Seconde/Tableau de signes et de variations de fonctions

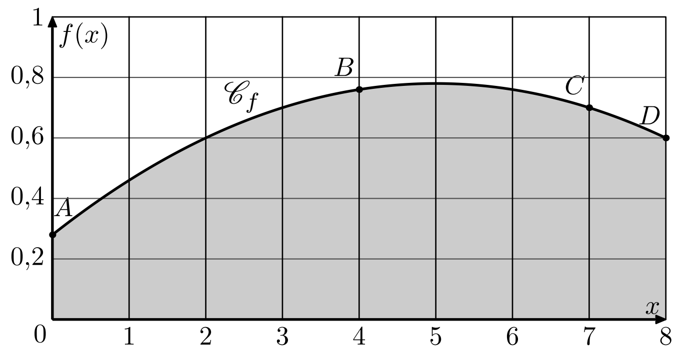
1. Tableaux de variation :

Exercice 7064

On considère la fonction définie sur $[0\,;8]$ par :
$f(x) = -0{,}02\cdot x^2 + 0{,}2\cdot x + 0{,}25$

Dans une région montagneuse, une entreprise étudie un projet de route reliant les villages A, B et C situés à des altitudes différentes. La fonction f modélise le profil de ce projet routier. La variable x représente la distance horizontale, en kilomètres, depuis le village A et $f(x)$ représente l'altitude associée, en kilomètres.

La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous.



Pour chacune des propositions suivantes, une seule réponse est correcte. Laquelle?

Proposition 1
L'écart d'altitude entre les villages A et B est donné par :

a. $f(0) - f(4)$ b. $f(4) - f(0)$

Proposition 2
L'écart d'altitude entre les villages C et D est donné par :

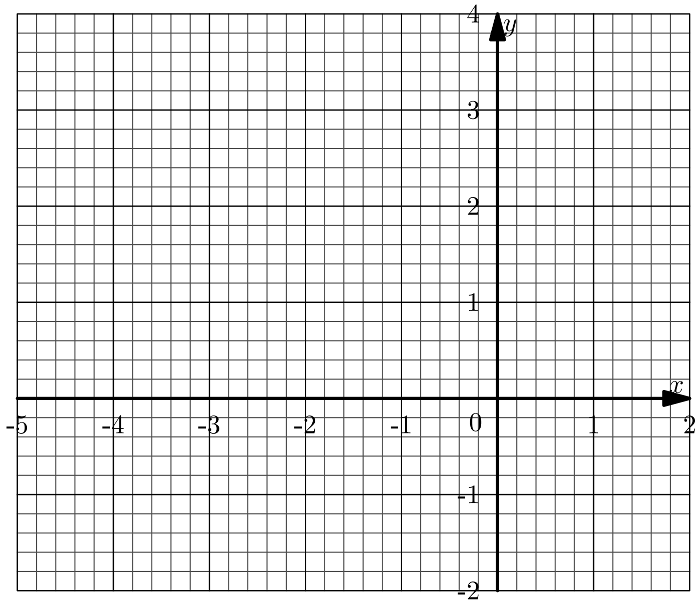
a. $f(7) - f(8)$ b. $f(8) - f(7)$.

Exercice 378

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-5\,;2]$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x) = \frac{1}{3}\cdot x^3 + \frac{3}{2}\cdot x^2 - \frac{3}{2}$$

On considère le plan muni du repèrereprésenté ci-dessous :



On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-dessus.

1. A l'aide la calculatrice, compléter les tableaux de valeurs ci-dessous en y inscrivant les valeurs des images arrondies au dixième près :

x	-5	$-4{,}5$	-4	$-3{,}5$	-3	$-2{,}5$	-2	$-1{,}5$
$f(x)$								

x	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$	2
$f(x)$							

2. Sur l'intervalle $[-5\,;-3]$, que peut-on dire des variations des images par la fonction f?

   Sur l'intervalle $[-3\,;0]$, que peut-on dire des variations des images par la fonction f?

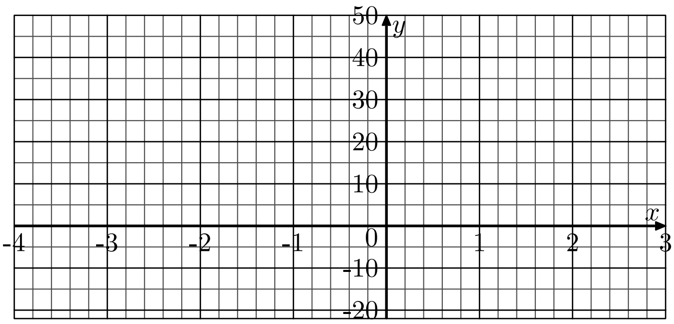
3. Placer l'ensemble des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ obtenus à partir des tableaux de valeurs précédentes.
   Puis, effectuer le tracé de $\mathscr{C}_f$.

4. Décrire simplement le comportement de la courbe $\mathscr{C}_f$ sur l'intervalle $[-5\,;-3]$, puis sur l'intervalle $[-3\,;0]$.

Exercice 4571

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;2]$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :
$f(x) = 3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x - 1$

On considère le plan muni du repère orthogonal ci-dessous :



On note $\mathscr{C}_f$ la représentation de la fonction f dans ce repère.

1. A l'aide de la calculatrice, compléter les tableaux de valeurs ci-dessous avec des valeurs arrondies au dixième :

x	-3	$-2{,}8$	$-2{,}4$	-2	-1	$-0{,}8$	0
$f(x)$							

x	$0{,}5$	$0{,}8$	1	$1{,}3$	$1{,}5$	$1{,}7$	2
$f(x)$							

2. Effectuer le tracé de la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère ci-dessus.

3. Parmi les tableaux de variations ci-dessous lequel représente le mieux la courbe $\mathscr{C}_f$:

a.

x	-3		1		2
$f(x)$	44	↘	-20	↗	39

b.

x	-3		-1		2
$f(x)$	44	↘	12	↗	39

c.

