Terminale ES/Probabilité conditionnelle

1. Rappels : probabilités :

Exercice 7117

Le tableau ci-dessous donne, d'après un échantillon de 800 personnes interrogés en 2005, un aperçu de la lecture de la presse quotidienne en France.

	Tous les jours ou presque	Une ou deux fois par semaine	Seulement pendant certaines périodes	Rarement	Jamais	Total
Agriculteurs exploitants	1	10	2	8	79	100
Artisans, commerçants, chefs d'entreprise	11	11	5	7	66	100
Cadres	17	16	10	18	39	100
Professions intermédiaires	8	15	7	15	55	100
Employés	6	7	4	9	74	100
Ouvriers (y compris agricoles)	4	5	3	5	83	100
Retraités	6	7	2	6	79	100
Autres inactifs	5	9	4	9	73	100
Total en effectif	58	80	37	77	548	800
Pourcentages du total	7,25 %	10 %	4,625 %			

Dans cet exercice, les résultats seront données sous forme décimale et éventuellement arrondis à 0,001 près.

Partie A.

1. La dernière ligne du tableau ci-dessous représente la part de chaque catégorie par rapport à l'échantillon total. Calculer les valeurs manquantes de cette dernière ligne.
2. Donner la probabilité qu'une personne choisie au hasard parmi les cadres ne lise jamais.

Partie B.

On choisit au hasard une personne dans cet échantillon de 800 personnes. Dans cette partie, on note les évènements suivants :

- J l'évènement : "*la personne choisie ne lit jamais*" ;
- O l'évènement : "*la personne choisie est un ouvrier*".

1. Calculer les probabilités des évènements J et O.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $J\cap O$.
3. Calculer la probabilité de l'évènement $J\cup O$

Exercice 7118

Soit $(\Omega\,;\mathcal{P})$ un espace probabilisé où A et B sont deux événements de Ω tels que :

$\mathcal{P}(A)=0{,}36 \quad ; \quad \mathcal{P}(B)=0{,}27$

1. Que peut-on dire de A et de B si $\mathcal{P}(A\cup B)=0{,}63$?
2. On suppose que : $\mathcal{P}(A\cup B)=0{,}5$:
   a. Que peut-on dire de A et de B?
   b. Quelle est la probabilité qu'un événement réalise simultanément les événements A et B.

Exercice 7119

Le comité d'entreprise d'une société parisienne souhaite organiser un week-end en province.

Une enquête est faite auprès des 1 200 employés de cette entreprise afin de connaître leur choix en matière de moyen de transport *(les seuls moyens de transport proposés sont le train, l'avion ou l'autocar)*

Les résultats de l'enquête auprès des employés de l'entreprise sont répertoriés dans le tableau suivant :

	Train	Avion	Autocar	Total
Femme	468	196	56	720
Homme	150	266	64	480
Total	618	462	120	1200

On interroge au hasard un employé de cette entreprise *(on suppose que tous les employés ont la même chance d'être interrogés)*.

F l'évènement : "*l'employé est une femme*" ;

T l'évènement : "*l'employé choisit le train*".

1. Calculer les probabilités $\mathcal{P}(F)$, $\mathcal{P}(T)$ puis déterminer la probabilité que l'employé ne choisisse pas le train *(on donnera les résultats sous forme décimale)*
2. a. Déterminer la probabilité de l'évènement $F\cap T$.
   b. En déduire la probabilité de l'évènement $F\cup T$.
3. En choisissant un employé au hasard parmi les employé n'ayant pas choisi le train, quelle est la probabilité que cet employé soit une femme? *(on donnera le résultat arrondi au millième)*

2. Rappels : loi de probabilité :

Exercice 7120

Soit $\mathcal{X}$ une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

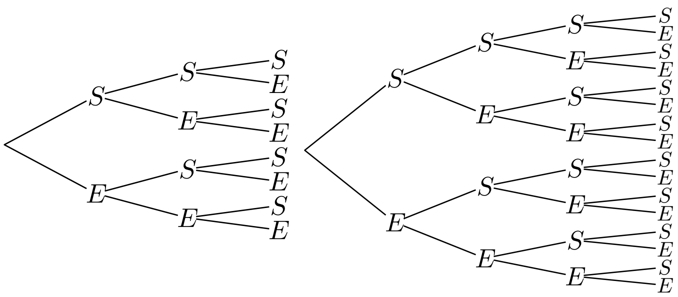
x_i	1	2	3	4	5	6
$\mathcal{P}(X=x_i)$	0,05	0,12	0,15	0,23	0,17	a

1. Déterminer la valeur de a afin que le tableau ci-dessous représente une loi de probabilité.
2. Déterminer les probabilités suivantes :
   a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 3)$ b. $\mathcal{P}(\mathcal{X}<5)$

3. Rappels : loi binomiale :

Exercice 7155

Voici les arbres de choix associés à la répétition d'une épreuve de Bernoulli respectivement 3 et 4 fois :



1. Pour la répétition trois fois de l'épreuve de Bernoulli, compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de succès	0	1	2	3
Nombre d'issues				

2. Pour la répétition quatre fois de l'épreuve de Bernoulli, compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de succès	0	1	2	3	4
Nombre d'issues					

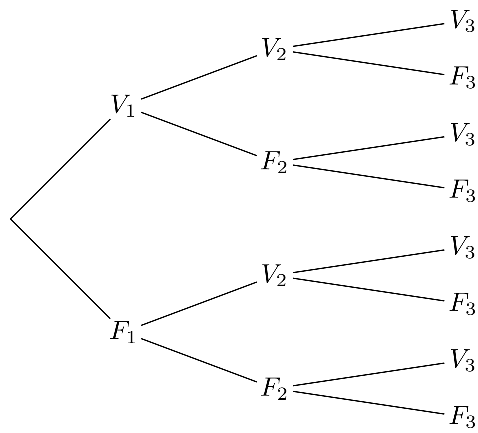
Exercice 7121

Un QCM *(questionnaire à choix multiples)* est proposé à des élèves : il comporte trois questions et pour chaque des questions, quatre réponses sont proposées dont une seule est juste.

