Term L spé/Probabilité et statistiques

1. Probabilite :

Exercice 127

Une urne contient cinq boules bleues, numérotées de 1 à 5, quatre boules vertes numérotées de 1 à 4 et une boule rouge portant le numéro 1.
Ces boules étant indiscernables au toucher, dans chacune des deux parties, les différentes éventualités sont équiprobables.

Note : Les probabilités demandées seront présentées sous forme de fractions irréductibles

Partie 1 : tirages simultanés

On tire simultanément deux boules

1. Calculer le nombre de tirages possibles.
2. Calculer la probabilité d'obtenir deux boules vertes
3. Calculer la probabilité d'obternir deux boules de la même couleur
4. Calculer la probabilité d'obternir au moins une boule bleue.

Partie 2 : tirages successifs

On tire une boule, on note son numéro, puis sans remettre cette première boule tirée dans l'urne, on tire une autre boule et on note aussi son numéro. Avec ces deux numéros ainsi obtenus, on forme un entier naturel comportant deux chiffres. Le premier numéro tiré est pris comme chiffre des dizaines et le second comme chiffre des unités.

1. Calculer le nombre de tirages possibles.
2. Calculer la probabilité d'obtenir l'entier 24.

Exercice réservé 133

Au cours d'une expérience sur les animaux, on place un rat au départ d'un parcourt et il doit choisir une porte de sortie parmi 3 portes :

- s'il emprunte la porte A, il sort
- s'il emprunte l'une des portes B ou C, il est ramené au départ, et cela jusqu'à ce qu'il choisisse la porte A.

On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles

Partie A :

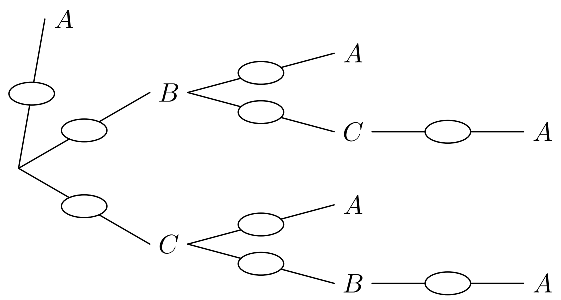
On suppose que lerat n'a aucune mémoire : il choisit une porte au hasard et peut emprunter la même porte plusieurs dois de suite. Chaque porte a donc la même probabilité d'être choisie.

1. Quelle est la probabilité pour qu'il sorte dès le premier essaie?
2. Quelle est la probabilité pour qu'il ne sorte qu'au deuxième essai *(le premier étant manqué et le deuxième est réussi)*?
3. Quelle est la probabilité pour qu'il ne sorte qu'au quatrième essai?

Partie B :

On suppose que le rat a une mémoire parfaite : à chaque étape, il choisit au hasard l'une des portes qu'il n'a jamais empruntée.

1. Sur l'annexe ci-dessous *(rendre avec la copie)*, compléter l'arbre par les pondérations.



2. $\mathcal{X}$ désigne le nombre d'essais qu'il lui faut pour sortir. Quelles valeurs peut prendre le nombre $\mathcal{X}$?
3. Compléter le tableau ci-dessous :

Valeur de $\mathcal{X}$	1	2	3
Probabilité	$\frac{1}{3}$		

2. Probabilite conditionnelle :

Exercice réservé 121

Voici un tableau à double entrée représentant la langue choisie en option dans une classe de 34 élèves :

1. a. Compléter le tableau suivant :

	Allemand	Espagnol	Total
Garçons		10	17
Fille			
Total	19		

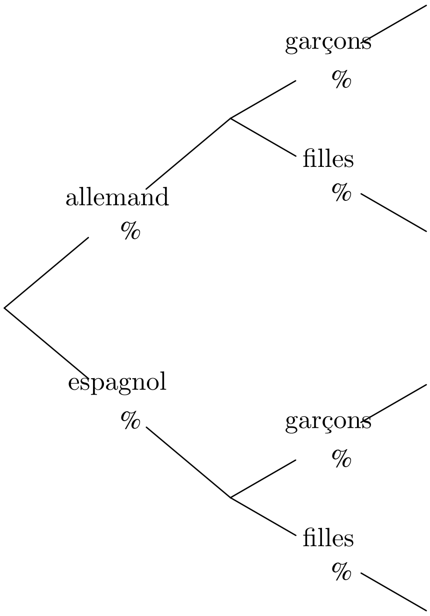
b. Déterminer la fréquence des garçons pratiquant l'allemand relativement à l'ensemble de la classe.

2. (a.) Déterminer parmi les garçons, la fréquence des élèves pratiquand l'espagnol.

