Seconde/Repérage et configuration

1. Relations entre quadrilatères :

Exercice 4602

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et les points :

$A(-2\,;3)$; $B(4\,;5)$; $D(-1\,;0)$

1. a. Déterminer les coordonnées de l'unique point C du plan afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

   b. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

2. On considère les points : $E(2\,;1)$; $F(0\,;7)$

   a. Démontrer que le quadrilatère $AEBF$ est un parallélogramme.

   b. Démontrer que le parallélogramme $AEBF$ est un losange.

   c. Démontrer que le losange $AEBF$ est un carré.

Exercice 4593

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé.

On considère les quatre points :

$A(3\,;2)$; $B(9\,;5)$; $C(1\,;6)$

1. Déterminer les coordonnées du point D afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.
2. On considère le point $E(7\,;9)$. Démontrer que le quadrilatère $ABEC$ est un rectangle.

Exercice 4594

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé. On considère les trois points :

$A(-1\,;4)$; $B(-3\,;-2)$; $C\left(0\,;1-\sqrt{6}\right)$

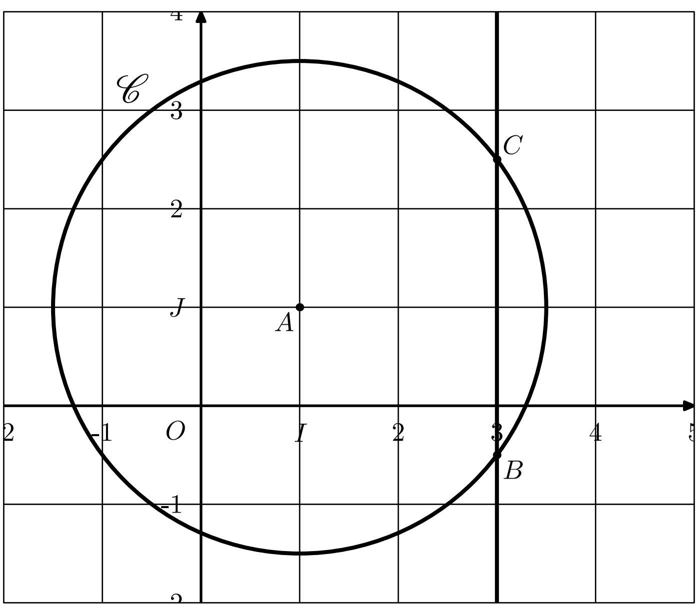
1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.
2. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
3. a. Sans justification, déterminer les coordonnées du point D diamétralement opposé au point C dans le cercle de diamètre $[AB]$.

   b. Montrer que le quadrilatère $ADBC$ est un rectangle.

2. Recherche et identité remarquable :

Exercice 946

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.



On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $A(1\,;1)$ et de diamètre 5. Les points B et C sont les points d'intersection du cercle $\mathscr{C}$ avec la droite d'équation $x=3$.

1. Donner les abscisses des points C et B?
2. Justifier que l'ordonnée y_C du point C vérifie l'égalité suivante : $2^2+(1-y_C)^2=6{,}25$
3. On rappelle la propriété suivante :

   > Si les carrés de nombres sont égaux alors ces deux nombres sont soit égaux, soit opposés.
   >
   > Qui se traduit par :
   > $x^2=y^2 \implies (x=y \quad \text{ou} \quad x=-y)$

