Terminale ES spé/Sujets pour l'oral

1. Commentaires :

Exercice réservé 6107

Consignes pour le candidat

L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon fourni.

Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien. Vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.

La démarche et la pertinence des justifications sont valorisées.

Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours de l'interrogation.

Si le sujet qui vous est proposé comporte un QCM ou un Vrai/Faux, ce n'est pas tant la validité des réponses que la qualité de l'argumentation orale justifiant les différents choix qui sera évaluée. Il est donc inutile d'essayer de répondre au hasard à certaines d'entre elles.

Exercice réservé 6108

Consignes pour le candidat

L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.

Vous pouvez utiliser votre calculatrice et le brouillon fourni.

Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien. Vous préparerez des réponses que vous devrez être capable de justifier. Il est inutile de les rédiger complètement par écrit.

La démarche et la pertinence des justifications sont valorisées.

Des questions complémentaires peuvent vous être proposées au cours de l'interrogation.

2. Sujet 1 :

Exercice réservé 5556

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $\left[0\,;6\right]$ par :

$f(x) = 1 - (x+1)\cdot\mathrm{e}^{-x}$

1. Montrer que $f'(x) = x\cdot\mathrm{e}^{-x}$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

2. Démontrer que l'équation $f(x)$=0,6 admet une solution unique α sur l'intervalle $\left[0\,;6\right]$.
Déterminer une valeur arrondie de α à 0,01.

3. On admet que la fonction F définie sur $\left[0\,;6\right]$ par :
$F(x) = x + (x+2)\cdot\mathrm{e}^{-x}$
est une primitive de f sur $\left[0\,;6\right]$. Donner la valeur exacte puis une valeur arrondie à 10^{-3} de : $I = \displaystyle\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x$

Exercice réservé 6110

L'entreprise U fournit ses clients en recharges pour les fontaines à eau et dispose des résultats antérieurs suivants :

Nombre de recharges en milliers	1	3	5
Coût total annuel de production en centaines d'euros	11	27,4	83

le coût total de production est modélise par une fonction C définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $\left[0\,;10\right]$ par :

$C(x) = a\cdot x^3 + b\cdot x^2 + c\cdot x + 10$

où a, b, c des nombres réels.

Lorsque le nombre x désigne le nombre de milliers de recharges produites, $C(x)$ est le coût total de production en centaines d'euros.

On admet que le triplet $(a\,;b\,;c)$ est solution du système (S) :

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} a & + & b & + & c & = & 1 \\ 27a & + & 9b & + & 3c & = & 17{,}4 \\ 125a & + & 25b & + & 5c & = & 73 \end{array}\right.$$

On pose : $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.

1. a. Ecrire ce système sous la forme $M\cdot X$=Y où M et Y sont des matrices que l'on précisera.
   b. On admet que la matrice M est inversible. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le triplet $(a\,;b\,;c)$ solution du système (S).

2. En utilisant cette modélisation, quel serait le coût total annuel de production pour 8 000 recharges d'eau produites?

3. Sujet 2 :

Exercice réservé 6109

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 115 \quad ; \quad u_{n+1} = 0{,}4 \cdot u_n + 120 \quad$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

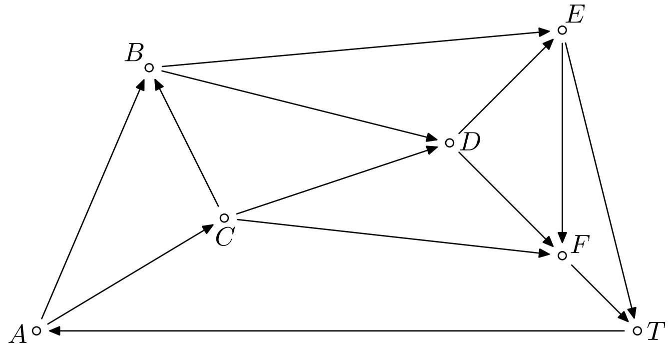
1. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 200$.
   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,4. Préciser v_0.
   b. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
2. En déduire que pour tout entier naturel n :
   $u_n = 200 - 85 \times 0{,}4^n$
3. La suite (u_n) est-elle convergente? Justifier votre réponse.

