Terminale ES/Algorithmes

1. Structure répétitive :

Exercice 6145

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel :
$u_0 = 115 \quad ; \quad u_{n+1} = 0.4{\cdot}u_n + 120$

On considère les trois parties d'algorithmes ci-dessous présentant chacune une fonction `terme()` prenant un entier `n` supérieur ou égal à 1 pour argument :

Algorithme 1
```
Fonction terme(n)
  Pour i de 1 à n
    U ← 0,4×U+120
  Fin Pour
  Renvoyer U
```

Algorithme 2
```
Fonction terme(n)
  Pour i de 1 à n
    U ← 115
    U ← 0,4×U+120
  Fin Pour
  Renvoyer U
```

Algorithme 3
```
Fonction terme(n)
  U ← 115
  Pour i de 1 à n
    U ← 0,4×U+120
  Fin Pour
  Renvoyer U
```

Expliquer pourquoi les fonctions `terme()` des deux premiers algorithmes, appelées avec l'entier `n`, ne renvoyent pas le terme de la suite (u_n) de rang `n`.

Exercice 6147

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel :
$u_0 = 50000 \quad ; \quad u_{n+1} = 0{,}95{\cdot}u_n + 3000 \quad$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

On considère les trois parties d'algorithmes présentant chacune une fonction `f` :

```
Fonction terme1(A)
  n ← 0
  U ← 50 000
  Tant que U<A
    n ← n+1
    U ← 0,95·U+3 000
  Fin Tant que
  Renvoyer n
```

```
Fonction terme2(n)
  U ← 50 000
  Pour i allant de 1 à n
    U ← 0,95·U+3 000
  Fin Tant que
  Renvoyer U
```

```
Fonction terme3(n)
  U ← 50 000
  Pour i allant de 0 à n
    U ← 0,95·U+3 000
  Fin Tant que
  Renvoyer U
```

Parmi tous les fonctions ci-dessus, laquel permet, par une exécution pas à pas et en observant les valeurs successives prises par la variable `U`, d'obtenir toutes les valeurs des termes de la suite (u_n) pour les rangs allant de 0 à n.

Exercice réservé 6148

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel :

$$u_0 = 5 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}{\cdot}u_n + 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. On souhaite écrire une fonction dans un algorithme prenant pour argument un entier naturel n non nul et qui renvoye la valeur du terme de rang n de la suite (u_n)

   Parmi les trois fonctions suivantes, une seule convient. Indiquer lequel et justifier pourquoi les deux autres ne peuvent donner le résultat attendu.

Algorithme 1
```
Fonction suite(n)
  U ← 5
  Pour i de 0 à n
    U ← (1/2)×U+1
  Fin Pour
  Renvoyer U
```

Algorithme 2
```
Fonction suite(n)
  Pour i de 0 à n
    U ← 5
    U ← (1/2)×U+1
  Fin Pour
  Renvoyer U
```

Algorithme 3
```
Fonction suite(n)
  U ← 5
  Pour i de 0 à n
    U ← (1/2)×U+1
    Renvoyer U
  Fin Pour
```

2. En appelant la fonction `f` avec l'argument 9, la variable `U` se voit affecter successivement les valeurs suivantes :

5	3,5	2,75	2,375	2,185	2,0938	2,0469	2,0234	2,0117	2,0059

   Quelle conjecture peut-on émettre sur le sens de variation de cette suite?

2. Structure répétitive : étude de la condition d'arrêt :

Exercice 6150

On étudie l'évolution de la population d'une ville, depuis le 1er janvier 2008.

On considère la population de cette ville à partir du 1er janvier 2008 par la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3}{1+2\mathrm{e}^{-0{,}05x}}$$

où x désigne le nombre d'années écoulées depuis le 1er janvier 2008 et $f(x)$ le nombre d'habitants en centaines de milliers.

On admet que f est croissante sur $[0\,;+\infty[$

On considère l'algorithme suivant :

```
X ← 0
Tant que f(X)⩽2
    X ← X+1
Fin Tant que
```

Si on exécute cet algorithme alors en fin d'exécution la variable `X` aura pour valeur 28. Interpréter ce résultat dans le contexte de ce problème.

3. Structure répétitive : étude du seuil d'une suite :

Exercice 6146

On considère la suite (a_n) définie par :
$a_0 = 2500$; $a_{n+1} = 0{,}8 \cdot a_n + 400$

1. On admet que le terme général de la suite (a_n) admet pour expression :
$a_n = 500 \times 0{,}8^n + 2000$

En déduire la limite de la suite (a_n).

2. On propose l'algorithme suivant :

```
N ← 0
A ← 2500
Tant que A−2000>50
    A ← A×0,8+400
    N ← N+1
Fin Tant que
```

a. Expliquer ce que représente la valeur de la variable N à la fin de l'exécution de cet algorithme.

b. A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur de la variable N à la fin de l'exécution de cet algorithme et interpréter le résultat.

