Seconde/Géométrie dans l'espace

1. Perspectives cavalières :

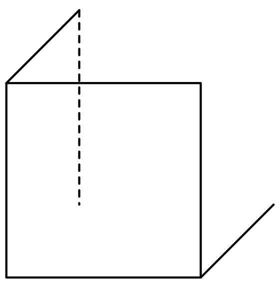
Exercice 575

Voici les règles pour représenter un solide en perspective cavalière :

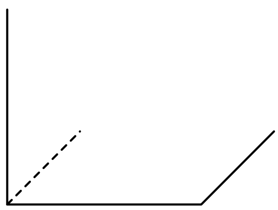
- Les figures vues de face restent inchangées.
- Des droites parallèles sont représentées par des droites parallèles.
- L'alignement des points est conservé.
- Le rapport de longueur est conservé : en particulier un milieu reste un milieu.
- Les parties cachées sont représentées en pointillés.

Voici des représentations incomplètes d'un cube en perspective cavalière. Tracer les lignes manquantes en respectant la perspective cavalière.

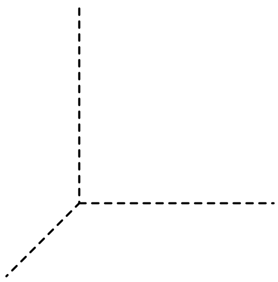
a.



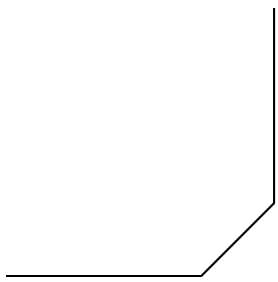
b.



c.

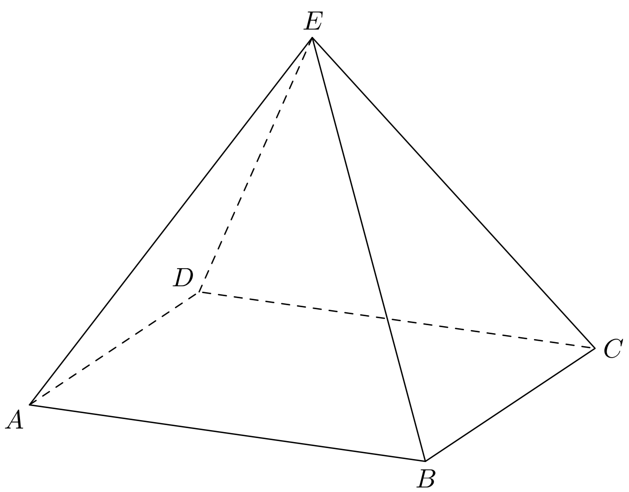


d.



Exercice 3116

On considère la pyramide à base rectangulaire $ABCDE$ représentée ci-dessous :



1. a. Placer sur la figure le centre du rectangle $ABCD$.

   b. Quelle propriété a été utilisée de la perspective cavalière pour placer le point O?

2. a. Placer le centre de gravité G du triangle EBC.

   b. Quelles propriétés de la perspective cavalière ont été utilisées pour tracer ce centre de gravité?

Exercice 4947

On considère un quart de cercle $\widehat{AC}$ d'un cercle de centrer B représenté dans le plan *(Fig. 1)* et dans l'espace *(Fig. 2)* :

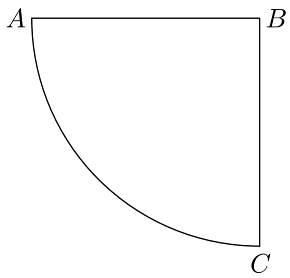


Fig 1

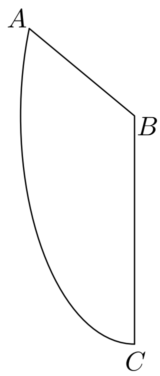


Fig 2

On n'utilsera, dans cet exercice, que la règle non-graduée et le compas.

1. Dans la figure 1 :

   a. Placer les milieux des segments $[BA]$ et $[BC]$. Justifier votre construction.

   b. Placer le milieu de l'arc $\widehat{AC}$. Justifier votre construction.

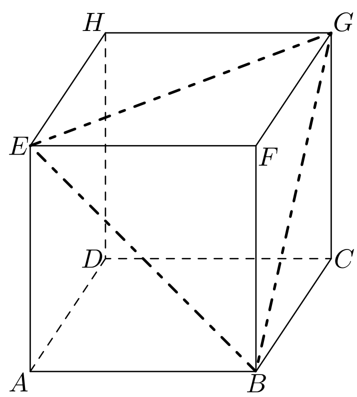
2. Dans la figure 2 :

   a. Placer les milieux des segments $[BA]$ et $[BC]$.

   b. Peut-on placer le milieu de l'arc $\widehat{AC}$?