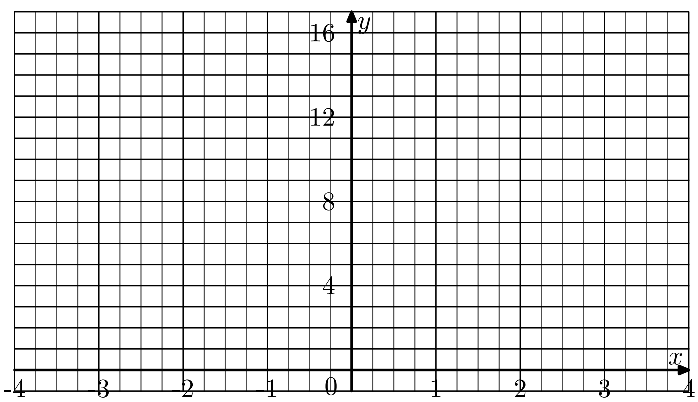
x	-3		-2		-1		1		2
$f(x)$	44	↘	7	↗	12	↘	-20	↗	39

d.

x	-3		$0{,}6$		1		$-1{,}8$		2
$f(x)$	44	↘	-20	↗	15	↘	5	↗	39

Exercice réservé 388

On munit le plan du repère orthogonal représenté ci-dessous :



Dans ce repère, tracer les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ de deux fonctions f et g distinctes mais admettant le tableau de variations suivant :

x	-4		0		4
Variation de f et de g	16	↘	0	↗	16

Exercice 356

Ci-dessous, sont représentés les tableaux de variations et les représentations graphiques de trois fonctions f, g, h.

Associer chaque tableau de variations à la représentation graphique correspondante :

a.

x	-4		-2		1		2
Variation de f	-1	↘	-3	↗	1	→	1

b.

x	-4		-2		1		2
Variation de f	0	↗	2	↘	1	↗	3

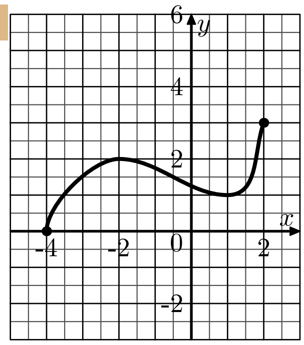
c.

x	-4		-2		0		2
Variation de f	3	↘	-2	↗	-1	↗	1

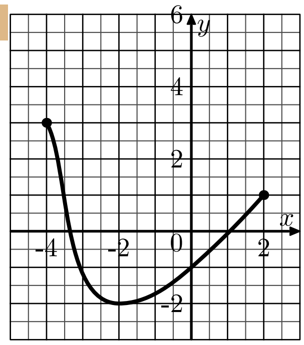
d.

x	-4		-1		0		2
Variation de f	3	↘	-2	↗	-1	↗	1

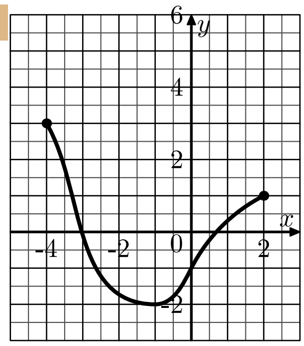
1.



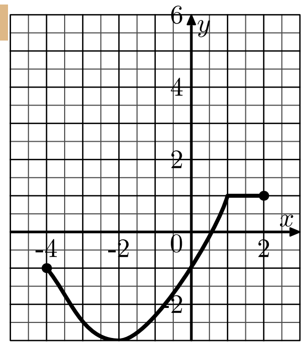
2.



3.



4.



Exercice 2722

Ci-dessous, sont représentés les tableaux de variations et les représentations graphiques de trois fonctions f, g, h.

Associer chaque tableau de variations à la représentation graphique correspondante :

a.

x	-4		-2		1		2
Variation de f	-1	↘	-3	↗	2	↘	1

b.

x	-4		-3		1		2
Variation de f	-1	↘	-2	↗	3	↘	1

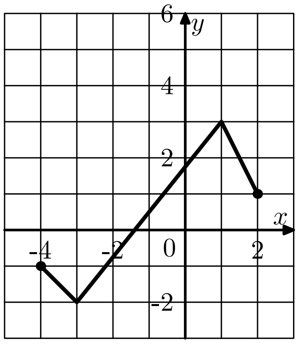
c.

x	-4		-3		1		2
Variation de f	-1	↘	-2	↗	2	↘	1

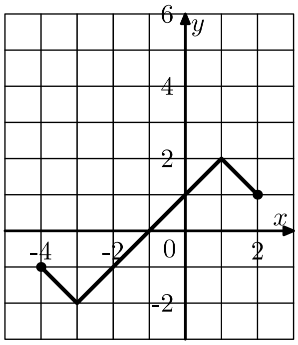
d.

x	-4		-2		1		2
Variation de f	-1	↘	-2	↗	2	↘	1

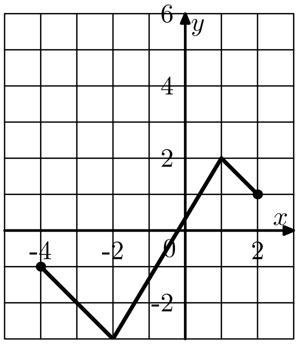
1.



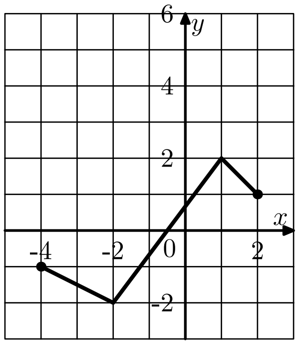
2.



3.