(b.) Compléter le tableau de fréquences suivant :

	Allemand	Espagnol
Garçons		
Fille		
Total	100 %	100 %

(c.) Compléter l'arbre des fréquences suivant :



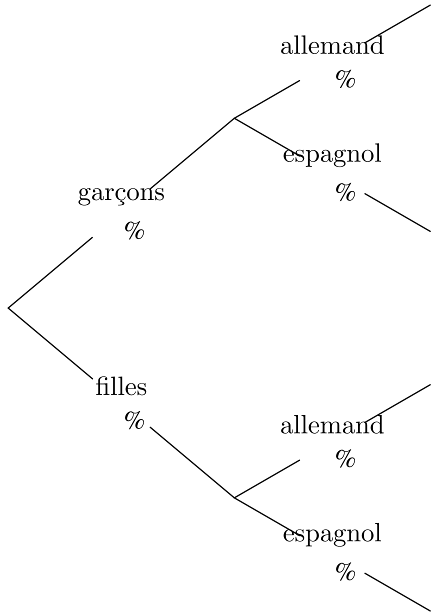
(d.) Retrouver, à partir de l'arbre des fréquences, la fréquence des garçons pratiquant l'allemand *(question **1.** (d.))*

3. (a.) Déterminer parmi les pratiquants de l'allemand, la fréquence des garçons.

(b.) Compléter le tableau suivant :

	Allemand	Espagnol	Total
Garçons			100 %
Fille			100 %

(c.) Compléter l'arbre de fréquences suivant :



(d.) Retrouver la fréquence, à partir de cet arbre, des garçons pratiquant l'allemand relativement à l'ensemble de la classe *(question **1.** (d.))*

Exercice 134

Une chaîne de fabrication produit des rasoirs jetables en très grand nombre.

A la sortie de la chaîne, chaque rasoir subit un test de contrôle par un automate.

L'automate rejette les rasoirs présentant un défaut. Il arrive cependant que le test ne décèle pas un défaut et laisse passer le rasoir, ou au contraire rejette un rasoir qui ne présente aucun défaut.

Une étude statistique fait sur un très grand nombre de rasoirs a en fait montré que :

- lorsque le rasoir est correctement fabriqué, le test confirme cela et accepte l'objet dans 998 cas sur 1000.
- si le rasoir q un défaut de fabrication, le test détecte ce défaut et rejette le rasoir dans 985 cas sur 1000.
- sur 1000 rasoirs fabriqués, 980 n'ont aucun défaut, les qutres sont défectueux.

On choisit un rasoir au hasard.
On note dans la suite :

- D : l'événement "*le rasoir n'a pas de défaut de fabrication*",
- $\overline{D}$: l'événement contraire de D,
- A : l'événement "*le test accepte le rasoir*"
- $\overline{A}$: l'événement contraire de A

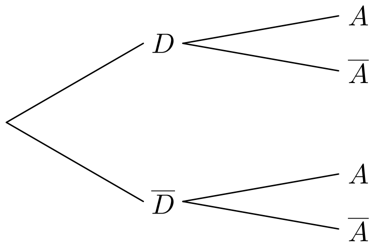
1. Décrire chacun des événement suivants par une phrase :

$$\overline{D}\cap A \quad ; \quad \overline{D}\cap\overline{A} \quad ; \quad D\cap A,\ D\cap\overline{A}$$

2. A l'aide de l'énoncé, donner les probabilités suivantes :

- $\mathcal{P}_D(A)$ *(probabilité de A sachant que D est réalisé)*
- $\mathcal{P}_{\overline{D}}\left(\overline{A}\right)$

3. (a.) Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant en faisant figurer les résultats exacts



(b.) Quelle est la probabilité qu'un rasoir soit accepté après le test de contrôle? Donner l'arrondi avec une précision de 10^{-4}.

Exercice 137

Dans tout l'exercice, on donnera les résultats arrondis à 10^{-4}

Les résultats d'une enquête concernant les véhicules circulant en France montrent que :

- 88 % des véhicules contrôlés ont des freins en bon état ;
- parmi les véhicules contrôlés ayant des freins en bon état, 92 % ont un éclairage en bon état ;
- parmi les véhicules contrôlés ayant des freins défectueux, 80 % ont un éclairage en bon état.

On choisit au hasard un des véhicules concernés par l'enquête. Il y a équiprobabilité des choix.
On note F l'événement "*le véhicule contrôlé a des freins en bon état*".
On note E l'événement "*le véhicule contrôlé a un éclairage en bon état*".

$\overline{E}$ et $\overline{F}$ désignent les événements contraires de E et F.

1. Décrire cette situation à l'aide d'un arbre.
2. (a.) Déterminer la probabilité $\mathcal{P}(\overline{F})$ de l'événement $\overline{F}$.

   (b.) Quelle est la probabilité $\mathcal{P}_{\overline{F}}(\overline{E})$, probabilité que l'éclairage ne soit pas en bon état, sachant que les freins ne sont pas en bon état.

   (c.) Montrer que la probabilité $\mathcal{P}(E \cap F)$ de l'événement $E \cap F$ est égale à 0,8096.