Exercice 4941

On considère le cube $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous.



1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{FGB}$.

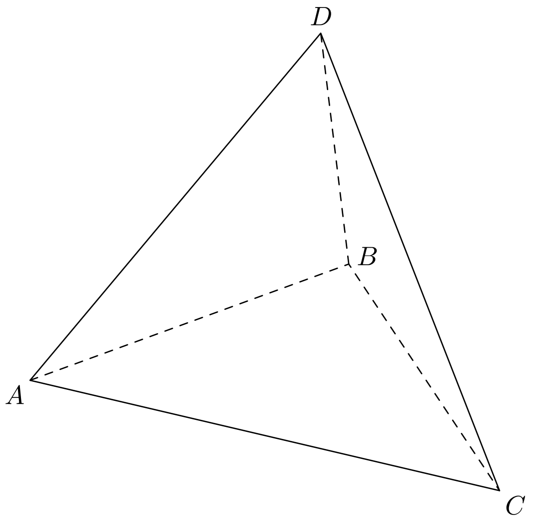
2. a. Donner la nature du triangle BEG. Justifier votre

réponse.

b. Donner la mesure de l'angle $\widehat{EBG}$.

Exercice 4943

Dans l'espace, on considère le tétraèdre régulier $ABCD$ de côté $5\,cm$: toutes ces faces sont des triangles équilatérals et le pied de la hauteur issue d'un sommet est le centre de la face opposée de ce sommet.



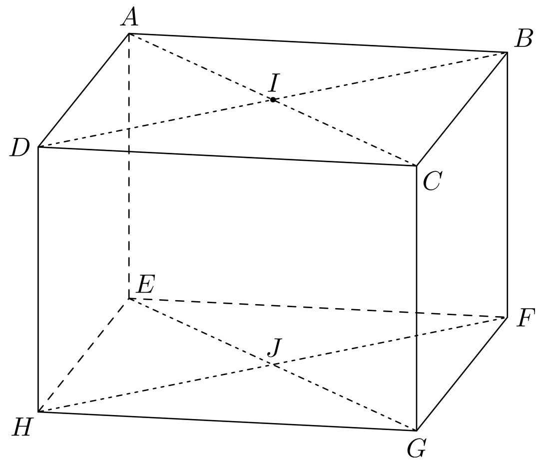
1. Dans le triangle ABC :
   a. Dessiner la hauteur issue du sommet C. On notera I le pied de cette hauteur. Justifier votre construction.
   b. Placer le point G centre de gravité du triangle ABC. Justifier.

On admet que toutes les hauteurs d'un triangle équilatéral de côté a ont pour mesure $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$:

2. Donner la mesure du segment $[CI]$.
3. a. Donner la mesure du segment $[CG]$. Justifier votre réponse.
   b. Déterminer la mesure du segment $[DG]$.
4. Déterminer le volume du tétraèdre régulier $ABCD$.

Exercice 586

On considère le pavé droit $ABCDEFGH$; on note I et J les milieux respectifs des faces $ABCD$ et $EFGH$.



On suppose désormais les mesures suivantes connues :

$AB = 8\,cm$; $AD = 6\,cm$; $AE = 7\,cm$

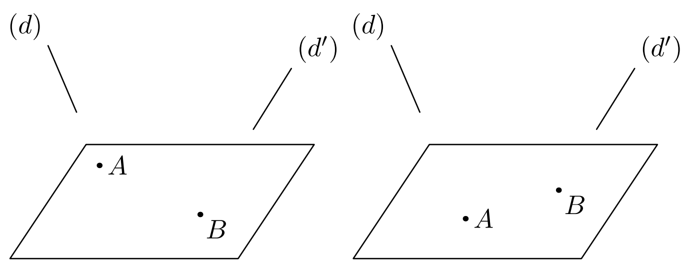
et on admet que le solide $IDCJHG$ est un prisme droit :

1. Calculer le volume du prisme $IDCJHG$.
2. Calculer la surface latérale du prisme $IDCJHG$.

2. Les objets de l'espace :

Exercice 579

Vérifier que sur les deux dessins ci-dessous, A et B sont les points d'intersection respectives des droites (d) et (d') avec le plan (P)



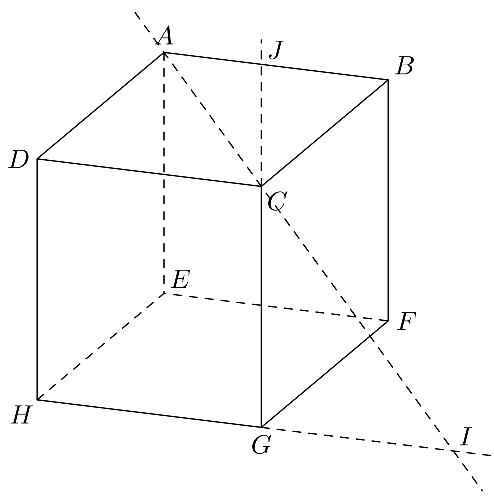
Exercice 588

Répondre par oui ou non aux questions suivantes :

1. Deux points définissent toujours une unique droite?
2. Trois points définissent toujours un unique plan?
3. L'intersection de deux plans est un point?