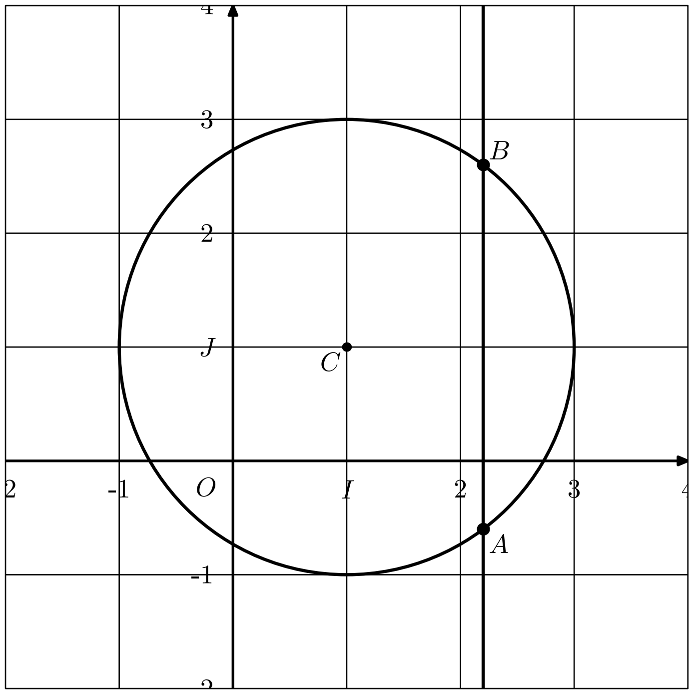
   En déduire les coordonnées des points C et B.

Exercice réservé 2724

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$.

On considère les deux points C et B de coordonnées respectives $(1\,;1)$ et $\left(\dfrac{11}{5}\,;\dfrac{13}{5}\right)$ et le cercle $\mathscr{C}$ de centre C et passant par le point B.

On considère la droite parallèle à l'axe des ordonnées et passant par le point B ; elle intercepte une seconde fois le cercle $\mathscr{C}$ au point A.



Le but de cet exercice est de déterminer les coordonnées du point A.

1. Déterminer la mesure du rayon du cercle $\mathscr{C}$.

2. Etablir que l'ordonnée du point A vérifie l'équation :

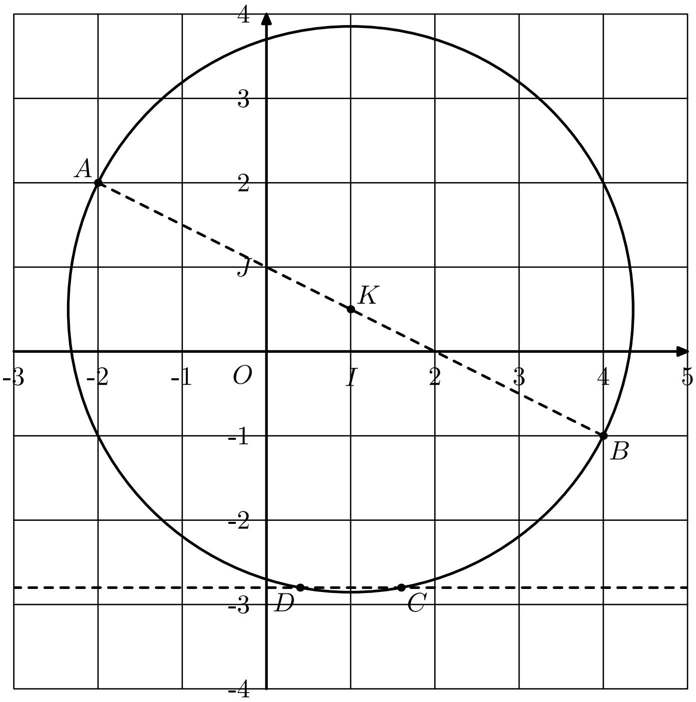
$$\left(\frac{6}{5}\right)^2+\left(y_A-1\right)^2=4$$

3. En déduire la valeur de l'ordonnée du point A.

Exercice 4603

Dans le plan muni d'un repère $\left(O\,;I\,;J\right)$, on considère les trois points :

$$A(-2\,;2)\quad;\quad B(4\,;-1)\quad;\quad K\left(1\,;\frac{1}{2}\right)$$



On considère le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$.

1. Justifier que le cercle $\mathscr{C}$ admet le point K pour centre et dont le rayon a pour mesure $\dfrac{\sqrt{45}}{2}$.

2. On considère le point C de coordonnées $\left(\dfrac{8}{5}\,;-\dfrac{14}{5}\right)$.

   a. Justifier que le point C est un point du cercle $\mathscr{C}$.

   b. Donner la nature du triangle ABC. Justifier votre réponse.