4.



Exercice réservé 387

Les questions suivantes doivent être traités avec l'usage de la calculatrice :

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ et dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :
   $f(x) = 2x + 1$

   Dresser le tableau de variations de la fonction f.

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par la relation :
   $g(x) = \dfrac{1}{x}$

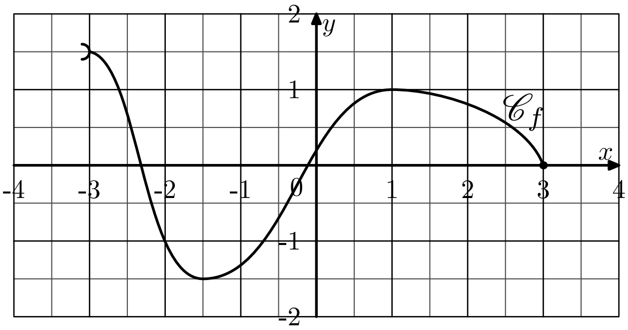
   Dresser le tableau de variations de la fonction g.

3. Soit h la fonction définie sur $\left[-\pi\,;\pi\right]$ par la relation :
   $h(x) = \cos(x)$

   Dresser le tableau de variations de la fonction h.
   (Placer la calculatrice en mode radian)

Exercice 4579

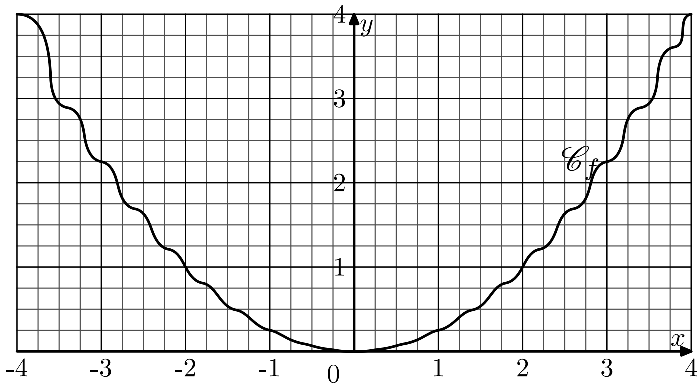
Dans le plan muni du repère ci-dessous, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Exercice 4580

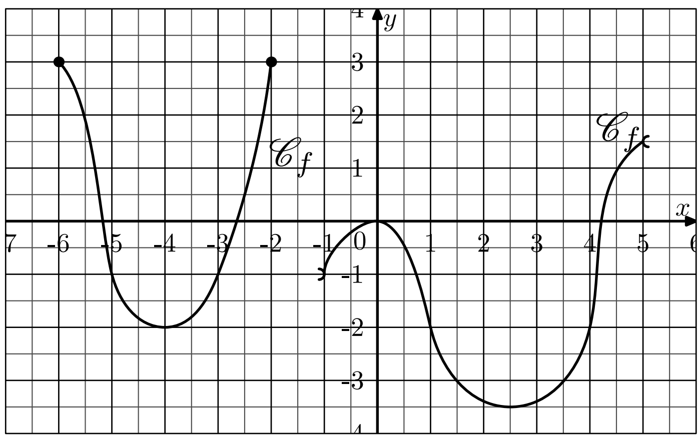
Dans le plan muni du repère ci-dessous, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



Dresser le tableau de variations de la fonction f.

Exercice réservé 360

On considère le plan muni du repère orthonormé ci-dessous où est donnée la représentation de la fonction f définie par les deux morceaux de courbes indiqués :



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f définie par la courbe représentative ci-contre.

2. (a.) Déterminer l'ensemble des antécédents du nombre 3 par la fonction f.

   (b.) Donner l'image, par la fonction f, des nombres :
   $-3 \quad ; \quad 0 \quad ; \quad 4$

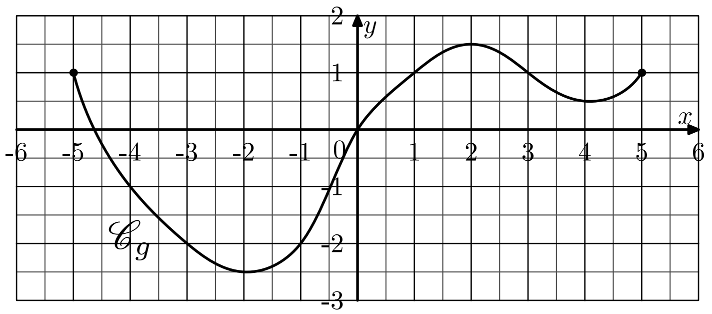
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

2. Sens de variation et ordre :

Exercice réservé 357

On considère la fonction g dont la représentation est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous : donnée par la

représentation ci-dessous :



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction g.

2. a. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$											

b. Préciser si les listes suivantes sont ordonnées dans l'ordre croissant ou décroissant :

$\big(g(-5)\ ;\ g(-4)\ ;\ g(-3)\ ;\ g(-2)\big)$

$\big(g(-2)\ ;\ g(-1)\ ;\ g(0)\ ;\ g(1)\ ;\ g(2)\big)$

3. Le tableau ci-dessous représente "*schématiquement*" les variations de la fonction g ; recopier et compléter ce tableau :

x	-5		-2		5
Variation de g	1	↘	$-2,5$	↗	

4. Mettre en évidence une relation entre le tableau de valeurs et le tableau de variations.

Exercice 2732

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;10]$ dont seul le tableau de variations ci-dessous est donné :

x	-2		0		3		4		7		10
Variation de f	3	↗	8	↘	0	↘	-2	↗	0	↗	1

1. Décrire, en français, les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-2\,;10]$.

2. a. Encadrer l'image du nombre 1 par la fonction f.

b. Encadrer l'image du nombre 6 par la fonction f.

