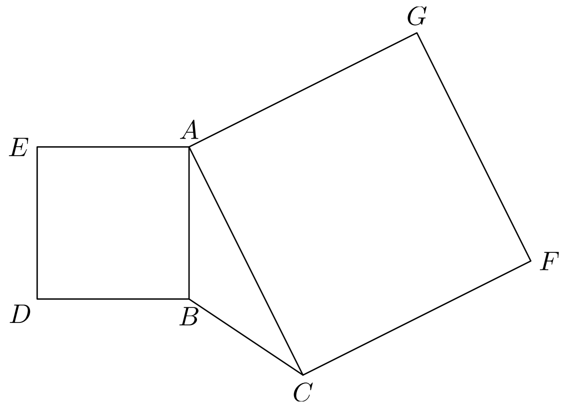
Seconde/Triangles semblables et isométriques

1. triangles isométriques :

Exercice 553

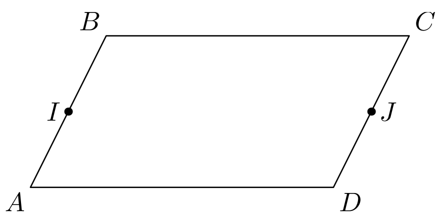
La figure ci-contre est composée du triangle ABC sur lequel nous avons construit à l'extérieur de ce triangle deux carrées : $EABD$ et $ACFG$.



1. Montrer que les triangles EAC et GAB sont des triangles isométriques.
2. En déduire que : $BG = EC$.

Exercice 568

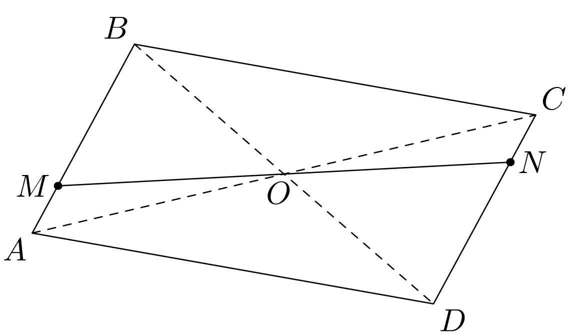
Soit $ABCD$ un parallélogramme. On note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[DC]$.



1. Montrer que les triangles ADJ et CBI sont isométriques.
2. En déduire que : $AJ = CI$.

Exercice réservé 571

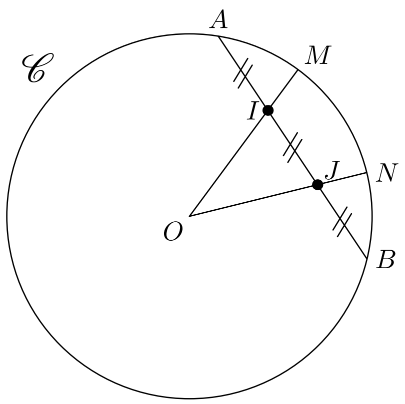
Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O et M un point du segment $[AB]$.
On note N le point d'intersection de (OM) et de (DC).



1. Sans isométrie :
   a. Démontrer que les triangles MBO et NDO sont des triangles isométriques
   b. En déduire que O est milieu du segment $[MN]$.
   c. Que pouvez-vous dire du quadrilatère $BNDM$.
2. Avec les isométries :
   a. Montrer que le point O est le milieu du segment $[MN]$.
   b. Montrer que les triangles AMO et CNO sont isométriques.

Exercice réservé 567

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O, et A, B deux points du cercle. Sur la corde $[AB]$ du cercle, nous plaçons les points I et J tels que : $AI = IJ = JB$



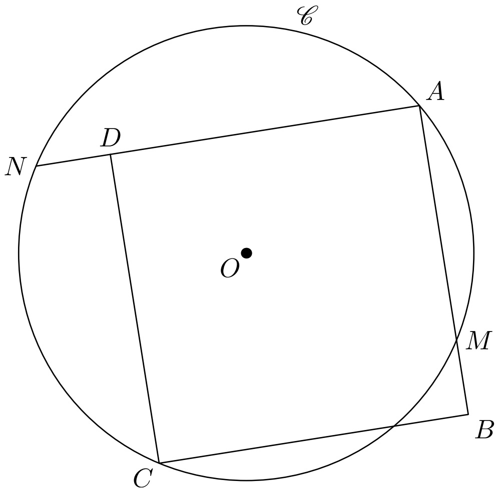
On note respectivement M et N les points d'intersection des demi-droites $[OI)$ et $[OJ)$ avec le cercle $\mathscr{C}$.