Exercice réservé 7007

On considère la suite (u_n) est définie par $u_0 = 5700$ et pour tout entier naturel n par : $u_{n+1} = 1{,}015 \cdot u_n - 300$

On considère l'algorithme suivant :

```
u ← 5 700
n ← 0
Tant que u>4500
    u ← 1,015×u−300
    n ← n+1
Fin Tant que
```

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire entre la deuxième et la dernière colonne.

Valeur de u	5700			
Valeur de n	0			
$u > 4500$ (vrai/faux)	vrai		vrai	faux

2. A la fin de l'exécution de l'algorithme, quelle est la valeur de la variable n?
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Exercice 7017

On considère l'algorithme suivant :

```
U ← 4
N ← 0
Tant que U<40
    U ← 0,92×U+8
    N ← U+1
Fin Tant que
```

1. Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Les valeurs de U seront arrondies au dixième.

Valeur de U	4	...	...
Valeur de N	0	...	...
Condition $U < 40$	vraie	...	...

2. Donner la valeur de la variable N à la fin de l'exécution de cet algorithme.y

Exercice réservé 7855

Maya possède 20 € dans sa tirelire au 1er juin 2018.
A partir de cette date, chaque mois elle dépense un quart du contenu de sa tirelire puis y place 20 € supplémentaires.
Pour tout entier naturel n, on note u_n la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du n-ième mois. On a : $u_0 = 20$.

On admet que pour tout entier naturel n :
$u_{n+1} = 0{,}75 \cdot u_n + 20$

On considère l'algorithme suivant :

```
U ← 20
N ← 0
Tant que U<70
    U ← 0,75×U+20
    N ← N+1
Fin Tant que
Afficher N
```

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous qui retrace les différentes étapes de l'exécution de l'algorithme. On ajoutera autant de colonnes que nécessaire à la place de celle laissée en pointillés. Arrondir les résultats au centième.

Valeur de U	20	....		
Valeur de N	0	....		
Condition $U < 70$	vrai	....	vrai	faux

2. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme?
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

4. Structure répétitive : trouver la condition d'arrêt :

Exercice 6149

On considère la suite (u_n) définie par :
$u_0 = 20$; $u_{n+1} = 0{,}92 \cdot u_n + 3$

1. On admet que le terme général de la suite (u_n) admet pour expression :
$u_n = -17{,}5 \times 0{,}92^n + 37{,}5$

En déduire la limite de la suite (u_n).

2. a. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'à la fin de son exécution la variable N représente le rang à partir duquel les termes de la suite auront une valeur

supérieur ou égale à 25.

```
U ← 20
N ← 0
Tant que ...
    U ← 0,92×U + 3
    N ← N + 1
Fin Tant que
```

b. A l'aide de la calculatrice, déterminer le rang à partir duquel les termes de la suite (u_n) seront pour la première fois supérieur ou égal à 25.

Exercice 6151

1. Déterminer par le calcul la plus petite valeur de l'entier naturel n telle que :
   $250+1250\times 0{,}8^n < 500$

2. On considère la suite (u_n) définie par :
   $u_0=1500 \quad ; \quad u_{n+1}=0{,}8\cdot u_n+50 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

   Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'à la fin de son exécution la variable u a pour valeur la solution obtenue à la question précédente :

```
u ← 1500
n ← 0
Tant que ......  faire
    u ← ......
    n ← ......
Fin Tant que
```

Exercice 7856

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=65$ et pour tout entier naturel n : $\quad u_{n+1}=0{,}8\cdot u_n+18$

On admet que : $\quad u_n=90-25\times 0{,}8^n$

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
ligne 1   u ← 65
ligne 2   n ← 0
ligne 3   Tant que ......
ligne 4       n ← n+1
ligne 5       u ← 0,8×u+18
ligne 6   Fin Tant que
```

1. Recopier et compléter la ligne 3 de cet algorithme afin qu'il détermine le plus petit entier naturel n tel que :
   $u_n \geqslant 85$.

2. Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme?

3. Retrouver par le calcul le résultat de la question précédente en résolvant l'inéquation $u_n \geqslant 85$

Exercice réservé 7854

Une société propose des contrats annuels d'entretien de photocopieurs. Le directeur de cette société remarque que, chaque année, 14 % des contrats supplémentaires sont souscrits et 7 sont résiliés.
En 2017, l'entreprise dénombrait 120 contrats souscrits.
On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n est le nombre de contrats souscrits l'année 2017+n.
Ainsi, on a : $\quad u_0=120$

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a :
   $u_{n+1}=1{,}14\cdot u_n-7$

2. Compte tenu de ses capacités structurelles actuelles, l'entreprise ne peut prendre en charge que 190 contrats. Au-delà, l'entreprise devra embaucher davantage de personnel.

   On cherche donc à savoir en quelle année l'entreprise devra embaucher.
   Pour cela, on utilise l'algorithme suivant :

```
n ← 0
u ← 120
Tant que ......
    n ← n+1
    .........
Fin Tant que
Affiche 2017+n
```

   a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessus.

   b. Quelle est l'année affichée en sortie d'algorithme? Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