3. a. Donner l'intervalle sur lequel la fonction f est strictement négative.

b. Sur quel ensemble, la fonction f est-elle strictement positive?

Exercice 2725

On considère la fonction f dont le tracé de la courbe représentative est effectuée d'un seul trait. Voici un tableau de valeurs de la fonction f :

x	-2	-1	0	$0{,}5$	1	$\sqrt{2}$	$\dfrac{7}{3}$	4
$f(x)$	$\sqrt{3}$	1	$-\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{2}$	1	2	-2	-3

1. Dire si les assertions suivantes sont vraies, fausses ou indécidables ; justifier vos réponses :

a. La fonction f est décroissante sur $[0\,;1]$.

b. La fonction f est décroissante sur $[-2\,;0]$.

c. La fonction f s'annule une seule fois.

d. La valeur maximale de f est 2.

2. Supposons que la fonction f admette le tableau de variations suivante :

x	-2		0		$\sqrt{2}$		4
Variation de f	$\sqrt{3}$	↘	$-\dfrac{1}{3}$	↗	2	↘	-3

Avec ces nouvelles indications, reprendre l'ensemble des questions de **1.** .

Exercice 2704

On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-12		-5		$-\dfrac{9}{2}$		-1		0		3		6		$\sqrt{50}$
Variation de f	5	↘	-2	↗	2	↗	6	↘	3	↘	-5	↗	-3	↗	0

Réaliser, si possible, la comparaison des images des nombres suivants :

a. -5 et 3 **b.** 6 et -4 **c.** -6 et 4 **d.** $-4{,}75$ et 7

e. -3 et -2 **f.** 1 et 2 **g.** -10 et -3 **h.** 7 et -2

Exercice 2726

Le coefficient directeur m d'une fonction f affine est définie par le quotient :

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = m \qquad \text{pour tout nombre réel } a \text{ et } b.$$

1. Supposons que f admette un coefficient directeur positif.

a. Justifier que $f(b)-f(a)$ a le même signe que $b-a$.

b. En déduire que la fonction f est croissante.

2. Déterminer le sens de variation de la fonction f dans le cas où celle-ci admet un coefficient directeur négatif. Justifier.

3. Union, intersection d'intervalles :

Exercice 8168

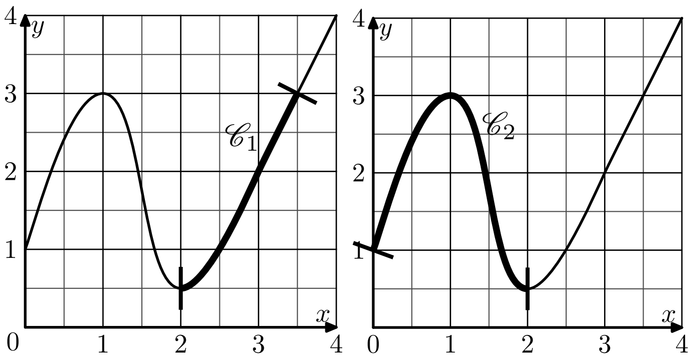
1. Donner, si possible, une expression simplifiée des unions d'intervalles suivants :
   a. $[3\,;\,5]\cup[0\,;\,4]$ b. $[-3\,;3]\cup[-2\,;2]$
   c. $[-1\,;2]\cup[4\,;7]$

2. Donner l'expression des intersections d'intervalles :
   a. $[3\,;\,5]\cap[0\,;\,4]$ b. $[-3\,;3]\cap[-2\,;2]$
   c. $[-1\,;2]\cap[4\,;7]$

4. Image d'un intervalle :

Exercice 4818

Les deux graphiques ci-dessous présente deux parties $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ de la courbe représentative d'une même fonction f.



1. a. Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les abscisses des points de la partie $\mathscr{C}_1$ de la courbe.
   b. Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les ordonnées des points de la partie $\mathscr{C}_1$ de la courbe.
   c. En déduire l'image de l'intervalle $[2\,;3{,}5]$ par la fonction f.
2. a. Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les abscisses des points de la partie $\mathscr{C}_2$ de la courbe.
   b. Déterminer l'ensemble de nombres formé par tous les ordonnées des points de la partie $\mathscr{C}_2$ de la courbe.
   c. En déduire l'image de l'intervalle $[0\,;2]$ par la fonction f.

Exercice 4671

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;12]$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

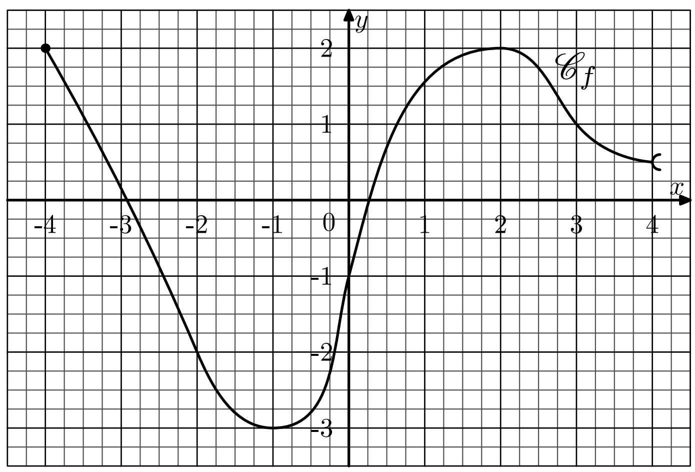
x	-2		1		3		7		9		12
Variation de f	3	↗	5	↘	0	↘	-2	↗	0	↗	3

On appelle *image d'un intervalle I* par f l'ensemble formé de l'image de tous les nombres de I par la fonction f.

