x.
2. Déterminer une expression de $\mathcal{A}$ en fonction de x.

On considère la fonction qui à x associe $\mathcal{A}(x)$

3. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}(x)$.
4. a. Déterminer la valeur des réels a et b tels que : $-2x^2+10x-8=(x-4)(a\cdot x+b)$

   b. Résoudre l'inéquation suivante : $\mathcal{A}(x)\leqslant 2\cdot\pi$

255. Exercices non-classés :

Exercice 8213

On considère la fonction f définie par le polynôme du second degré : $f(x)=-3x^2+30x+5$

1. Déterminer la forme canonique de l'expression de f.
2. Etablir que la fonction f admet un maximum atteint en $x=5$.
   On donnera les élèments caractéristiques de cet extrema.