On souhaite étudier le pourcentage de réussite à ce QCM si les élèves y répondent complétement de réponse aléatoire ; on suppose alors que les réponses données à chacune des questions sont indépendantes entre elles.

On note :
- F_i : "*La réponse fournit à la question i est fausse*" ;
- V_i : "*La réponse fournit à la question i est vraie*" ;

1. Compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



2. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui associe à chaque évènement élémentaire le nombre de bonnes réponses obtenues au QCM.
   a. Justifier que la variable alétoire $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale de paramètres 3 et 0,25.
   b. Afin d'obtenir la loi de probabilité de la variable aléatoire $\mathcal{X}$, compléter le tableau ci-dessous :

k	0	1	2	3
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$				

   c. Calculer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Exercice 7168

Le coefficient binomial $\binom{n}{k}$ permet de connaître le nombre de chemin de l'arbre de chois réalisant k succès pour n répétitions.

Ci-dessous est donnée la capture de l'écran d'une calculatrice pour le calcul du coefficient binomial $\binom{5}{3}$:

Pour une variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant une loi binomiale de paramètre n et p, la probabilité que la variable aléatoire prenne la valeur k a pour valeur :

$$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k) = \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

1. A l'aide de la calculatrice, déterminer les coefficients binomiaux ci-dessous :
   a. $\binom{5}{3}$ b. $\binom{4}{0}$ c. $\binom{4}{2}$ d. $\binom{7}{5}$
2. Considérons la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant la loi bino-

miale de paramètre $\mathcal{B}(12\,;\,0{,}3)$. Déterminer les probabilités suivantes arrondies à 10^{-4} près :

a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=3)$ a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}=7)$

3. Considérons la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suivant la loi binomiale de paramètre $\mathcal{B}(8\,;0{,}4)$. Déterminer les probabilités suivantes en passant par le complémentaire :

a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\geqslant 1)$ a. $\mathcal{P}(\mathcal{X}\leqslant 19)$

Exercice réservé 7169

On arrondira les résultats à 10^{-3} près.

Dans une fabrique de montres, lorsque les machines de productions sont bien réglès, 4 % des montres produites sont défectueuses.

Pour vérifier l'état de la production, on prélève 10 montres successivement, au hasard et indépendamment les unes des autres.

La variable aléatoire associe à ce tirage, le nombre de montres défectueuse.

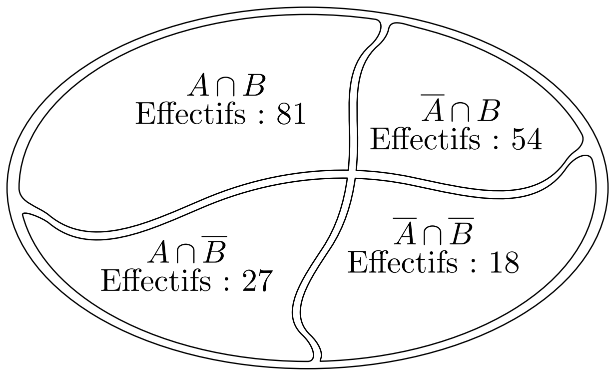
1. Justifier que la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.

2. Quelle est la probabilité qu'au moins 1 montre soit défectueuse? On arrondira la valeur à 10^{-4} près.

4. Introduction aux probabilités conditionnelles :

Exercice 7127

Dans une expérience aléatoire, on considère deux évènements A et B qui réalise la partition de l'univers représentée ci-dessous :



1. Déterminer les probabilités suivantes :

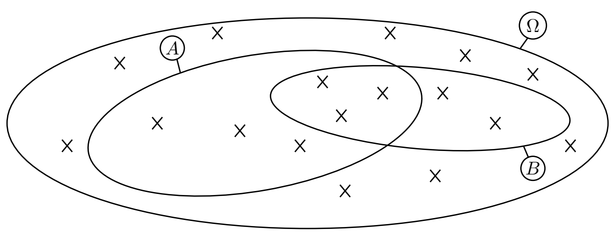
a. $\mathcal{P}(A)$ b. $\mathcal{P}(\overline{B})$ c. $\mathcal{P}(A\cap\overline{B})$

2. On modifie l'expérience aléatoire en ne considérant que l'univers constitué de l'évènement A. On note $\mathcal{P}'$ la nouvelle probabilité sur A. Déterminer la probabilité suivante :
$\mathcal{P}'(B)$

3. De même, on ne considère que les évènements issus de $\overline{B}$ et on note $\mathcal{P}''$ la probabilité sur cet univers. Déterminer la probabilité suivante : $\mathcal{P}''(\overline{A})$

Exercice 7122

On considère un ensemble Ω et deux de ses parties A et B représentés ci-dessous et dont les éléments sont représentés par des croix :



De manière équiprobable, on choisit un élément au hasard.