3. La droite d'équation $y=-\dfrac{14}{5}$ intercepte le cercle $\mathscr{C}$ aux points C et D.

   a. Justifier que le point D vérifie l'équation :

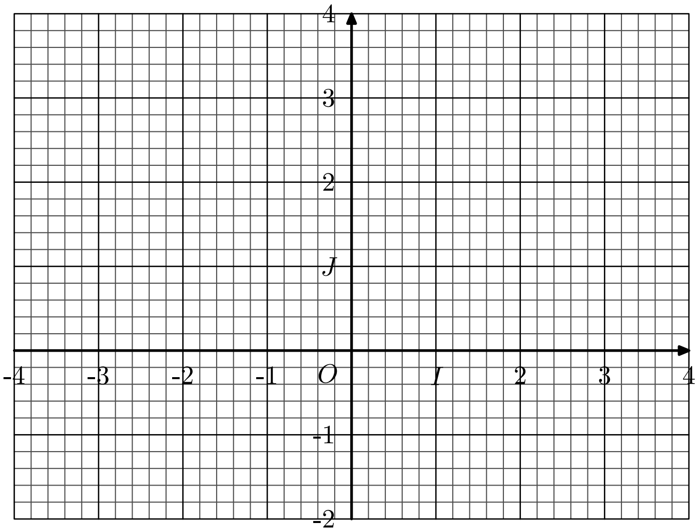
   $$\left(x_D-1\right)^2=\frac{9}{25}$$

   b. En déduire les coordonnées du point D.

Exercice 4617

Dans le plan muni du repère $\left(O\,;I\,;J\right)$ orthonormé, on considère les points A et B :

$$A(3\,;1)\quad;\quad B\left(\frac{3}{5}\,;-\frac{4}{5}\right)$$



On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon 3.

On complètera le repère au fur et à mesure des questions.

1. Justifier que le point B appartient au cercle $\mathscr{C}$.

2. Déterminer les coordonnées des points du cercle $\mathscr{C}$ ayant $\dfrac{6}{5}$ pour abscisse.

3. Les coordonnées du centre de gravité G d'un triangle ABC sont données par la formule :

   $$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\,;\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$$

   Déterminer les coordonnées du point C afin que le triangle ABC admettent le point J pour centre de gravité.

Exercice réservé 2741

On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé. On considère les trois points suivants définis par leurs coordonnées :

$$A(-5\,;-3)\quad;\quad B(1\,;-5)\quad;\quad D(-1\,;1)$$

1. Déterminer la mesure du segment $[AB]$.

2. Déterminer les coordonnées du point K milieu du segment $[AD]$.

3. Soit C un point tel que le triangle ABC soit équilatéral :

   a. Justifier que le point C vérifie chacune de ces deux équations :

$$(x_C+5)^2+(y_C+3)^2=40 \quad ; \quad (x_C-1)^2+(y_C+5)^2=40$$

b. En admettant que le point C a pour abscisse $-\sqrt{3}-2$, justifier que son ordonnée y_C vérifie le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} {y_C}^2 + 6y_C + 21 - 6\sqrt{3} = 40 \\ {y_C}^2 + 10y_C + 37 + 6\sqrt{6} = 40 \end{cases}$$

c. En déduire les coordonnées du point C.

4. Déterminer les coordonnées du point M tel que le quadrilatère $ABDM$ soit un parallélogramme.

3. Problèmes :

Exercice 921

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. L'unité de longueur est le centimètre.

1. a. Placer le point $A(5\,;3)$.

   b. Déterminer la distance IA.

2. On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre I et de rayon 5 et le point $B\big(-1\,;\sqrt{21}\big)$.

   a. Démontrer que les points A et B appartiennent au cercle $\mathscr{C}$.

   b. Tracer le cercle $\mathscr{C}$ et placer le point B.

3. a. Placer le point C, symétrique de A par rapport à I.

   b. Etablir, sans aucun calcul, que le triangle ABC est rectangle en B.

4. a. Placer le point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un rectangle

   b. Déterminer par le calcul les coordonnées du point D.

Exercice 4596

Dans le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé, on considère les deux points :
$A(2\,;2) \quad ; \quad B(0\,;-1)$

La droite (d) est la droite d'équation : $\quad y=\dfrac{1}{2}\cdot x-1$

On considère un point M sur la droite (d) ayant pour abscisse x.