1. Quelle est la nature du triangle ABO
2. Montrer que les triangles AIO et OJB sont isométriques.
3. Quel est la nature du triangle IJO?
4. Montrer que les droites (IJ) et (MN) sont parallèles

Exercice 556

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O. On considère le carré $ABCD$ ayant ses sommets A et C sur le cercle.

On utilisera les propriétés des angles inscrits et angles au centre.



1. Montrer que $[MN]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$.

2. Montrer que : $\widehat{NOC}=90^o$
Que peut-on dire des longueurs CM et CN?

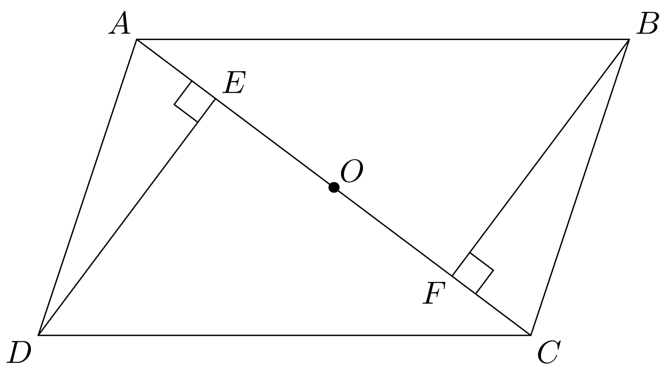
3. En remarquant que $\widehat{NCM}=90^o$, comparer les deux angles $\widehat{MCB}$ et $\widehat{NCD}$

4. En déduire que les triangles NDC et MCB sont isométriques.

On vient d'établir que l'égalité de longueurs suivante :
$ND = BM$

Exercice 569

On considère la configuration suivante :



1. Reproduire sur votre cahier une figure ayant les mêmes propriétés que celle ci-dessus.

- $ABCD$ est un parallélogramme
- O est le centre de ce parallélogramme
- E est la projection orthogonale de D sur la droite (AC)
- F est la projection orthogonale de B sur la droite (AC)

2. Que peut-on dire des angles $\widehat{EOD}$ et $\widehat{BOF}$?

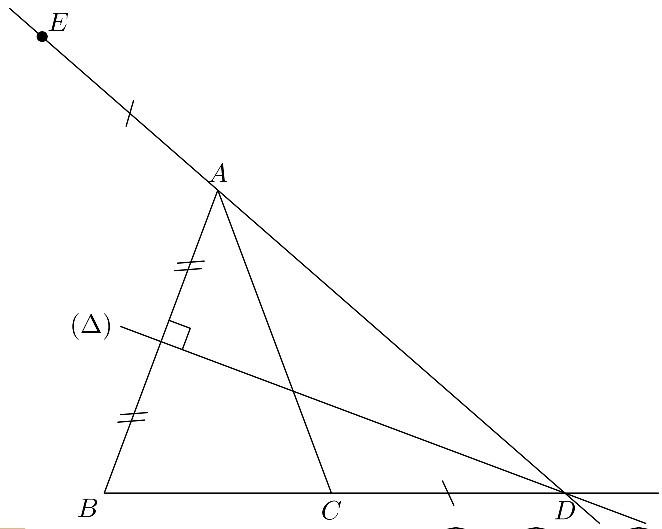
3. Montrer que les triangles ODE et OBF sont isométriques.

4. En déduire que : $OE=OF$.

Exercice réservé 555

Soient ABC un triangle isocèle en A et Δ la médiatrice du segment $[AB]$. On note D le point d'intersection des droites Δ et (BC).

On place le point E sur la droite (AD) comme ci-contre et vérifiant $AE=CD$.

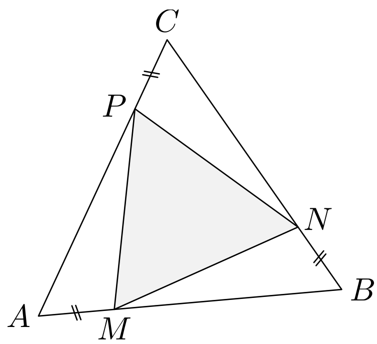


1. a. Que peut-on dire des angles $\widehat{DAB}$, $\widehat{DBA}$ et $\widehat{ACB}$? Justifier.
   b. Comparer les angles $\widehat{DCA}$ et $\widehat{EAB}$