1. a. Quelle est la probabilité que l'élément tiré appartienne à A?

b. Sachant qu'on a tiré un élément de B, quelle est la probabilité que cet élément appartienne à A?

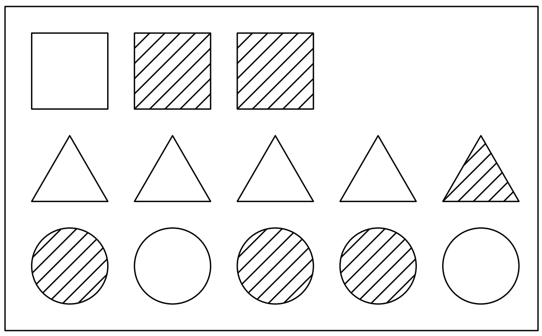
2. a. Déterminer les probailité suivantes :
$\mathcal{P}(B)$; $\mathcal{P}(A\cap B)$

b. Donner la valeur du quotient : $\dfrac{\mathcal{P}(A\cap B)}{\mathcal{P}(B)}$.

Que remarque-t-on?

Exercice réservé 7123

Un jeu consiste à secouer et renverser une bouteille afin d'en sortir un de ses éléments. Voici le contenu de cette bouteille :



1. Déterminer la probabilité des évènements suivants :

a. A : "*L'élément sorti est un carré*" ;

b. B : "*L'élément sorti est rayé*" ;

c. $A\cap B$: "*L'élément sorti est un carré rayé*".

2. a. Déterminer la valeur du quotient : $\dfrac{\mathcal{P}(A\cap B)}{\mathcal{P}(A)}$

b. La valeur $\dfrac{2}{3}$ représente quelle probabilité?

- "*la probilité d'avoir un élèment rayé parmi les élèments carrés?*"
- ou "*la probabilité d'avoir un carré parmi les élèments rayés*".

3. a. Déterminer la valeur du quotient : $\dfrac{\mathcal{P}(A\cap B)}{\mathcal{P}(B)}$

b. Compléter la phrase ci-dessous :
"*La probabilité des élèments ...... parmi les éléments ...... a une probabilité de* $\dfrac{1}{3}$ "

5. Probabilité conditionnelle : modéliser :

Exercice 7125

Une agence de location de voitures dispose de trois types de véhicules : berline, utilitaire ou luxe, et propose, au moment de la location, une option d'assurance sans franchise.
Une étude statistique a permis d'établir que :

- 30 % des clients ont loué une berline et 10 % ont loué un véhicule de luxe.
- 40 % des clients qui ont loué une berline ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 9 % des clients ont loué un véhicule de luxe et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 21 % des clients ont loué un véhicule utilitaire et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.

On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les évènements suivants :

- B : le client a loué une berline.
- L : le client a loué un véhicule de luxe.
- U : le client a loué un véhicule utilitaire.
- A : le client a choisi l'option d'assurance sans franchise.

Produire un arbre de probabilités représentant la situation ci-dessus et intégrant les données de l'énoncé.

Exercice réservé 7126

Une entreprise fabrique en grande quantité des médailles circulaires.
La totalité de la production est réalisée par deux machines M_A et M_B.
La machine M_A fournit 40 % de la production totale et M_B le reste.
La machine M_A produit 2 % de médailles défectueuses et la machine M_B produit 3 % de médailles défectueuses.

On prélève au hasard une médaille produite par l'entreprise et on considère les évènements suivants :

- A : "*la médaille provient de la machine M_A*" ;
- B : "*la médaille provient de la machine M_B*" ;
- D : "*la médaille est défectueuse*" ;
- $\overline{D}$ est l'évènement contraire de l'évènement D.

Traduire cette situation par un arbre pondéré.

6. Probabilité conditionnelle :

Exercice 7134

Un serveur, travaillant dans une pizzeria, remarque qu'en moyenne, 40 % des clients sont des familles, 25 % des clients sont des personnes seules et 35 % des clients sont des couples.

Il note aussi que :

- 70 % des familles laissent un pourboire ;
- 90 % des personnes seules laissent un pourboire ;
- 40 % des couples laissent un pourboire.

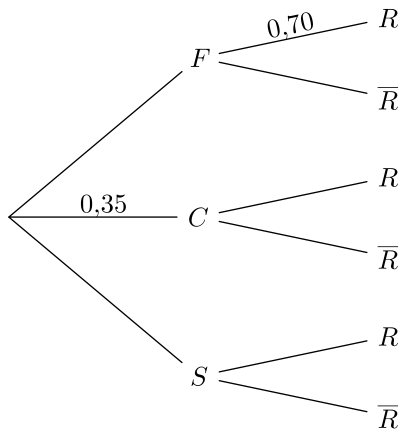
Un soir donné, ce serveur prend au hasard une table occupée dans la pizzeria.
On s'intéresse aux évènements suivants :

- F : "*la table est occupée par une famille*"
- S : "*la table est occupée par une personne seule*"
- C : "*la table est occupée par un couple*"
- R : "*le serveur reçoit un pourboire*"

On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de A et $p_B(A)$ la probabilité de A, sachant B.