On souhaite déterminer la position du point M afin que la distance AM soit minimale ; on admet que ce point est le projeté orthogonal du point A sur la droite (d).

1. a. Justifier que le point B est un point de la droite (d).

   b. Le point M ayant pour abscisse x et appartenant à la droite (d), donner les coordonnées du point M.

2. Montrer que la longueur du segment $[AM]$ vaut :
   $AM^2 = \dfrac{5}{4}\cdot x^2 - 7\cdot x + 13$

3. On considère maintenant le point M réalisant la situation : "*AM est minimal*"

   a. Montrer que l'abscisse du point M vérife l'équation :
   $\dfrac{5}{2}\cdot x^2 - 7\cdot x = 0$

   b. En déduire les coordonnées du point M.

Exercice réservé 922

On se place dans un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$. On considère les trois points suivants :

$A(1\,;5) \quad ; \quad B(-1\,;3) \quad ; \quad K(7\,;-1)$

(A titre facultatif, on peut créer un repère et placer les points au fur et à mesure de l'exercice)

1. On considère le point G le milieu du segment $[BK]$.
   Déterminer les coordonnées du point G.

2. Soit R, le point symétrique du point A par rapport au point G.
   Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point R.

3. Montrer que : $\quad BK=4\sqrt{5}\,cm$

4. On admet que $RA=4\sqrt{5}\,cm$. Montrer, sans effectuer de calculs, que $ABRK$ est un rectangle.

5. On considère le cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre $[BK]$ et le point E de coordonnées $\Big(-\dfrac{7}{5}\,;\dfrac{9}{5}\Big)$; montrer que le point E appartient au cercle $\mathscr{C}$.

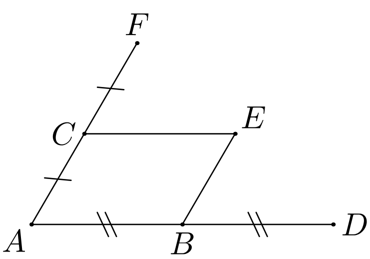
6. En déduire, sans aucun calcul, que le triangle BEK est rectangle en E.

4. Repère choisi :

Exercice 500

Dans le plan, on considère les points A, B, C, D et E tels que :

- C est le milieu de $[AF]$; B est le milieu de $[AD]$.
- Le quadrilatère $ABEC$ est un parallélo-



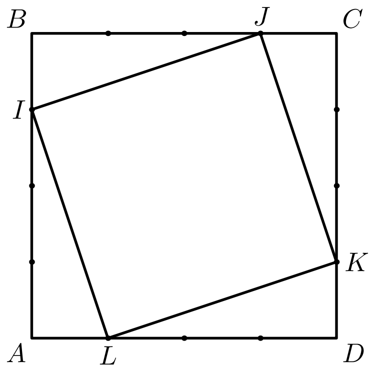
On mumit le plan du repère $(A\,;B\,;C)$ quelconque.

1. Dans le repère $(A\,;B\,;C)$, donner, sans justification, les coordonnées des six points de ce plan.

2. Justifier que les points E, F et D sont alignés.

Exercice 4591

On considère le carré $ABCD$ représenté ci-dessous :



Ses quatre côtés ont été partagés en quatre parts égales. On considère le quadrilatère $IJKL$ représenté dans la figure vérifiant :

$$BI = CJ = DK = AL = \frac{1}{4}\cdot AD$$

On considère le plan muni du repère $(A\,;D\,;B)$.

1. Donner les coordonnées des huit points de cette figure.

2. Démontrer que le quadrilatère $IJKL$ est un parallélogramme.

3. Démontrer que le parallélogramme $IJKL$ est un rectangle.

4. Démontrer que le rectangle $IJKL$ est un carré.

Exercice réservé 2074

On considère un carré $ABCD$ de côté $1\,cm$.