Exercice 581

Dans l'espace, on considère le cube $ABCDEFGH$ dont la représentation est donnée ci-dessous :



Dans la représentation suivante, I est un point appartenant à la droite (GH) et J appartient à la droite (AB).

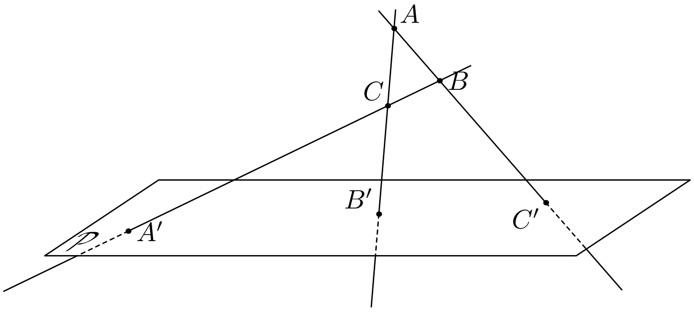
Quatre affirmations sont proposées ci-dessous. Dire si chacune de ces propositions est vrai ou fause en justifiant votre réponse.

1. Le triangle EHD rectangle en H.
2. Les droites (AC) et (GH) sont sécantes en I
3. Le quadrilatère $BCHE$ est un rectangle.
4. J est le point d'intersection de (CG) et (AB)

Exercice 587

On considère dans l'espace un plan $(\mathcal{P})$ et A, B, C n'appartenant pas à ce plan et non-alignés. On note :

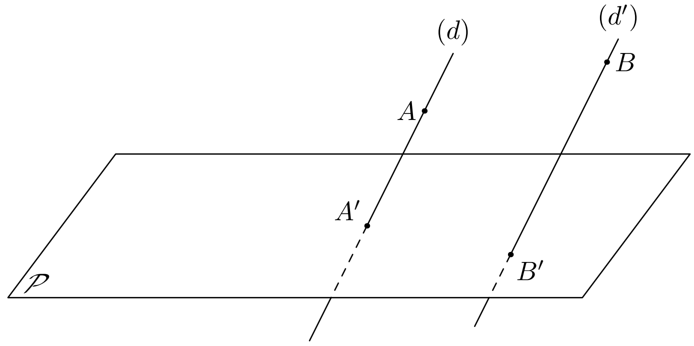
- A' le point d'intersection de la droite (BC) avec $(\mathcal{P})$;
- B' le point d'intersection de la droite (AC) avec $(\mathcal{P})$;
- C' est le point d'intersection de la droite (AB) avec $(\mathcal{P})$;



Démontrer que les points A', B' et C' sont alignés.

Exercice 584

Dans l'espace, on considère un plan $(\mathcal{P})$ et deux droites (d) et (d') parallèles. A et B sont respectivement des points des droites (d) et (d'). On nomme A' et B' les points d'intersections respectifs des droites (d) et (d') avec le plan $(\mathcal{P})$.

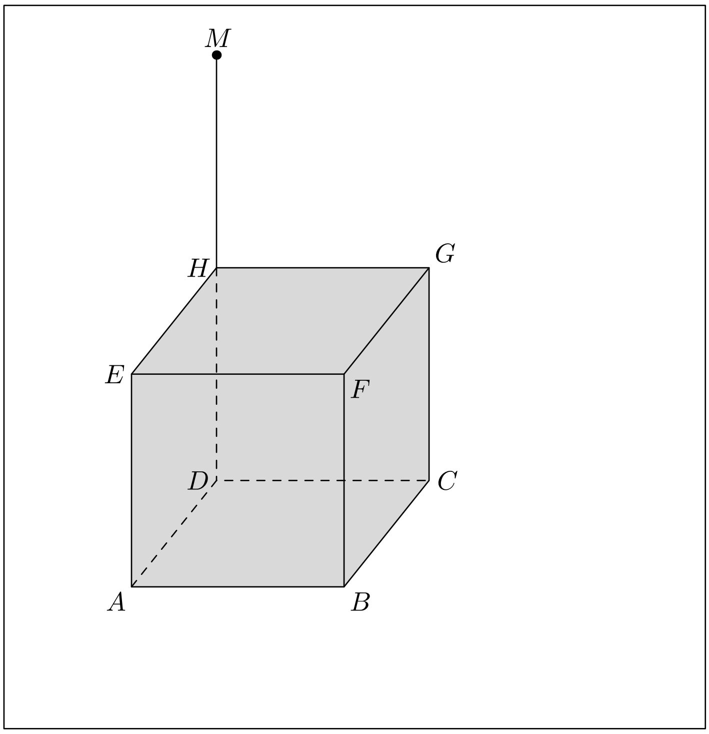


1. Justifier que les points A, B, A' et B' sont coplanaires.
2. Justifier que, sur le graphique, les droites (AB) et $(A'B')$ ne sont pas parallèles.
3. Placer, dans la figure, le point d'intersection des droites (AB) et $(A'B')$.