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les probabilités $p(F)$ et $p_S(R)$.

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



3. Calculer $p(F \cap R)$

Exercice 7156

Amélie doit traverser la rue principale d'un village qui est jalonnée de deux feux tricolores.

Pour $n \in \{1\,;2\}$, on note E_n l'évènement "*Amélie est arrêtée par le n^e feu rouge ou orange*" et $\overline{E_n}$ l'évènement contraire. Le feu orange est considéré comme un feu rouge.

Soit p_n la probabilité de E_n et q_n celle de $\overline{E_n}$. La probabilité que le premier feu tricolore soit rouge ou orange vaut $\dfrac{1}{8}$

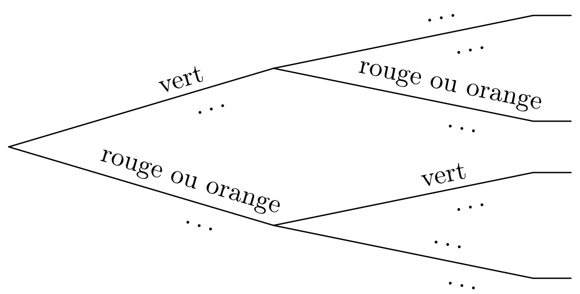
On suppose que les deux conditions suivantes sont réalisées :

- La probabilité que le second feu tricolore soit rouge ou orange, si le premier feu est rouge, vaut $\dfrac{1}{20}$.

- La probabilité que le seond feu tricolore soit rouge ou orange, si le premier feu est vert, est égale à $\dfrac{9}{20}$.

On s'intéresse, tout d'abord, aux premiers feux tricolores.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2. On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire égale au nombre de feux verts parmi ces deux feux tricolores. Déterminer la loi de probabilité de $\mathcal{X}$.

Exercice réservé 7157

La scène se passe en haut d'une falaise au bord de la mer. Pour trouver une plage et aller se baigner, les touristes ne peuvent choisir qu'entre deux plages, l'une à l'Est et l'autre à l'Ouest.

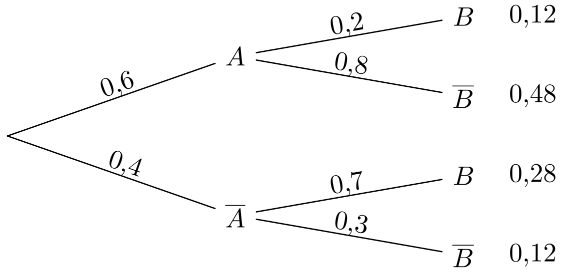
Un touriste se retrouve deux jours consécutifs en haut de la falaise. Le premier jour, il choisit au hasard l'une des deux directions. Le second jour, on admet que la probabilité qu'il choisisse une direction opposée à celle prise la veille vaut 0,8.

Pour $t=1$ ou $t=2$, on note E_t l'évènement : "*Le touriste se dirige vers l'Est le t-ème jour*" et O_t l'évènement : "*Le touriste se dirige vers l'Ouest le t-ème jour*".

1. Dresser un arbre de probabilités décrivant la situation.
2. Déterminer les probabilités suivantes :
   $\mathcal{P}(E_1)$; $\mathcal{P}_{E_1}(O_2)$; $\mathcal{P}(E_1 \cap E_2)$.
3. Calculer la probabilité que ce touriste se rende sur la même plage deux jours consécutifs.

Exercice 7124

Dans une expérience aléatoire, on considère les deux évènements A et B. L'étude de cet expérience aléatoire a permis de produire l'arbre de probabilité ci-dessous :



Donner, si possible, par lecture de l'arbre les probabilités suivantes :

a. $\mathcal{P}(A)$ b. $\mathcal{P}(\overline{A} \cap B)$ c. $\mathcal{P}(A \cap \overline{B})$

d. $\mathcal{P}_B(\overline{A})$ e. $\mathcal{P}_A(B)$ f. $\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)$

7. Formule des probabilités totales :

Exercice réservé 7135

Un investisseur souhaite acheter un appartement dans l'objectif est de le louer. Pour cela, il s'intéresse à la rentabilité locative de cet appartement.
Les trois parties peuvent être traités indépendamment. Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-4}.

On considère deux types d'appartement :

- Les appartements d'une ou deux pièces notés respectivement $T1$ et $T2$;
- Les appartements de plus de deux pièces.

Une étude des dossiers d'appartements loués dans un secteur ont montré que :

- 35 % des appartements loués sont de type $T1$ et $T2$;
- 45 % des appartement loués de type $T1$ ou $T2$ sont rentables ;
- 30 % des appartements loués, qui ne sont ni de type $T1$ ni de type $T2$, sont rentables.

On choisit un dossier au hasard et on considère les évènements suivants :

- T : "*l'appartement est de type $T1$ ou $T2$*" ;
- R : "*l'appartement loué est rentable*" ;
- $\overline{T}$ est l'évènement contraire de T et $\overline{R}$ est l'évènement contraire de R.

1. Traduire cette situation par un arbre pondéré.
2. Montrer que la probabilité qu'un appartement loué soit rentable est égale à 0,3525.