- Le point I est l'unique point tel que le triangle AIB soit équilatéral et soit contenu dans le carré $ABCD$;

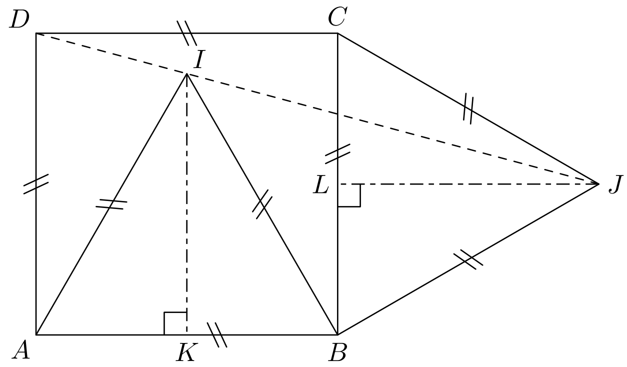
- Le point J est l'unique point tel que le triangle BCJ soit équilatéral et soit extérieur au carré $ABCD$.

On note :

- K est le pied de la hauteur issue du sommet I dans le triangle AIB.

- L est le pied de la hauteur issue de J dans le triangle BCJ.

Voici la représentation de cette configuration :



Le but de l'exercice est de démontrer que les points D, I et J sont alignés.

On considère le plan munit du repère $(A\,;B\,;D)$.

1. Quelle est la nature du repère $(A\,;B\,;D)$?

2. a. Déterminer la longueur du segment $[KI]$.

   b. Donner les coordonnées du point I dans le repère considéré.

3. En admettant que la longueur LJ mesure $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, donner les coordonnées du point J.

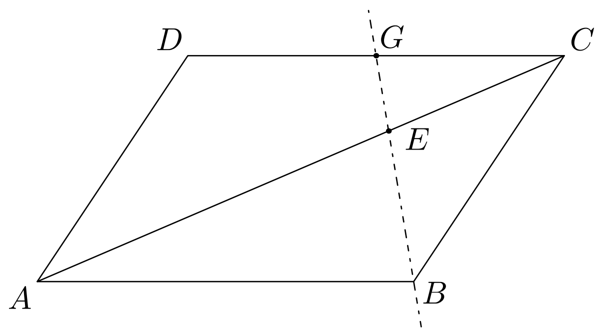
4. Considérons la droite (d) d'équation :
   $$y = \big(\sqrt{3}-2\big)x+1$$
   Montrer que les trois points D, I et J appartiennent à la droite (d).

Exercice 4592

Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note E le point appartenant au segment $[AC]$ vérifiant :

$$AE = \frac{2}{3}\cdot AC$$

Les droites (BE) et (CD) s'interceptent au point G.



Le plan est muni du repère $(A\,;B\,;C)$.

1. Donner, sans justification, les coordonnées des points :
   A ; B ; C ; D ; E

2. a. Justifier que la droite (BE) admet pour équation :
   $$y = -\frac{2}{3}\cdot x+\frac{2}{3}$$

   b. En déduire les coordonnées du point G.

3. Que représente le point G pour le segment $[CD]$? Justifier.

5. Repérage et droites :

Exercice 4726

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé.

1. On considère les deux points $A(2\,;4)$ et $B(6\,;-1)$ et la droite (d) d'équation :
$$(d)\ :\ y=-\frac{1}{2}\cdot x+\frac{7}{2}$$
Montrer que la droite (d) passe par le milieu du segment $[AB]$.

2. On considère les quatre points suivants du plan :
$$C(3\,;2)\quad;\quad D(-1\,;1)\quad;\quad E\Big(2\,;-\frac{5}{2}\Big)\quad;\quad F\Big(0\,;\frac{11}{2}\Big)$$
   a. Montrer la droite (EF) est la médiatrice du segment $[CD]$.
   b. Déterminer l'équation réduite de la droite (EF).

3. On considère les deux points $G(1\,;2)$ et $H(4\,;1)$ et la droite (d') d'équation :
$$(d')\ :\ y=3x-6$$
Montrer que la droite (d') est la médiatrice du segment $[GH]$.