3. Intersections d'objets dans l'espace :

Exercice 2770

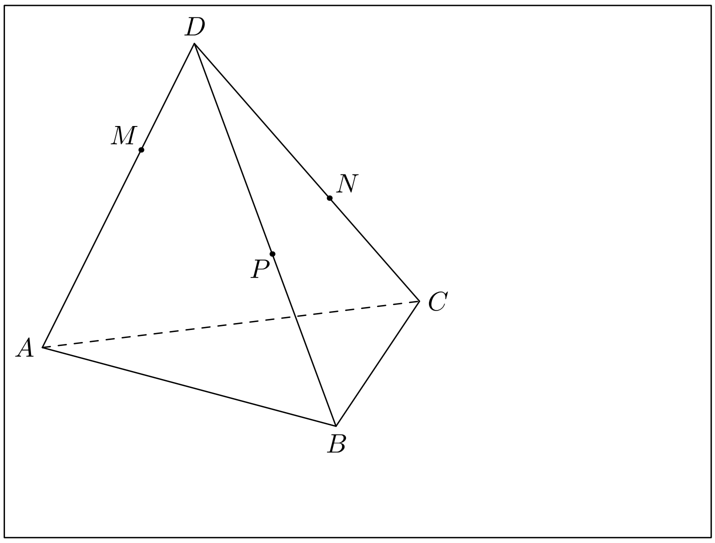
Soit $ABCDEFGH$ un cube. On considère une source lumineuse M placé au dessus du cube tel que : $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{HM}$



Dessiner l'ombre créée par cette source lumineuse autour du cube.

Exercice 577

Dans l'espace, on considère le tétraèdre $ABCD$. On note M, N, P des points appartenant respectivement aux arêtes $[DA]$, $[DC]$, $[DB]$:



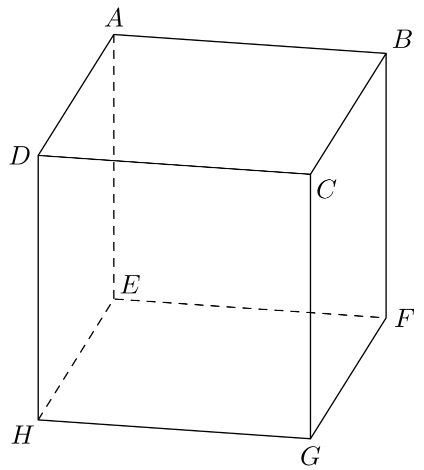
Tracer l'intersection du plan (ABC) et du plan (MNP).

4. Position relative des objets :

Exercice 585

Définition :

Deux droites sont coplanaires si elles appartiennent à un même plan.



Dans le cube $ABCDEFGH$ ci-contre :

1. Parmi les couples de droites ci-dessous, lesquelles sont coplanaires entre elles :

   a. (EA) et (FB) b. (HE) et (CB)

   c. (HC) et (AD) d. (GA) et (CA)

   e. (HB) et (DA)

Dans la question suivante, nous allons utiliser les trois définitions suivantes :

Définition :

Deux droites sont parallèles dans l'espace si elles sont **coplanaires** *et si elles sont parallèles dans ce plan.*

Définition :

Deux plans sont parallèles lorsqu'ils n'ont aucun point en commun ou alors lorsqu'ils sont confondus.

Définition :

Une droite et un plan sont parallèles lorsque :

- *ou bien $\mathcal{P}$ et Δ n'ont aucun point en commun.*
- *ou alors la droite Δ est incluse dans le plan $\mathcal{P}$*

2. Parmi les couples ci-dessous, lesquels définissent un couple d'objets parallèles :

   a. (GD) et (AB) b. (EB) et (HGC)

   c. (EF) et (DC) d. (BAH) et (GFH)

Vocabulaire :

On parle de droites perpendiculaires uniquement dans le cas de droites coplanaires

Définition :

- *Deux droites sont orthogonales si elles sont respectivement parallèles à deux droites perpendiculaires d'un même plan*
- *Une droite est orthogonale à un plan si elle est orthogonale à toutes droites de ce plan.*