Exercice 7110

A une sortie d'autoroute, la gare de péage comporte trois voies.
Une étude statistique a montré que :

- 28 % des automobilistes empruntent la voie de gauche, réservée aux abonnées ; un automobiliste empruntant cette voie franchit toujours le péage en moins de 10 secondes ;
- 52 % des automobilistes empruntent la voie du centre, réservée au paiement par carte bancaire ; parmi ces derniers, 75 % franchissent le péage en moins de 10 secondes ;
- les autres automobilistes empruntent la voie de droite en utilisant un autre moyen de paiement *(pièces ou billets)*.

On choisit un automobiliste au hasard et on considère les évènements suivants :

- G : "*l'automobiliste emprunte la voie de gauche*" ;
- C : "*l'automobiliste emprunte la voie du centre*" ;
- D : "*l'automobiliste emprunte la voie de droite*" ;
- T : "*l'automobiliste franchit le péage en moins de 10 secondes*".

On note $\overline{T}$ l'évènement contraire de l'évènement T.

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation. Cette arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.

2. Calculer la probabilité $p(C \cap T)$.

3. L'étude a aussi montré que 70 % des automobilistes passent le péage en moins de 10 secondes.

   a. Justifier que $p(D \cap T) = 0{,}03$.

   b. Calculer la probabilité qu'un automobiliste empruntant la voie de droite passe le péage en moins de 10 secondes.

Exercice réservé 7113

Un téléphone portable contient en mémoire 3 200 chansons archivées par catégories : rock, techno, rap, reggae… dont certaines sont interprétées en français.
Parmi toutes les chansons enregistrées, 960 sont classées dans la catégorie rock.

Une des fonctionnalités du téléphone permet d'écouter de la musique en mode "*lecture aléatoire*" : les chansons écoutés sont choisies au hasard et de façon équiprobable parmi l'ensemble du répertoire.

Au cours de son footing hebdomadaire, le propriétaire du téléphone écoute une chanson grâce à ce mode de lecture.
On note :

- R l'évènement : "*la chanson écoutée est une chanson de la catégorie rock*" ;
- F l'évènement : "*la chanson écoutée est interprétée en français*".

1. Calculer $p(R)$, la probabilité de l'évènement R.

2. 35 % des chansons de la catégorie rock sont interprétées en français ; traduire cette donnée en utilisant les évènements R et F.

3. Calculer la probabilité que la chanson écoutée soit une chanson de la catégorie rock et qu'elle soit interprétée en français.

4. Parmi toutes les chansons enregistrées 38,5 % sont interprétées en français.
   Montrer que : $p\big(F \cap \overline{R}\big) = 0{,}28$

5. En déduire $p_{\overline{R}}\big(F\big)$ et exprimer par une phrase ce que signifie ce résultat.

Exercice 7115

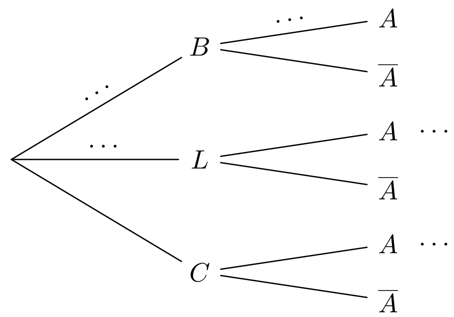
Une agence de location de voitures dispose de trois types de véhicules : berline, utilitaire ou luxe, et propose, au moment de la location, une option d'assurance sans franchise.
Une étude statistique a permis d'établir que :

- 30 % des clients ont loué une berline et 10 % ont loué un véhicule de luxe.
- 40 % des clients qui ont loué une berline ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 9 % des clients ont loué un véhicule de luxe et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.
- 21 % des clients ont loué un véhicule utilitaire et ont choisi l'option d'assurance sans franchise.

On prélève au hasard la fiche d'un client et on considère les évènements suivants :

- B : le client a loué une berline.
- L : le client a loué un véhicule de luxe.
- U : le client a loué un véhicule utilitaire.
- A : le client a choisi l'option d'assurance sans franchise.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre avec les données de l'énoncé.



2. Quelle est la probabilité que le client ait loué une berline et ait choisi l'option d'assurance sans franchise?

3. Calculer la probabilité qu'un client ait choisi l'option d'assurance sans franchise.

4. Calculer $\mathcal{P}_L(A)$, la probabilité que le client ait souscrit une assurance sans franchise sachant qu'il a loué une voiture de luxe.

Exercice 7109

Un centre de loisirs destiné aux jeunes de 11 ans à 18 ans compte 60 % de collégiens et 40 % de lycéens.

Le directeur a effectué une étude statistique sur la possession de téléphones portables. Cette étude a montré que 80 % des jeunes possèdent un téléphone portable et que, parmi les collégiens, 70 % en possèdent un.

On choisit au hasard un jeune du centre de loisirs et on s'intéresse aux évènements suivants :

- C : "*le jeune choisi est un collégien*" ;
- L : "*le jeune choisi est un lycéen*" ;
- T : "*le jeune choisi possède un téléphone portable*".

> *Rappel des notations :*
> Si A et B sont deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $p_B(A)$ désigne la probabilité de A sachant que l'évènement B est réalisé.
> On note aussi $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.