1. Donner, par la fonction f, l'image des intervalles :
   a. $[7\,;12]$ b. $[1\,;3]$ c. $[-2\,;1]$
2. Donner, par la fonction f, l'image des intervalles :
   a. $[-2\,;3]$ b. $[3\,;9]$ c. $[1\,;12]$

Exercice 4672

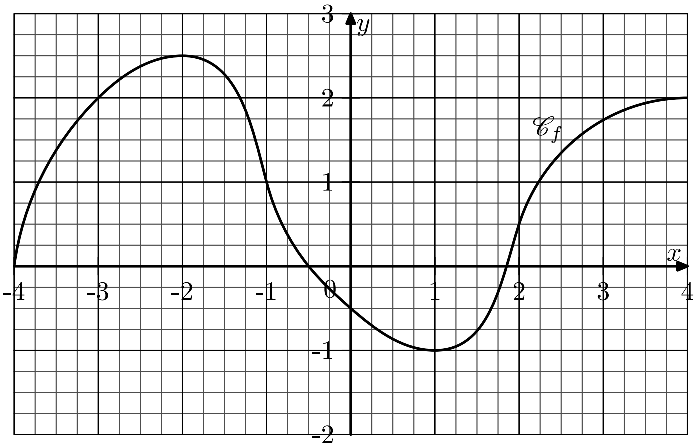
Dans le plan muni du repère orthonormé ci-dessous, on considère la représentation de la fonction f donnée ci-dessous :



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Donner les images des intervalles suivants :
   a. $[-4\,;-2]$ b. $[-1\,;2]$ c. $[2\,;3]$
3. Donner les images des intervalles suivants :
   a. $[-2\,;0]$ b. $[0\,;4]$ c. $[-2\,;3]$

Exercice 4798

On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



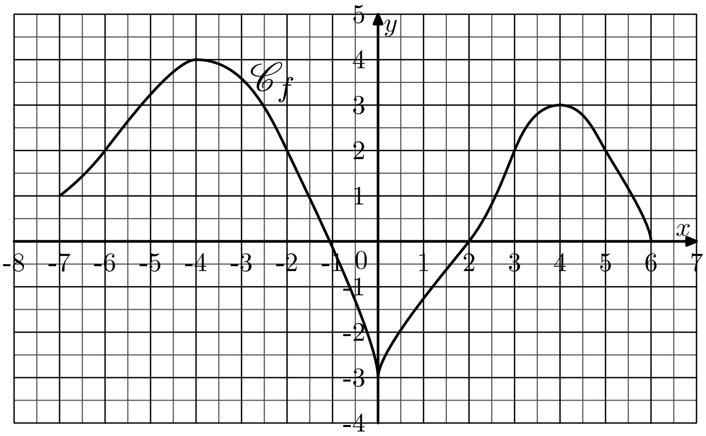
Déterminer les images, par la fonction f, de chacun des intervalles ci-dessous :

a. $]-2\,;0[$ b. $\left]\frac{1}{2}\,;3\right[$ c. $]-4\,;4[$

5. Maximum et minimum :

Exercice réservé 383

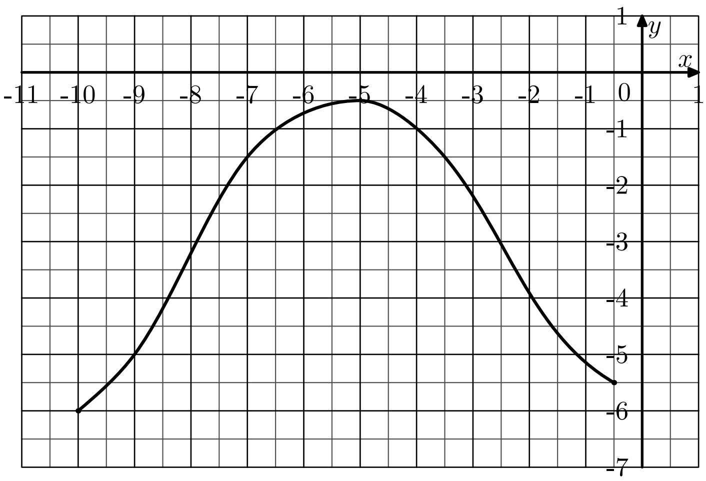
La représentation graphique de la fonction f est donnée dans le repère ci-dessous :



1. Justifier chacune de vos observations :
   a. Quelle est l'image du nombre 2 par f.
   b. Quels sont les antécédents par f du nombre 2.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
3. a. Quelles sont les coordonnées du point le plus haut de la courbe $\mathscr{C}_f$.
   b. En déduire la valeur maximale prise par la fonction f sur son intervalle de définition.
4. Donner la valeur minimale prise par la fonction f et la valeur de x pour laquelle elle est atteinte.

Exercice réservé 381

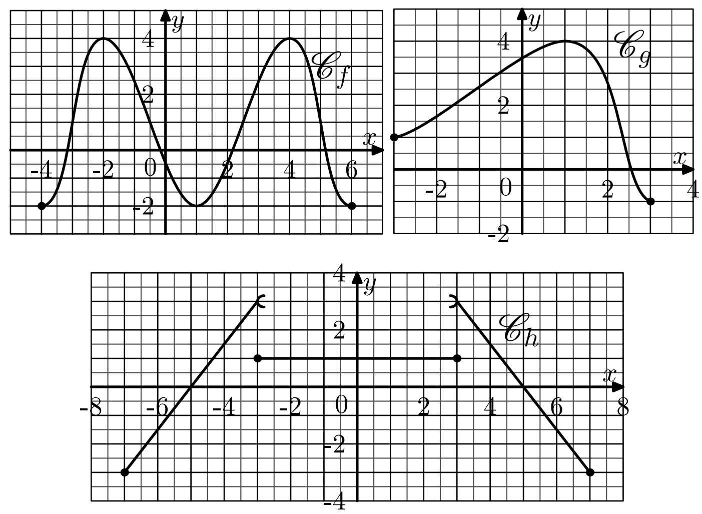
On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous :



1. Justifier chacune de vos observations :
   a. Quelle est l'image du nombre -9 par la fonction f.
   b. Quels sont les antécédents par f du nombre $-1{,}5$.
2. a. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
3. a. Donner les coordonnées du point le plus haut de la courbe $\mathscr{C}_f$.
   b. Quelle est la valeur maximale atteinte par la fonction f.
4. Donner le minimum de la fonction f sur l'intervalle $\left[-10\,;-5\right]$ et la valeur de x pour laquelle ce minimun est atteint.