4. On considère les deux points $K(3\,;3)$ et $L(6\,;1)$ et le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[KL]$. La droite (Δ) a pour équation : $(\Delta)\ :\ y=x-2$
   a. Développer l'expression : $2(x-3)(2x-11)$.
   b. Soit M un point de la droite (Δ). Déterminer les coordonnées des différents points M de (Δ) rendant le triangle KLM rectangle en M.

Exercice réservé 4727

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les quatre points suivants.
$$A(-2\,;3)\quad;\quad B(2\,;1)\quad;\quad C(2\,;-4)\quad;\quad D(5\,;2)$$
Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

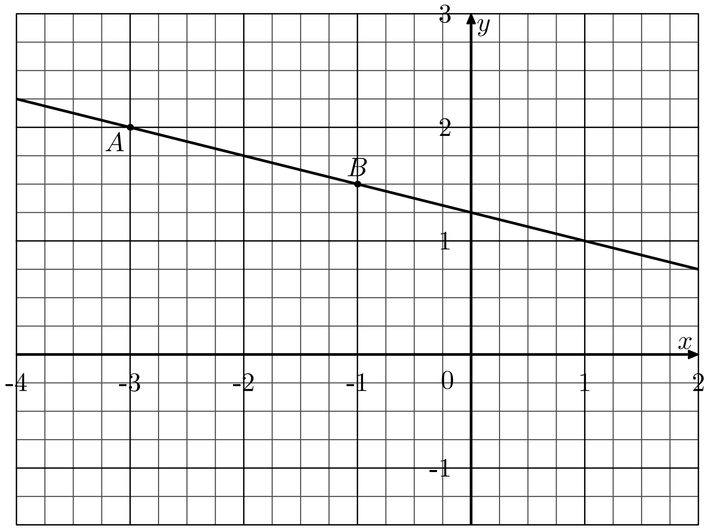
1. Justifier que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.
2. Déterminer les coordonnées du point M intersection des droites (AB) et (CD).
3. Déterminer les coordonnées de l'unique B' vérifiant que le point M soit le milieu du segment $[BB']$.
4. Justifier que la droite (CD) est la médiatrice du segment $[BB']$.
5. Conclure sur la position relative des droites (AB) et (CD).

Exercice réservé 4736

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, la droite (d) d'équation réduite :
$$(d)\ :\ y=-3x-1$$
Déterminer les coordonnées d'un point M de la droite (d) tel que le triangle IJM soit rectangle en J.

Exercice 6685

On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé. On considère la droite (d) représentée ci-dessous :



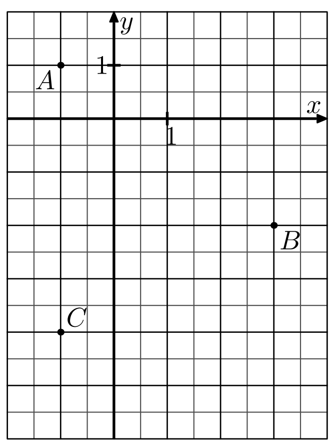
Soit (d) la droite passant par les points A et B ayant pour coordonnées :
$$A(-3\,;2)\quad;\quad B\Big(-1\,;\frac{3}{2}\Big)$$

1. Déterminer l'expression de la fonction affine f.
2. On considère la fonction affine g définie par : $g(x)=4\cdot x-3$
On note (Δ) la courbe représentative de la fonction g.
   a. Justifier que le point de coordonnées $C\Big(\frac{1}{2}\,;-1\Big)$ appartient à la droite (Δ).
   b. Déterminer les coordonnées du point M d'intersection des droites (d) et (Δ).
   c. Tracer la courbe représentative de la fonction g.
3. Etablir que le triangle AMC est un triangle rectangle en M.

Exercice 6694

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points A, B et C de coordonnées :

$A(\text{-}1\,;1)$; $B(3\,;\text{-}2)$; $C(\text{-}1\,;\text{-}4)$



1. Démontrer que le triangle ABC est un triangle isocèle en A.
2. Déterminer, par le calcul, l'équation réduite de la droite (AB).
3. Soit (d) la droite d'équation réduite :
$(d)\ :\ y=-2x-1$
   a. Déterminer les coordonnées du point K milieu du segment $[BC]$.
   b. Démontrer que la droite (d) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CAB}$.