2. En déduire que les triangles ADC et AEB sont isométriques

Exercice réservé 559

Soit ABC un triangle équilatéral.
Soient M, N et P trois points appartenant respectivement aux segments $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$ tel que :
$AM = BN = CP$



1. Démontrer que les triangles APM, BMN et CNP sont des triangles isométriques

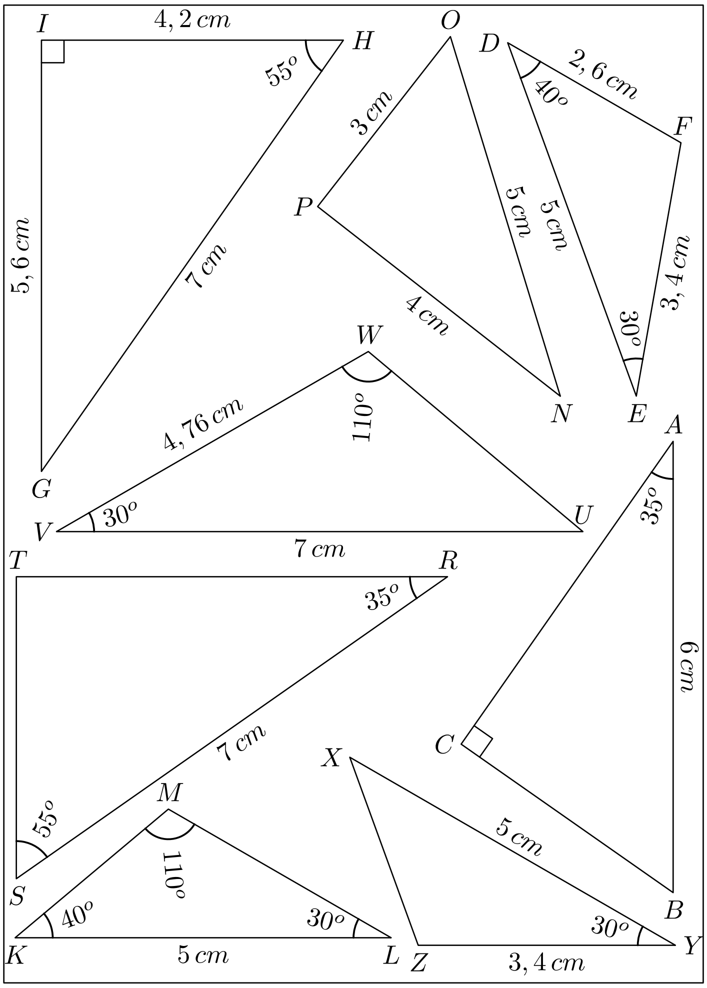
2. En déduire que le triangle MNP est un triangle équilatéral.

2. triangles semblables :

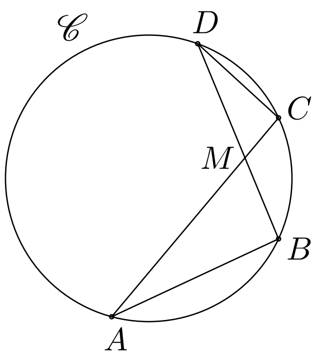
Exercice réservé 562

1. En justifiant, déterminer tous les triangles isométriques entre eux.
Déterminer les mesures manquantes.

2. Repérer les triangles semblables.
Déterminer les mesures manquantes.



Exercice 566

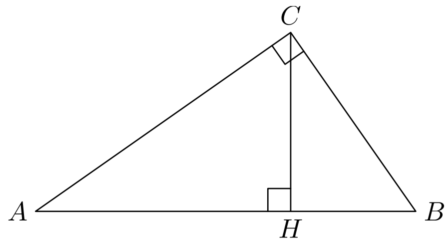


Dans la figure ci-contre, les points A, B, C et D sont quatre points du cercle $\mathscr{C}$.

Montrer que les triangles DCM et ABM sont semblables.

Exercice 558

Dans la figure ci-dessous, le triangle ABC est rectangle en C et on note H le pied de la hauteur issue du sommet C.



Montrer que les triangles ACH, CHB et ACB sont des triangles semblables.

Exercice 565

$ABCD$ est un carré de centre O et de côté $10cm$. La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe la diagonale $[BD]$ en K et le côté $[BC]$ en L.