Exercice réservé 359

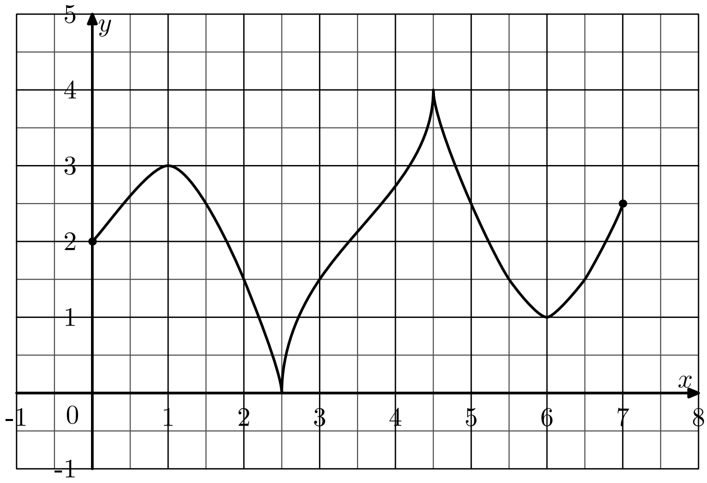
On considère trois fonctions f, g, h dont les courbes représentatives sont présentées ci-dessous :



1. Pour chacune de ces fonctions, dresser le tableau de variations à partir de leurs courbes représentatives.
2. a. Donner les coordonnées du point le plus haut de la courbe $\mathscr{C}_f$ sur l'intervalle $\left[-4\,;1\right]$?
   b. En déduire la valeur maximale atteinte par la fonction f sur l'intervalle $\left[-4\,;1\right]$ et la valeur de x pour laquelle cette valeur est atteinte.
3. Donner la valeur maximale prise par la fonction g ; pour quelle valeur de x, ce maximum est-il atteint?
4. a. Donner les coordonnées du point le plus bas de la courbe $\mathscr{C}_h$ sur l'intervalle $\left[-7\,;0\right]$?
   b. En déduire le minimum de la fonction h sur $\left[-7\,;0\right]$ et la valeur de x pour laquelle cette valeur est atteinte.

Exercice 382

Voici la représentation graphique d'une fonction f.



1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Donner le tableau de variations de la fonction f?
3. Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $\left[0\,;\,\frac{5}{2}\right]$?
4. Quel est le maximum de f sur son ensemble de définition?
5. Quel est le minimum de f sur $[0\,;\,7]$?

6. Tableau de signes :

Exercice 6563

1. Donner le signe de chacune des expressions suivantes en justifiant votre réponse :

   a. $(x-1)^2$ b. $\dfrac{-3}{x^2+1}$ c. $\dfrac{1+x^2}{-2-x^2}$

2. Justifier que chacune des affirmations suivantes est fausse à l'aide d'un contre-exemple :

   a. L'expression $-x-3$ est négative pour tout $x \in \mathbb{R}$.

   b. L'expression x^2-1 est positive pour tout $x \in \mathbb{R}$.

   c. L'expression $(x+1)(x+3)$ est positive pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 2730

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ admettant le tableau de signe ci-dessous :

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Répondre aux affirmations suivantes par "*vrai*", "*faux*" ou "*on ne peut pas savoir*" :

1. $f(2)=6$.
2. L'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions.
3. La fonction f est une fonction affine.
4. L'inéquation $f(x)<0$ a pour ensemble de solutions : $]-3\,;5[$.
5. Le point $A(0\,;5)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f.
6. Si $f(1)=-4$, alors le minimum de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est -4.

Exercice 2781

On considère la fonction f dont le tableau de vatiation est donné ci-dessous :

x	-8	-4	$-\frac{5}{2}$	0	1	5	$\frac{17}{2}$	10	12	15
Variation de f	2	5	0	-3	0	5	7	5	0	-2

1. Comparer, si possible, les images des nombres ci-dessous ; justifier chacune de vos affirmations :

   a. -3 et 6 b. -2 et $-\dfrac{1}{3}$ c. 6 et 9

2. Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 0$.
3. Parmi les tableaux ci-dessous, est représenté le tableau de signe de la fonction f ; recopier le tableau de signe de la fonction f sur votre copie :

a.

x	-8		-4		0		$\frac{17}{2}$		15
$f(x)$		$+$	5	$-$	-3	$+$	7	$-$	

b.

x	-8		$-\frac{5}{2}$		1		12		15
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

c.

x	-8		0		15
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Exercice 4678

On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-5	-3	-1	0	2	5	7	9
Variation de f	-2	0	4	1	2	5	0	-3

1. Déterminer les images des intervalles suivants par la fonction f :

   a. $[-5\,;-3]$ b. $[-1\,;0]$ c. $[2\,;9]$

2. Comparer, si possible, les couples de nombres suivants :

a. $f(-4)$; $f(-2)$ b. $f(6)$; $f(8)$

c. $f(1)$; $f(8)$ d. $f(3)$; $f(4)$

e. $f\left(-\dfrac{2}{3}\right)$; $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ f. $f(-2)$; $f(3)$

3. a. Donner l'ensemble des solutions des deux inéquations :
- $f(x)<0$
- $f(x)\geqslant 0$

b. Dresser le tableau de signe de la fonction f.