1. Donner les probabilités : $p(C)$, $p(L)$, $p(T)$, $p_C(T)$.

2. Faire un arbre de probabilités représentant la situation et commencer à la renseigner avec les données de l'énoncé.

3. Calculer la probabilité que le jeune choisi soit un collégien possédant un téléphone portable.

4. Calculer la probabilité que le jeune choisi soit un collégien sachant qu'il possède un télélphone portable.

5. a. Calculer $p\big(T \cap L\big)$, en déduire $p_L(T)$.

   b. Compléter l'arbre construit dans la question 2..

8. Formule des probabilités totales et inversion de la condition :

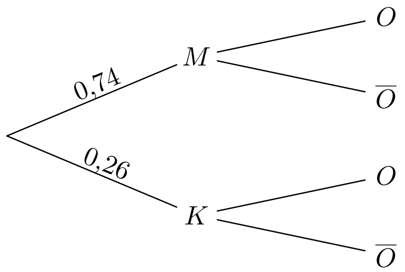
Exercice 7138

D'après une étude récente, il y a 216 762 médecins en France métropolitaine parmi lesquels 0,6 % pratiquent l'osthéopathie et on compte 75 164 kinésithérapeutes parmi lesquels 8,6 % pratiquent l'osthéopathie.

On choisit une personne au hasard parmi les médecins et les kinésithérapeutes.
On note les évènements suivants :

- M : "*la personne choisie est médecin*" ;
- K : "*la personne choisie est kinésithérapeute*" ;
- O : "*la personne choisie pratique l'ostéopathie*".

On représente la situation à l'aide de l'arbre pondéré suivant :



1. Reproduire l'arbre de probabilité puis le compléter.
2. Montrer que la probabilité $\mathcal{P}(O)$ est égale à 0,026 8.
3. Un patient vient de suivre une séance d'ostéopathie chez un praticien d'une des deux catégories.
Détermine la probabilité que le praticien soit un kinésithérapeute. Donner le résultat arrondi au centième.

Exercice 7166

Un marathon est une épreuve sportive de course à pied.
Dans cet exercice, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-3} près.

Une étude portant sur le marathon de Tartonville montre que :

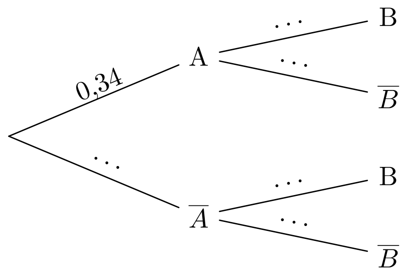
- 34 % des coureurs terminent la course en moins de 234 minutes ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en moins de 234 minutes, 5 % ont plus de 60 ans ;
- parmi les coureurs qui terminent la course en plus de 234 minutes, 84 % ont moins de 60 ans.

On sélectionne au hasard un coureur et on considère les évènements suivants :

- A : "*le coureur a terminé le marathon en moins de* 234 *minutes*" ;
- B : "*le coureur a moins de* 60 *ans*".

On rappelle que si E et F sont deux évènements, la probabilité de l'évènement E est notée $\mathcal{P}(E)$ et celle de E sachant F est notée $\mathcal{P}_F(E)$. De plus, $\overline{E}$ désigne l'évènement contraire de E.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous associé à la situation de l'exercice :



2. a. Calculer la probabilité que la personne choisie ait terminé le marathon en moins de 234 minutes et soit âgée de plus de 60 ans.
   b. Vérifier que : $\mathcal{P}(\overline{B}) \approx 0{,}123$
   c. Calculer $\mathcal{P}_{\overline{B}}(A)$ et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.

Exercice réservé 7111

Un fabricant produit des pneus de deux catégories, la catégorie "*pneu neige*" et la catégorie "*pneu classique*". Sur chacun d'eux, on effectue des tests de qualité pour améliorer la sécurité.
On dispose des informations suivantes sur le stock de production :

- le stock contient 40 % de pneus neige ;
- parmi les pneus neige, 92 % ont réussi les tests de qualité.
- parmi les pneus classiques, 96 % ont réussi les test de qualité.

Un client choisit un pneu au hasard dans le stock de production. On note :

- N l'évènement : "*Le pneu choisi est un pneu neige*"
- C l'évènement : "*Le pneu choisi est un pneu classique*"
- Q l'évènement : "*Le pneu choisi a réussi les tests de qualité*".

Dans tout cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

1. Illustrer la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $N \cap Q$ et interpréter ce résultat par une phrase.
3. Montrer que : $p(Q) = 0{,}944$
4. Sachant que le pneu choisi a réussi les tests de qualité, quelle est la probabilité que ce pneu soit un pneu neige?

Exercice 7112

On s'intéresse à l'ensemble des demandes de prêts immobiliers auprès de trois grandes banques.
Une étude montre que 42 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Karl, 35 % des demandes de prêts sont déposées auprès de la banque Lofa, alors que cette proportion est de 23 % pour la banque Miro.

Par ailleurs :

- 76 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Karl sont acceptées ;
- 65 % des demandes de prêts déposées auprès de la

banque Lofa sont acceptées ;

- 82 % des demandes de prêts déposées auprès de la banque Miro sont acceptées.

On choisir au hasard une demande de prêt immobilier parmi celles déposées auprès des trois banques.
On considère les évènements suivants :

- K : *“la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Karl”* ;
- L : *“la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Lofa”* ;
- M : *“la demande de prêt a été déposée auprès de la banque Miro”* ;
- A : *“la demande de prêt est acceptée.”*

Dans tout l'exercice, on donnera, si nécessaire, des valeurs approchées au millième des résultats.