1. Démontrer que les triangles AOK et ABL sont semblables.
2. Calculer le coefficient de réduction du triangle ABL

Exercice 570

Soient trois points E, D et F trois points d'un cercle $\mathscr{C}$. La bissectrice de l'angle $\widehat{EDF}$ coupe $\mathscr{C}$ en K et coupe la droite (EF) en M.

1. Justifier l'égalité des angles $\widehat{EDK}$ et $\widehat{EFK}$
2. Justifier l'égalité des angles $\widehat{DEF}$ et $\widehat{DKF}$
3. En déduire que les triangles DEM et FKM sont semblables.

Exercice réservé 557

Deux triangles ABC et $A'B'C'$ ont la même forme.

Le rapport $\dfrac{A'B'}{AB}$ est égal au nombre strictement positif k.

1. Soit I, le milieu de $[BC]$ et I' le milieu de $[B'C']$.

   Démontrer que : $\dfrac{A'I'}{AI} = k$.
2. Soit H le pied de la hauteur issue de A du triangle ABC, et H' le pied de la hauteur issue de A' du triangle $A'B'C'$.

   Déterminer le rapport $\dfrac{A'H'}{AH}$.

255. Exercices non-classés :

Exercice 560

Soit ABC un triangle isocèle en A

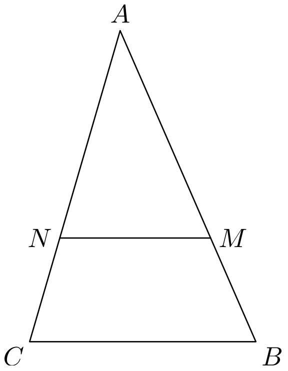
1. On note I et J les milieux respectifs des segments $[AC]$ et $[AB]$.

   Démontrer que : $BI = CI$
2. La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe $[AC]$ en K et la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$ coupe $[AB]$ en L.

   Démontrer que : $BK = CL$
3. La hauteur issue de B, coupe $[AC]$ en M et la hauteur issue de C, coupe $[AB]$ en N.

   Démontrer que : $BM = CN$

Exercice réservé 563



Soit ABC et AMN deux triangles tels que les droites (BC) et (MN) sont parallèles et tel que :

$$AB = \frac{9}{4} \quad ; \quad BC = AM = \frac{3}{2}$$

1. Calculer la longueur du segment $[MN]$.

2. Tracer la hauteur issue de A du triangle ABC.
Noter H le pied de la hauteur.
Noter H' le pied de la hauteur du triangle AMN issue de A.
Justifier.

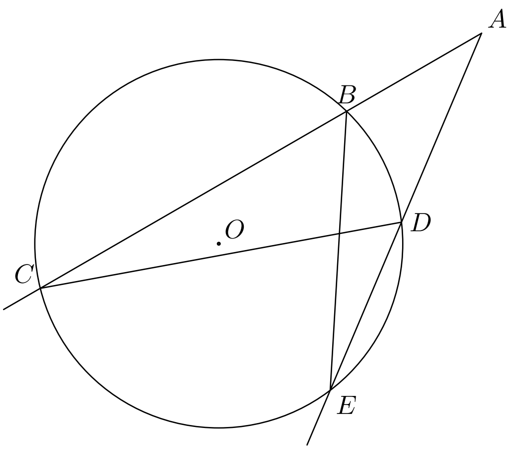
2. Avec votre règle, mesurer la longueur AH. Puis, à l'aide du théorème de Thalès, déterminer la longueur AH'.

3. Calculer le rapport $\dfrac{\mathcal{A}ire(ABC)}{\mathcal{A}ire(MNP)}$.

   Démontrer que ce rapport est égal à $\dfrac{9}{4}$.

Exercice réservé 554

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et A un point extérieur à $\mathscr{C}$.
On mène par A deux demi-droites interceptant chacune le cercle en deux points. Le graphique ci-dessous :



1. Montrer que : $\widehat{ACD} = \widehat{BEA}$

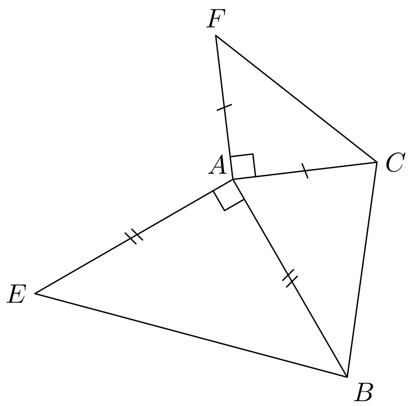
2. Que pouvez-vous dire des triangles ACD et ABE ? Justifier.