Exercice réservé 6111

Le graphe ci-dessous représente, dans un aéroport donné, toutes les voies empruntées par les avions au roulage. Ces voies, sur lesquelles circulent les avions avant ou après atterissage, sont appelées *taxiways*.

Les arêtes du graphe représentent les voies de circulation *(les "taxiways")* et les sommets du graphe sont les intersections.

Ce graphe est orienté pour indiquer le sens de circulation pour les avions dans les différentes voies :



1. Ecrire la matrice M associée à ce graphe *(ranger les sommets dans l'ordre alphabétique)*.
2. A l'aide de la calculatrice, donner la valeur du coefficient $(1\,;7)$ de M^3.
3. Citer tous les chemins de longueur 3 reliant A à T.

4. Sujet 3 :

Exercice réservé 6112

Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer des bactéries ou d'en limiter la propagation.

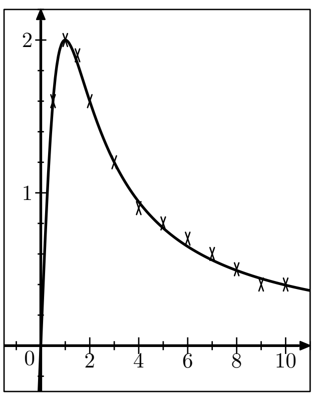
Le tableau ci-dessous donne la concentration dans le sang en fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient.

Temps en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en $^{mg}/_{\ell}$	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4

Ces données conduisent à la modélisation de la concentration en fonction du temps par la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;10]$ par :

$$g(t) = \frac{4 \cdot t}{t^2 + 1}$$

Lorsque t représente le temps écoulé, en heures, depuis l'injection de l'antibiotique, $g(t)$ représente la concentration en $^{mg}/_{\ell}$ de l'antibiotique.



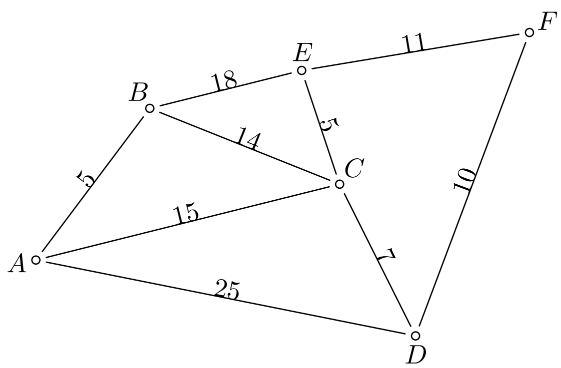
Le graphique ci-contre représente les données du tableau et la courbe représentative de la fonction g.

Par lecture graphique donner sans justification :

1. les variations de la fonction g sur $[0\,;10]$;
2. la concentration maximale d'antibiotique lors des 10 premières heures ;
3. l'intervalle de temps pendant lequel la concentration de l'antibiotique dans le sang est supérieure à $1{,}2\ ^{mg}/_{\ell}$.

Exercice réservé 6116

On considère le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous où sont indiqués sur chacune des arêtes le temps de parcours, en minutes, pour relier deux sommets de ce graphe.



Déterminer, à l'aide de l'algorithme de Dijkstra, le chemin permettant de relier le sommet A au sommet F en un temps minimal.

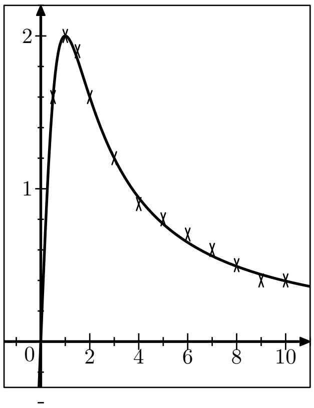
5. Sujet 4 :

Exercice réservé 6113

Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer des bactéries ou d'en limiter la propagation.

Le tableau ci-dessous donne la concentration dans le sang en fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient.

Temps en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en $^{mg}/_{\ell}$	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4



Ces données conduisent à la modélisation de la concentration en fonction du temps par la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par :

$$g(t)=\frac{4\cdot t}{t^2+1}$$

Lorsque t représente le temps écoulé, en heures, depuis l'injection de l'antibiotique, $g(t)$ représente la concentration en $^{mg}/_{\ell}$ de l'antibiotique.