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité que la demande de prêt soit déposée auprès de la banque Karl et soit acceptée.
3. Montrer que : $\mathcal{P}(A) \approx 0{,}735$
4. La demande de prêt est acceptée. Calculer la probabilité qu'elle ait été déposée à la banque Miro.

9. Arbre non symétrique :

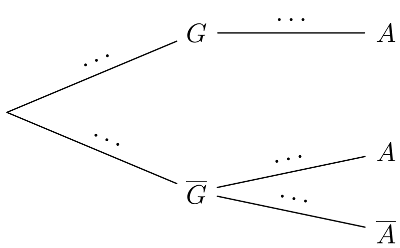
Exercice 7133

Une société s'est intéressée à la probabilité qu'un de ses salariés, choisi au hasard, soit absent durant une semaine donnée de l'hiver 2014.
On a évalué à 0,07 la probabilité qu'un salarié ait la grippe une semaine donnée. Si le salarié a la grippe, il est alors absent.
Si le salarié n'est pas grippé cette semaine là, la probabilité qu'il soit absent est estimée à 0,04.

On choisit un salarié de la société au hasard et on considère les évènements suivants :

- G : le salarié a la grippe une semaine donnée ;
- A : le salarié est absent une semaine donnée.

1. Reproduire et compléter l'arbre en indiquant les probabilités de chacune des branches.



2. Montrer que la probabilité $p(A)$ de l'évènement A est égale à 0,1072.

Exercice réservé 7216

En Janvier 2015, le directeur d'un musée d'art contemporain commande une enquête concernant les habitudes des visiteurs.

Le musée dispose d'un site internet. Pour acheter son billet, une personne intéressée peut se rendre au guichet d'entrée du musée ou commander un billet en ligne.
Trois types de visites sont proposés :

- La visite individuelle sans location d'audioguide.
- La visite individuelle avec location d'audioguide.
- La visite en groupe d'au moins 10 personnes. Dans ce cas, un seul billet est émis pour le groupe.

Le site internet permet uniquement d'acheter les billets individuels avec ou sans audioguide.

Pour la visite de gropue, il est nécessaire de se rendre au guichet d'entrée du musée.

Sur l'année 2015 l'enquête a révélé que :

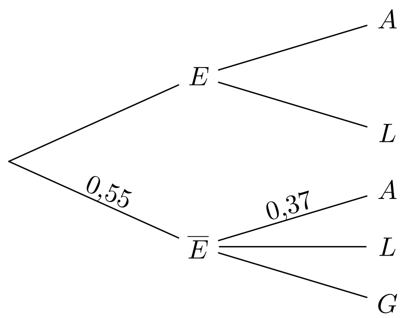
- 55 % des billets d'entrée ont été achetés au guichet du musée ;
- parmi les billets achetés au guichet du musée, 51 % des billets correspondent à des visites individuelles sans location d'audioguide, et 37 % à des visites avec location d'audioguide ;
- 70 % des billets achetés en ligne correspondent à des visites individuelles sans location d'audioguide.

On choisit au hasard un billet d'entrée au musée acheté en 2015.
On considère les évènements suivants :

- E : *“le billet a été acheté en ligne”* ;
- A : *“le billet correspond à une visite individuelle avec location d'audioguide”* ;
- L : *“le billet correspond à une visite individuelle sans location d'audioguide”* ;
- G : *“le billet correspond à une visite de groupe”*

On rappelle que si E et F sont deux évènements, $p(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé. On note $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant qui représente la situation décrite dans l'énoncé :



2. Montrer que la probabilité que le billet ait été acheté en ligne et corresponde à une visite individuelle avec location d'audioguide est égale à 0,135.
3. Montrer que : $p(A) = 0{,}3385$

4. Le billet choisi correspond à une visite individuelle avec location d'audioguide. Quelle est la probabilité que ce billet ait été acheté au guichet du musée?
On arrondira le résultat au millième.

10. Probabilité conditionnelle et loi binomiale :

Exercice 7136

Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :

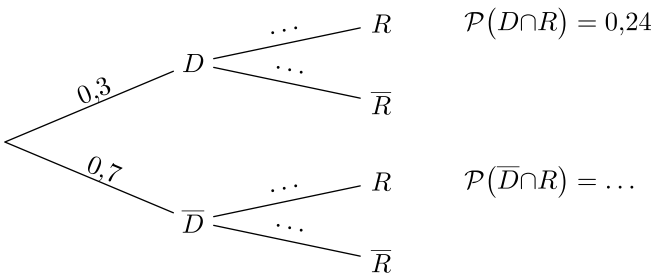
- premier temps : étude du dossier présenté par le candidat ;
- deuxième temps : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en oeuvre par l'entreprise est le suivant :

- si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretient par le directeur des ressources humaines ;
- si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests pui est reçu en entretien par le directeur de l'entreprise.

Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas.

En choisissant un candidat au hasard, on construit une expérience aléatoire dont l'arbre de probabilité est représenté ci-dessous avec quelques unes des données récupérées de la publication :



où D est l'évènement "*le candidat a un dossier jugé de bonne qualité*" et R l'évènement "*le candidat est recruté par l'entreprise*".