3. Donner les couples ci-dessous qui sont orthogonaux :

   a. (EF) et (HE) b. (DB) et (AB)

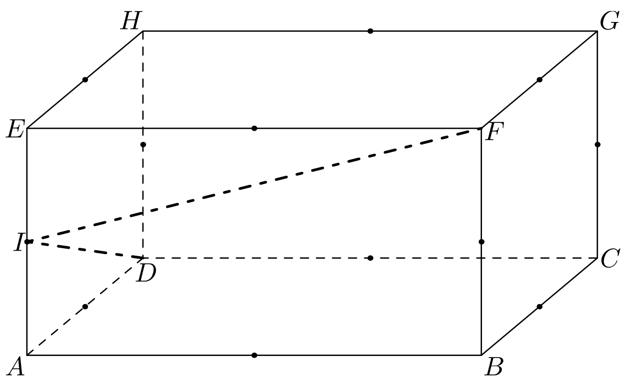
   c. (HD) et (ABC) d. (HB) et (BFG)

   e. (AC) et (HDF) f. (HF) et (GCF)

5. Utilisation des théorèmes :

Exercice 4945

On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ représenté ci-dessous :



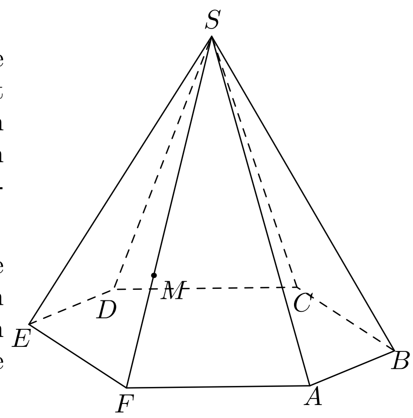
Le point I est le milieu du segment $[AE]$. Les milieux des différentes arêtes sont représentés sur la figure.

Représenter la section du plan (DIF) et du parallélépipède. Justifier votre construction.

Exercice 4944

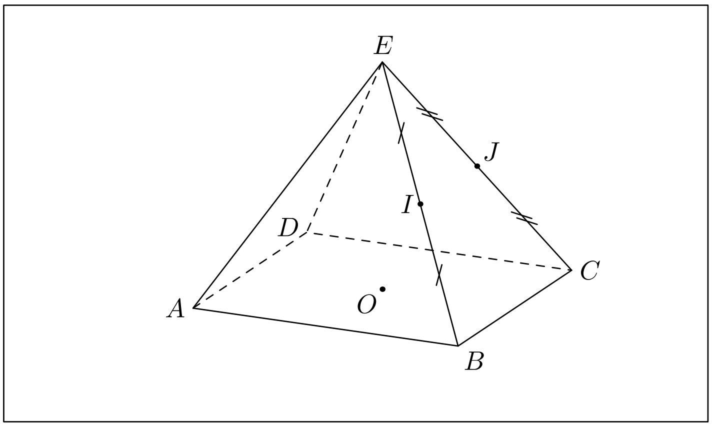
On considère la pyramide $ABCDEFS$ de sommet S dont la base est un hexagone régulier. On note M un point du segment $[SF]$.

Tracer le plan section de la pyramide avec le plan $(\mathcal{P})$ parallèle à son plan de bse passant par le point M.



Exercice 4913

On considère la pyramide $ABCDE$ à base rectangulaire $ABCD$ représentée ci-dessous :

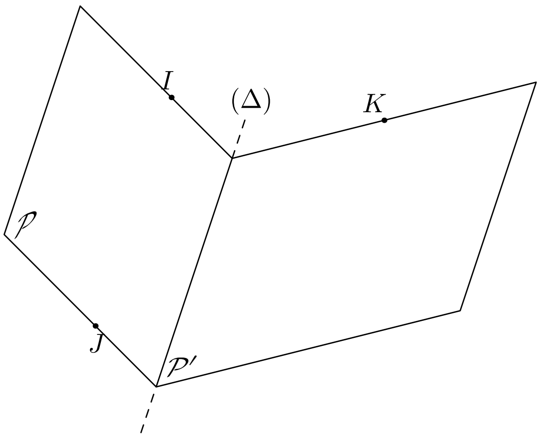


On note I et J les milieux respectifs des segments $[EB]$ et $[EC]$, et O le centre du rectangle $ABCD$.

1. a. Justifier que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
   b. Justifier que les droites (IJ) et (AD) sont parallèles.
2. Justifier que le droite (AD) est parallèle au plan (OIJ).