4. Sans justification, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x)=4$.

Exercice réservé 4694

On considère la fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	3	7	9
Variation de f	-2 ↘	-4 ↗	0 ↗	3 ↘	1 ↘	0 ↘	-2 ↗	-1

1. Déterminer les images des intervalles suivants par la fonction f :

a. $[1\,;3]$ b. $[3\,;9]$

2. Comparer, si possible et en justifiant la réponse, les couples de nombres suivants :

a. $f(-1{,}5)$; $f(8)$ b. $f(-0{,}5)$; $f(3{,}5)$

c. $f\left(\dfrac{9}{8}\right)$; $f\left(\dfrac{7}{6}\right)$ d. $f\left(\sqrt{52}\right)$; $f\left(\dfrac{8\cdot\pi}{3}\right)$

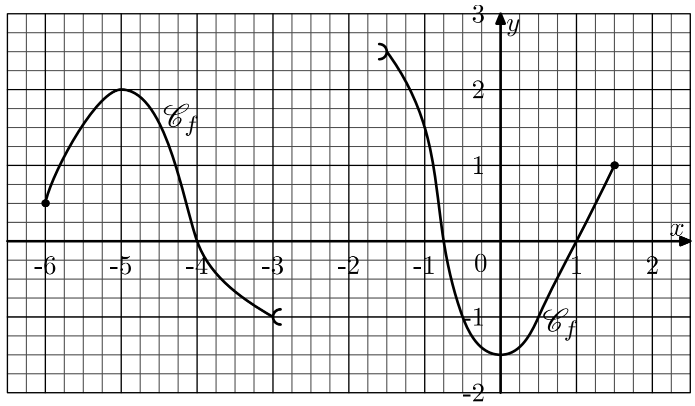
3. a. Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation : $f(x)<0$

b. Dresser le tableau de signe de la fonction f.

4. Sans justification, donner le nombre de solutions de l'équation $f(x)=-2$.

Exercice réservé 4695

Soit f une fonction dont la représentation graphique est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous :



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

3. a. Déterminer l'image du nombre 0 par la fonction f.

b. Déterminer l'ensemble des antécédents de -1 par la fonction f.

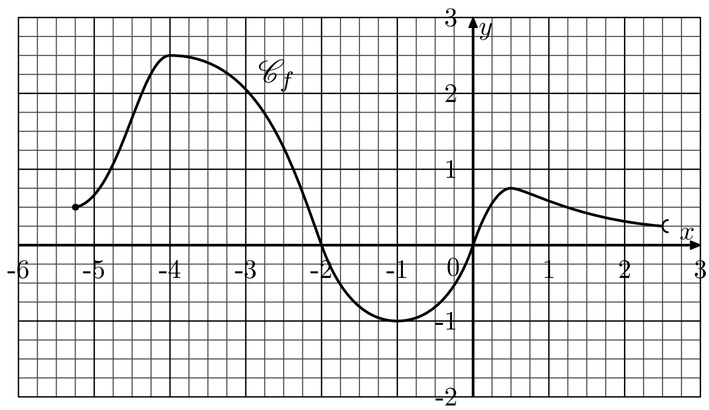
4. a. Donner le minimun de la fonction f sur son ensemble de définition.

b. Donner le maximun de la fonction f sur l'intervalle $[-6\,;-3[$

5. Dresser le tableau de signe de la fonction f sur son ensemble de définition.

Exercice 6565

On considère une fonction f dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée dans le repère orthonormé ci-dessous :



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

3. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

7. Etude de tableaux de variations :

Exercice 1804

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-10\,;6]$ dont le tableau de variations est représenté ci-dessous :

x	-10	-2	0	6
Variation de f	5 ↘	3 ↗	7 ↘	-4

Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si celles-ci sont vraies, fausses ou indécidables en justifiant, à chaque fois, votre pensée :

a. $f(-10)<f(-1)$ b. Le minimum de f est atteint en -2

c. $f(1) < f(\sqrt{2})$ d. $f(1)$ est un nombre positif

Exercice réservé 358

On considère une fonction f définie sur $[-8\,;6]$ dont le tableau de variations a été donné ci-dessous :

x	-8		-2		0		1		6
Variation de f	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	7	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3

Dire, sans justification, si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses :

a. -2 est un antécédent du nombre 3

b. $f(1)>f(-1)$

c. $f(1)$ est un nombre positif

d. Pour $x\in]0\,;1[$, on a $f(x)\geqslant 0$

e. Le minimum de la fonction f est -4.

Exercice 2727

On considère la fonction f, définie sur l'intervalle $[-7\,;\sqrt{31}]$ dont seul le tableau de variations ci-dessous est donné :

x	-7		-2		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{2}{3}$		2		5		$\sqrt{31}$
Variation de f	7	$\searrow$	3	$\searrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\nearrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$\frac{10}{3}$

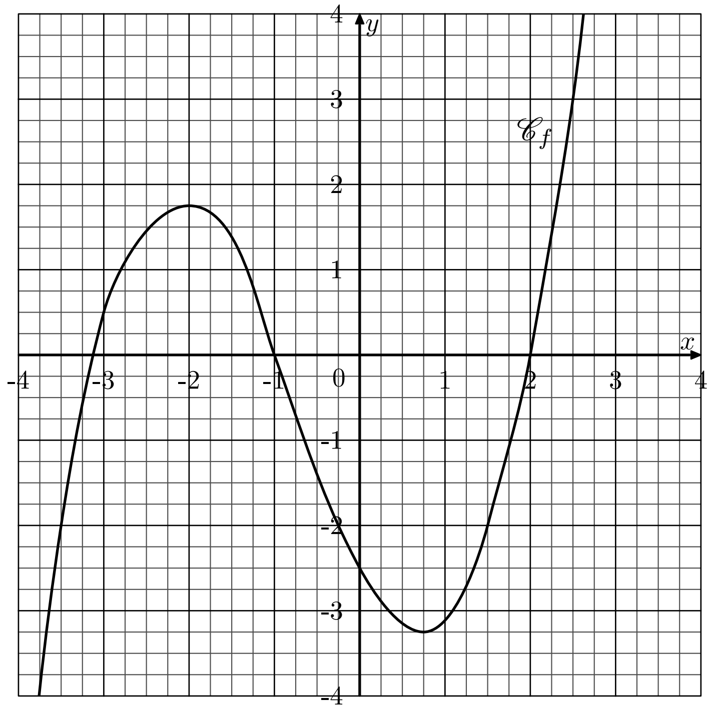
1. Donner, si possible, l'ensemble des antécédents du nombre 0 par la fonction f.