1. a. Déterminer la probabilité $\mathcal{P}_D(R)$.

   b. De plus que, on sait 38 % des candidats ont été recrutés. En déduire la probabilité $\mathcal{P}_{\overline{D}}(R)$.

   c. Compléter l'arbre de probalité.

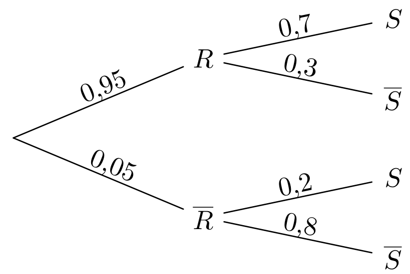
2. Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par $\mathcal{X}$ la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.

   a. Justifier que $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=0{,}38$.

   b. Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée.
   On donnera la valeur exacte puis une valeur du résultat arrondie à 10^{-3}.

Exercice réservé 7139

Une enquête a été réalisée auprès des élèves inscrits à la demi-pension d'un lycée. Les résultats permettent de construire l'arbre de probabilité ci-dessous :



On choisit un élève au hasard parmi les élèves inscrits à la demi-pension.
On note les évènements suivants :

- R l'évènement : "*l'élève mange régulièrement à la cantine*" ;
- S l'évènement : "*l'élève est satisfait*".

On note $\overline{R}$ et $\overline{S}$ les évènements contraires de R et S.

1. a. Montrer que la probabilité de l'évènement S est égale à 0,675.

   b. Sachant que l'élève n'est pas satisfait de la qualité des repas, calculer la probabilité qu'il mange régulièrement à la cantine. Donner le résultat arrondi à 10^{-3}.

2. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves inscrits à la demi-pension.

   On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire égale au nombre d'élèves déclarant être satisfaits de la qualité des repas. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale.

   Les résultats seront arrondis au millième.

   a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

   b. Calculer la probabilité de l'évènement A : "*les quatre élèves sont satisfaits de la qualité des repas*".

   c. Décrire à l'aide d'une phrase l'évènement $\overline{A}$ et calculer sa probabilité.

Exercice réservé 7217

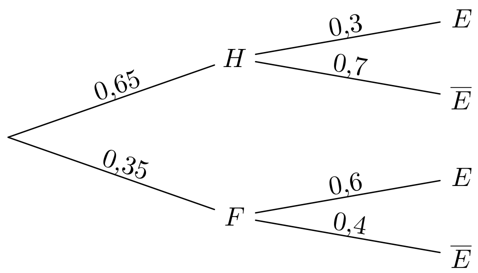
Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle. Certaines des personnes contactées écoutes les explications, les autres raccrochant aussitôt *(ou se déclarant immédiatement non intéressés)*.

On choisit au hasard une personne dans le fichier clients. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie. On note H l'évènement "*la personne choisie est un homme*", F l'évènement "*la personne choisie est une femme*", E l'évènement "*la personne choisie écoute les explications du démarcheur*" et $\overline{E}$ l'évènement contraire de E.

Rappel des notations :
Si A et B sont deux évènements donnés, $\mathcal{P}(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $\mathcal{P}_B\left(A\right)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

Partie A

L'étude porté a permis d'établir l'arbre de probabilité ci-dessous :



Pour chaque proposition, une seule des réponses est correcte. Recopier le numéro de la réponse et la valeur choisie sur votre copie. Aucune justification n'est demandée.

1. La probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à :

   a. 0,195 b. 0,21 c. 0,405 d. 0,595

2. Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute, la probabilité que ce soit un homme arrondie au centième est égale à :

   a. 0,48 b. 0,52 c. 0,76 d. 0,24

Partie B

Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent également de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.
Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.
On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.
On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

1. Justifier que la variable aléatoire $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

2. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné. *(On arrondira le résultat au centième)*

3. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné. *(On donnera une valeur arrondie au dix-millième).*

Exercice 7312

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires. L'enquête révèle que 56,75 % des élèves de l'établissement sont favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale.

1. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

Les résultats seront arrondis à 10^{-4} près.

2. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

3. Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Exercice réservé 7137

Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :

- premier temps : étude du dossier présenté par le candidat ;
- deuxième temps : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en oeuvre par l'entreprise est le suivant :

- si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretient par le directeur des ressources humaines ;
- si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests pui est reçu en entretien par le directeur de l'entreprise.

Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas.

A l'issue de cette campagne de recrutement, l'entreprise publie les résultats suivants :

- 30 % des candidats avaient un dossier jugé de bonne qualité ;
- 20 % des candidats n'ayant pas un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés ;
- 38 % des candidats ont été recrutés.

1. On prend un candidat au hasard et on note :

   - D l'évènement "*le candidat a un dossier jugé de bonne qualité*" ;
   - R l'évènement "*le candidat est recruté par l'entreprise*".

   a. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

   b. Calculer la probabilité que le candidat n'ait pas un dossier de bonne qualité et ne soit pas recruté par l'entreprise.

   c. Montrer que la probabilité de l'évènement $D \cap R$ est égale à 0,24.

   d. En déduire la probabilité qu'un candidat soit recruté sachant que son dossier est jugé de bonne qualité. Compléter l'arbre pondéré réalisé dans la question a..

2. Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par $\mathcal{X}$ la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.

   a. Justifier que $\mathcal{X}$ suit une loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=0,38$.

b. Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée.

On donnera la valeur exacte puis une valeur du résultat arrondie à 10^{-3}.