Exercice 4948

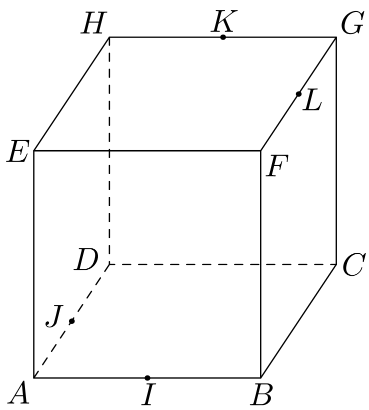
Soit $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ deux plans sécants. Soient I, J deux points du plan $(\mathcal{P})$ et K un point du plan $(\mathcal{P}')$.



Tracer la droite d'intersection des plans $(\mathcal{P}')$ et (IJK). Justifier votre démarche.

Exercice 4942

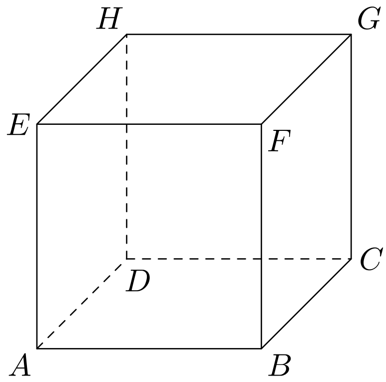
On considère le cube ci-dessous où les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[AD]$, $[HG]$ et $[GF]$.



1. Justifier que les droites (IJ) et (BD) sont parallèles.
2. a. Justifier que les points H, D, B et F sont coplanaires.
   b. Justifier que les droites (HF) et (DB) sont parallèles.
   c. Démontrer que les points I, J, K, L sont coplanaires.
3. Quel est la nature du quadrilatère $IJKL$?

Exercice 576

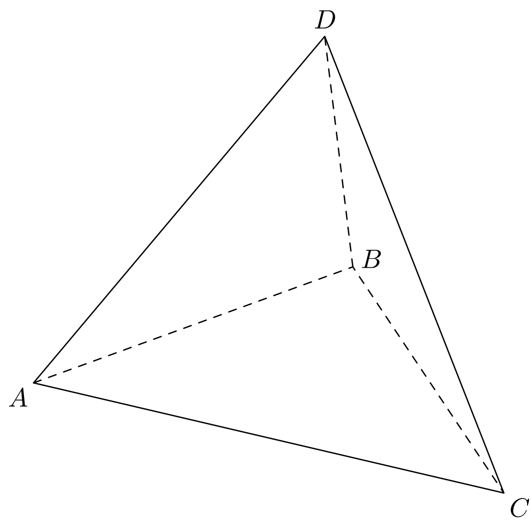
On considère le cube $ABCDEFGH$ de côté $5\,cm$ représenté ci-dessous :



1. Montrer que le plan (ABC) est orthogonal à la droite (AE)
2. Calculer la longueur de la diagonale $[EC]$.

Exercice 582

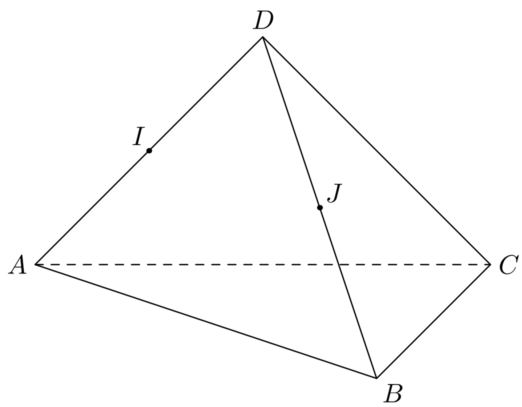
Dans l'espace, on considère le tétraèdre régulier $ABCD$: toutes ces faces sont des triangles équilatéraux.



1. a. Dessiner la hauteur du triangle ABC issue du sommet C.
   b. Dessiner la hauteur du triangle ABD issue du sommet D.
2. Démontrer que les droites (AD) et (BC) sont orthogonales.

Exercice 589

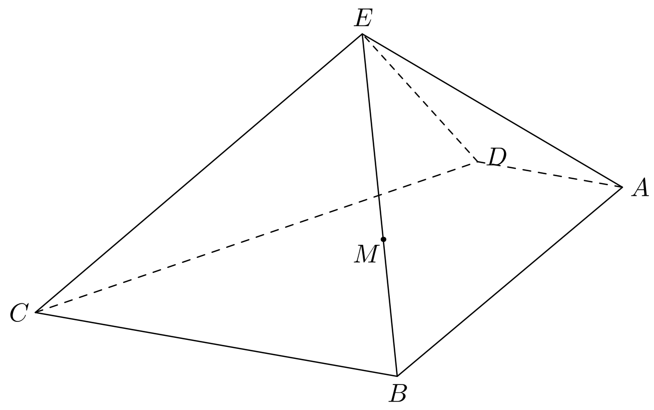
Dans l'espace, on considère le tétraèdre $ABCD$; I et J sont les milieux respectifs des arêtes $[AD]$ et $[BD]$. $[AD]$ *(resp.* $[BD]$*).*



1. Montrer que la droite (IJ) est parallèle à la droite (AB).Tracer le segment $[IJ]$.
2. En vous aidant d'un raisonnement similaire, tracer le point K milieu du segment $[CD]$.
3. Montrer que les deux plans (IJK) et (ABC) sont parallèles?