3. a. Montrer que : $AD \times BE = AB \times DC$

   b. On suppose que :
   $AD = 3{,}7\,cm \quad ; \quad AB = 3{,}3\,cm \quad ; \quad DC = 6{,}8\,cm$
   En déduire la mesure de BE au millimètre près.

Exercice 561

Soit ABC un triangle. On construit extérieurement au triangle ABC deux triangle rectangle et isocèle en A.



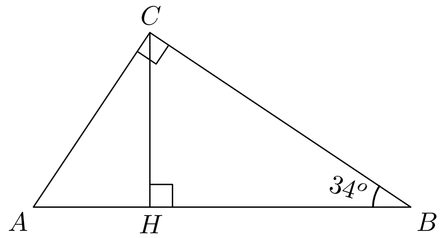
1. Montrer que : $FB = CE$.

2. On note I et J les milieux respectifs des segments $[FB]$ et $[CE]$. Montrer que A est sur la médiatrice du segment $[IJ]$

Exercice réservé 4681

On considère un triangle ABC rectangle en B et tel que :
$\widehat{ABC} = 34^o$

On note H le pied de la hauteur, dans le triangle ABC, issue du sommet C.



1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.

2. Démontrer l'égalité suivante : $\widehat{CBH} = \widehat{ACH}$

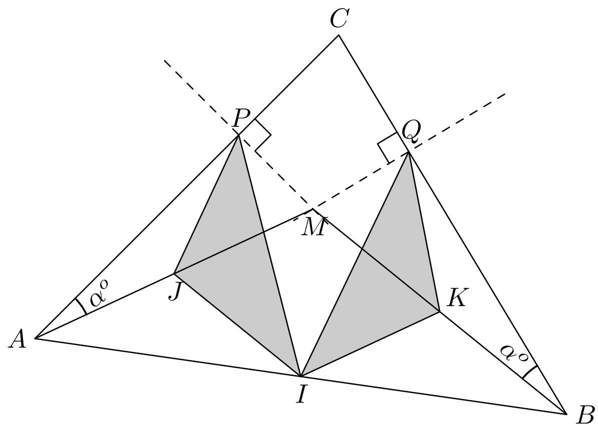
Exercice 4723

Dans un triangle ABC, on considère un point M, intérieur à ce triangle, réalisant l'égalité suivante :

$$\widehat{CAM} = \widehat{CBM}$$

On note P et Q les projetés orthogonaux du point M respectivement sur la droite (AC) et sur la droite (BC).

On note I, J et K les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[AM]$ et $[BM]$.



1. a. Justifier l'égalité : $AJ = JP$.

   b. Etablir l'égalité : $JP = IK$.

2. Etablir l'égalité : $IJ = KQ$.

3. a. Justifier que le quadrilatère $IJMK$ est un parallélogramme.

   b. Montrer que les angles $\widehat{PJI}$ et $\widehat{IKQ}$ sont de mesures égales.

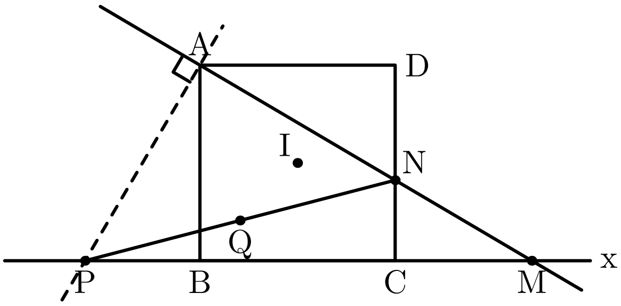
4. En déduire que le triangle IPQ est un triangle isocèle.

Exercice 4901

On considère un carré $ABCD$ de sens direct. Le point M est un point de la demi-droite $[BC)$ n'appartenant pas au segment $[BC]$.
On note N le point d'intersection des droites (CD) et (AM), et P le point d'intersection de la droite (BC) et de la droite

passant par A perpendiculaire à (AM).
On définit le point Q comme le milieu du segment $[PN]$.

On note I le centre du carré $ABCD$.



1. a. Montrer que les angles $\widehat{DAN}$ et $\widehat{BAP}$ sont de mesures égales.

   b. Démontrer que les triangles ADN et ABP sont isométriques.

2. a. Montrer l'égalité suivante : $DN = DC$.

   b. Démontrer les triangles ABQ et CBQ sont isométriques.

3. En déduire le lieu géométrique du point Q lorsque le point M décrit la demi-droite $[Cx)$.