2. Résoudre l'inéquation : $f(x)\geqslant 3$.

3. Donner le maximum et le minimum de la fonction f ainsi que les valeurs pour lesquelles ils sont atteints.

Exercice 6693

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique est donnée dans le repère ci-dessous :



Graphiquement, déterminer l'image des intervalles suivant par la fonction f :

a. $\left[\frac{3}{2}\,;\frac{5}{2}\right]$ b. $[-1\,;0]$ c. $\left[-3\,;-\frac{1}{4}\right]$ d. $\left[-2\,;\frac{5}{2}\right]$

2. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[-5\,;\,4]$ dont on connaît le tableau de variations :

x	-10		-4		2		6		9
Variation de g	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1

Si possible, comparer les couples de nombres suivants :

a. $g(7)$ et $g(8)$ b. $g(-9)$ et $g(1)$

c. $g(-3)$ et $g(3)$ d. $g(-8)$ et $g(-5)$

8. *Etude algébrique :*

Exercice réservé 370

Soit f la fonction définie sur $[-3\,;7]$ dont l'image d'un nombre x de cet intervalle est donnée par la formule :

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3.$$

1. Déterminer les images, par la fonction f, des nombres :

a. 2 b. $\sqrt{3}$ c. $\sqrt{2}+1$

2. a. Effectuer le tracé de la courbe représentative de la fonction f à l'aide de votre calculatrice.

b. A l'aide de votre calculatrice, déterminer les coordonnées du point le plus haut de $\mathscr{C}_f$.

3. a. Etablir la relation ci-dessous :

$$f(x) = -\left(\frac{1}{2}\cdot x - 1\right)^2 + 4$$

b. En déduire que pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[-3\,;7]$, on a :
$f(x) \leqslant 4$

4. Confirmer l'observation faîte à la question 2. b. .

Exercice réservé 4697

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{2-x^2}{x^2+1}$

1. A l'aide de la calculatrice, donner les extrémums de cette fonction.
2. a. Etablir l'égalité : $f(x)=\dfrac{3}{x^2+1}-1$

   b. Justifier l'inégalité : $\dfrac{3}{x^2+1}\leqslant 3$.

   c. Retrouver le résultat de la question 1. .

Exercice 4698

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x)=\frac{-x^2+4x-2}{x^2-4x+5}$$

1. A l'aide de la calculatrice, donner les extrémums de cette fonction.
2. a. Etablir l'égalité : $f(x)=\dfrac{3}{1+(x-2)^2}-1$

   b. Justifier l'inégalité : $\dfrac{3}{1+(x-2)^2}\leqslant 3$.

   c. Retrouver le résultat de la question 1. .

255. Partage :

Exercice 9001

Soit f la fonction dont le tableau de variations est le suivant :

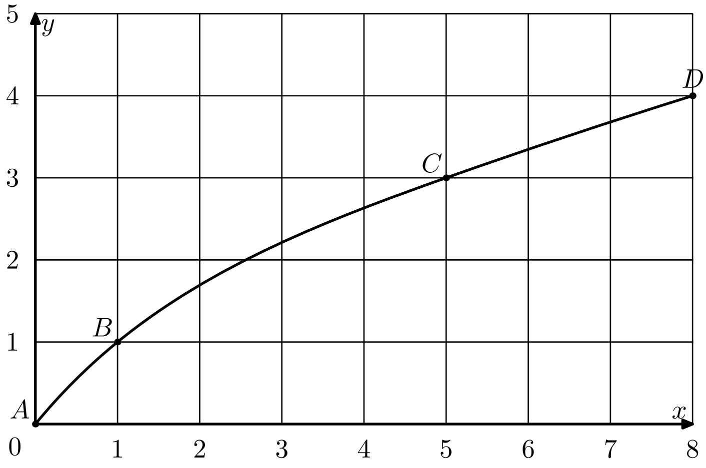
x	0	4	8	10
Variations de f	3 ↘	-1 ↗	2 ↘	1

1. Donner le domaine de définition de f.
2. Donner les extremas de f.
3. Donner les coordonnées de quatre points de la courbe de f.
4. Peut-on comparer $f(1)$ et $f(3)$? Justifier.

255. Exercices non-classés :

Exercice réservé 1755

1. On considère la fonction f définie sur $[0\,;8]$ dont la représentation graphique est donnée par :



   a. Donner le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;8]$.

   b. La fonction f serait-elle croissante si on modifiait l'ordonnée du point C par la valeur 5? par la valeur $\dfrac{1}{2}$?

   c. Quelles valeurs peut prendre l'ordonnée du point C afin que la courbe $\mathscr{C}_f$ puisse rester strictement croissante?

2. Considérons les points M, N et P de coordonnées respectives :
   $M(0\,;0)$; $N(1\,;1)$; $P(8\,;4)$

   Soit Z un point d'ordonnée $\dfrac{7}{2}$. Quel peut-être l'abscisse du point Z pour qu'une courbe passant par les points M, N, P et Z, quel que soit l'ordre, soit strictement croissante.