Exercice 4946

On considère la pyramide $ABCDE$ de sommet E dont la base est un trapèze avec $(BC)/\!/(AD)$. Soit M un point du segment $[BE]$.

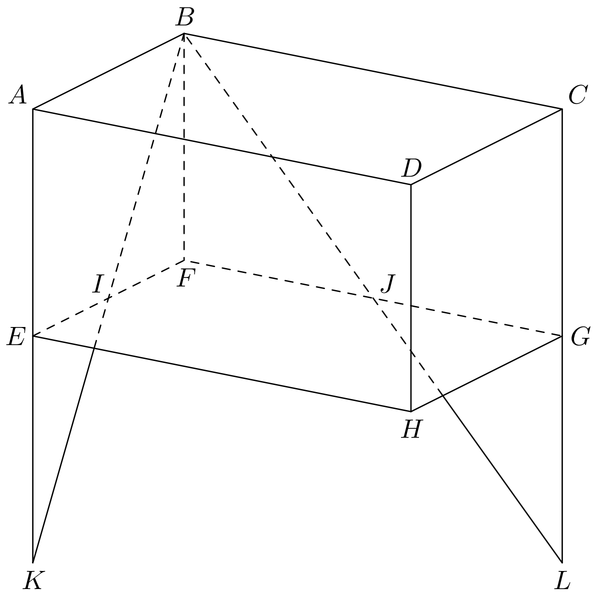


Tracer la section de la pyramide par le plan (ADM). Justifier votre construction.

6. Problèmes :

Exercice 580

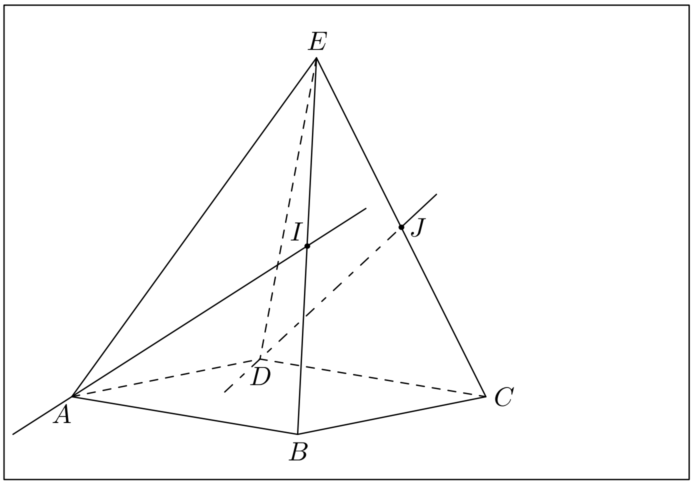
Dans l'espace, on considère le parallélépipède $ABCDEFGH$. On note I et J les milieux respectifs des arêtes $[EF]$ et $[FG]$. On note K l'intersection des droites (AE) et (BI) ; on note L le point d'intersection des droites (BJ) et (CG).



1. Justifier que les points I, J, K et L appartiennent à un même plan.
2. Démontrer que les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.

Exercice 583

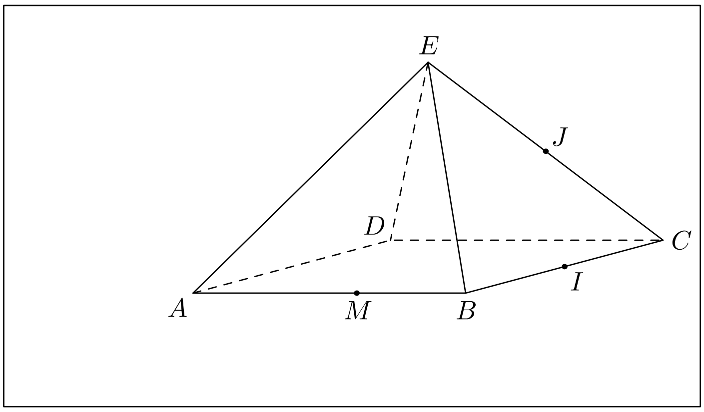
Dans l'espace, on considère la pyramide $ABCDE$ à base carré ; on note I et J les milieux respectifs des arêtes $[EB]$ et $[EC]$:



1. a. Démontrer que les points A, D, I et J sont coplanaires.
   b. Démontrer, sans utiliser aucun argument graphique, que les droites (AI) et (DJ) sont sécantes.
   c. On note M le point d'intersection des droites (AI) et (DJ). Placer le point M sur le graphique.
2. a. Démontrer que le point M appartient au plan (AEB) et (DEC).
   b. En déduire que la droite (EM) est la droite d'intersection des plans (AEB) et (DEC).
3. En déduire que (EM) est parallèle à la base $ABCD$ de la pyramide.