Le graphique ci-contre représente les données du tableau et la courbe représentative de la fonction g.

1. La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0\,;10]$ et sa dérivée est g'.

   Montrer que : $g'(t)=\dfrac{4\left(1-t^2\right)}{\left(t^2+1\right)^2}$

2. En utilisant l'expression de $g'(t)$, montrer que la concentration maximale serait, avec cette modélisation, atteinte exactement 1 heure après l'injection.

Exercice réservé 6117

Une entreprise E commande chaque semaine ses fournitures auprès de deux fournisseurs A et H.

Les constats faits les premières semaines conduisent à modéliser l'évolution du choix du fournisseur pour les commandes d'une semaine à l'autre par un graphe probabiliste de sommets A et H où :

- A désigne l'état : "*la commande est passé auprès du fournisseur A*" ;
- H désigne l'état : "*la commande est passé auprès du fournisseur H*".

La matrice de transition M de ce graphe, en considérant les sommets dans l'ordre A et H, est :

$$M=\begin{pmatrix}0{,}95 & 0{,}05\\ 0{,}1 & 0{,}9\end{pmatrix}$$

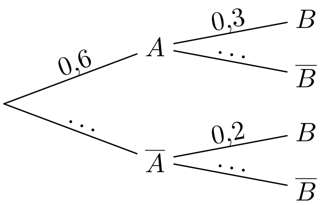
1. Dessiner le graphe probabiliste associé à la matrice M.
2. Donner la signification du nombre 0,95 dans la matrice M.
3. Vérifier que la matrice ligne $P=\begin{pmatrix}\frac{2}{3} & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$ correspond à l'état stable du système. En donner une interprétation.

6. Sujet 5 :

Exercice réservé 6114

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples *(QCM)*.
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses eset exacte.
Le choix des réponses doit être justifié.

1. L'arbre de probabilités ci-dessous représente une situation où A et B sont deux évènements, dont les évènements contraires sont respectivement notés $\overline{A}$ et $\overline{B}$.



   Alors :

   a. $\mathcal{P}_A(B)=0{,}18$ b. $\mathcal{P}(A\cap B)=0{,}9$

   c. $\mathcal{P}_A(\overline{B})=0{,}7$ d. $\mathcal{P}(B)=0{,}5$

2. Avec le même arbre, la probabilité de l'évènement B est égale à :

   a. 0,5 b. 0,18 c. 0,26 d. 0,38

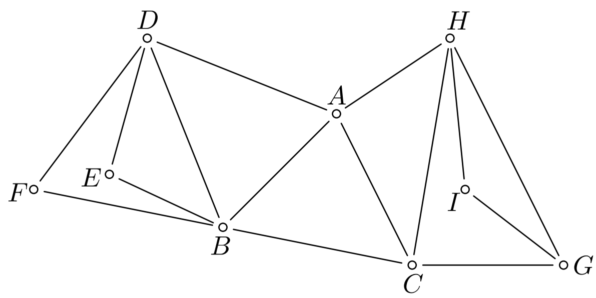
3. g est la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{5}{x}$.
   On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.
   L'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x{=}2$ et $x{=}6$, est égale à :

   a. $5\cdot\left(\ln 6-\ln 2\right)$ b. $\dfrac{1}{6-2}\cdot\displaystyle\int_2^6 g(x)\,\mathrm{d}x$

   c. $5\cdot\ln 6+5\cdot\ln 2$ d. $g(6)-g(2)$

Exercice réservé 6115

On considère le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous :



1. a. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathcal{G}$ est complet.

   b. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathcal{G}$ est connexe.

2. a. Donner le degré de chacun des sommets du graphe

$\mathcal{G}$.

b. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathcal{G}$ admet un cycle eulérien ou une chaîne eyulérienne.

3. On note M la matrice associée au graphe $\mathcal{G}$ *(les sommets seront rangés dans l'ordre alphabétique)*.

On donne les deux informations suivantes :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M^2 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Déterminer, par le calcul, le coefficient de la septième ligne et quatrième colonne de la matrice M^3