Exercice 578

Dans l'espace, on considère la pyramide $ABCDE$ à base carré ; on note I et J les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[CE]$; M est un point de l'arête $[AB]$:



1. Montrer que (EB) est parallèle au plan (IJM).

2. En déduire le tracé de l'intersection des plans (ABE) et (IJM).
Noter N le point d'intersection du plan (IJM) avec le segment $[AE]$.

1. a. Justifier que les droites (AD) et (IM) sont sécantes.
   b. Placer le point T intersection des droites (AD) et (MI).
   c. En déduire la position du point P intersection de la droite (DE) par le plan (IJM).

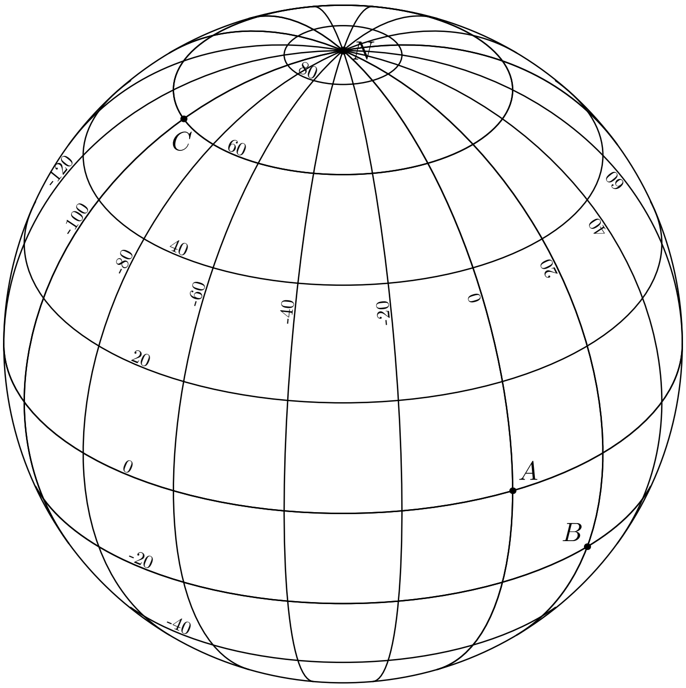
2. Tracer la section du plan sur la pyramide.

3. Retrouver le point P d'une autre manière

7. Repérage dans la sphère :

Exercice 6999

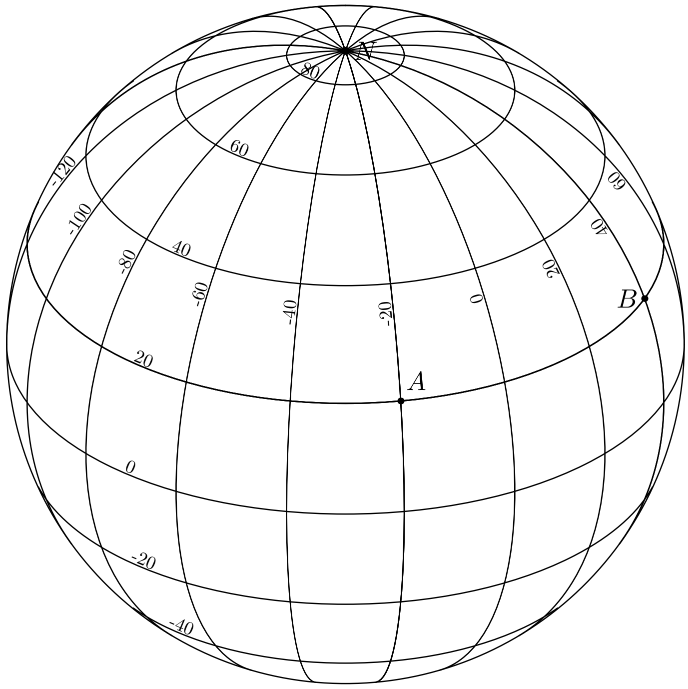
Ci-dessous sont représentés les méridiens et les parallèles du globe-terrestre :



Déterminer les coordonnées géodésiques des points A, B et C.

Exercice 7000

Ci-dessous est représenté le globe terreste muni de son repère géodésique *(méridiens et parallèles)* :



1. Déterminer les coordonnées géodésiques des points A et B.

2. En prenant $6\,370\,km$ pour le rayon de la terre, déterminer la distance à vol d'oiseau séparant les points A et B arrondie au kilomètre près.