   (d.) Quelle est la probabilité pour que le véhicule ait un éclairage en bon état?

   (e.) Tout conducteur d'un véhicule concerné par l'enquête ayant des freins ou un éclairage défectueux, doit faire réparer son véhicule. Calculer la probabilité pour qu'un conducteur ait des réparations à effectuer sur ses freins ou son éclairage.

Exercice réservé 138

A la ferme "*La ferme de la Poule Pondeuse*", chaque jour on produit des oeufs de deux taille différentes :

- 60% des oeufs sont moyens et 40% des oeufs sont gros.

Les oeufs sont classés en deux catégories : ceux de qualité ordinaire et ceux de qualité supérieure.

On a remarqué que :

- 50 % des oeufs moyens sont de qualité ordinaire,
- 20% des gros oeufs sont de qualité ordinaire

On choisit un oeuf au hasard. Le choix au hasard d'un oeuf dans la production du jour signifie qu'on se place dans un modèle avec équiprobabilité.

On définit les événements suivants :

- M : "*l'oeuf est moyen*"
- G : "*l'oeuf est gros*"
- O : "*l'oeuf est de qualité ordinaire*"
- S : "*l'oeuf est de qualité supérieure*"

1. Donner les probabilités suivantes :
   - $P(G)$: probabilité que l'oeuf soit gros,
   - $P_G(S)$: probabilité que l'oeuf soit de qualité supérieure sachant qu'il est gros.
2. Démontrer que la probabilité de prendre un oeuf gros et de qualité supérieure est égale à 0,32.
3. Calculer la probabilité $\mathcal{P}(M \cap S)$ que l'oeuf soit moyen et de qualité supérieure, puis la probabilité $P(S)$ de l'événement S.

Exercice 139

Rappels :

- On note $\mathcal{P}(A)$ la probabilité d'un événement A, "A et B" ou "$A \cap B$" l'intersection de deux événements A et B.
- On note $\mathcal{P}_B(A)$ la probabilité qu'un événement A se réalise, sachant qu'un événement B *(de probabilité non nulle)* est déjà réalisé. On a :
  $\mathcal{P}_B(A) = \dfrac{\mathcal{P}(A \cap B)}{\mathcal{P}(B)} = \dfrac{\mathcal{P}(A \text{ et } B)}{\mathcal{P}(B)}$.

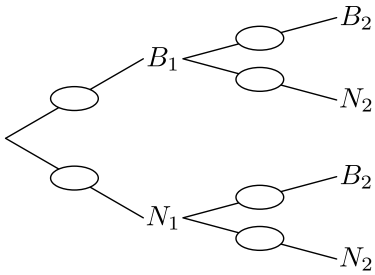
On dispose de deux urnes numérotées 1 et 2.
L'urne 1 contient une boule blanche et une boule noire.
L'urne 2 contient deux boules noires et une boule blanche.

On réalise l'expérience aléatoire suivante : on tire au hasard une boule dans l'urne 1 et on la met dans l'urne 2, puis on tire au hasard une boule dans l'urne 2.
On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

On note :

- N_1 l'événement : "*La boule tirée de l'urne 1 est noire*" ;
- B_1 l'événement : "*La boule tirée de l'urne 1 est blanche*" ;
- N_2 l'événement : "*La boule tirée de l'urne 2 est noire*" ;
- B_2 l'événement : "*La boule tirée de l'urne 2 est blanche*"

1. Donner les valeurs de $\mathcal{P}(B_1)$ et $\mathcal{P}(N_1)$.
2. Montrer que : $\mathcal{P}_{B_1}(B_2) = \dfrac{1}{2}$.
   De la même façon donner les valeurs de :
   $\mathcal{P}_{B_1}(N_2) \quad ; \quad \mathcal{P}_{N_1}(B_2) \quad ; \quad \mathcal{P}_{N_1}(N_2)$.
3. Compléter l'arbre de probabilités donné en annexe 2.
4. Calculer $\mathcal{P}(B_1 \text{ et } B_2)$.
5. Montrer que $\mathcal{P}(B_2) = \dfrac{3}{8}$ puis calculer $\mathcal{P}(N_2)$.
6. Sachant qu'on vient de tirer une boule blanche dans l'urne 2, quelle est la probabilité qu'on ait tiré auparavant une boule blanche dans l'urne 1?



Exercice 123

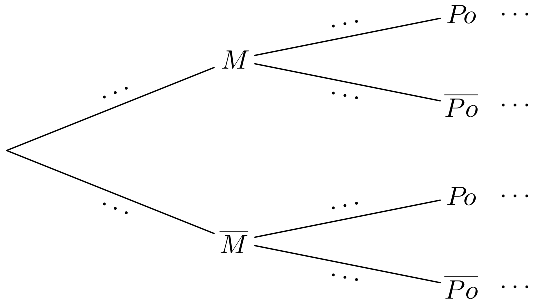
Rappels

- On note $\overline{A}$ l'événement contraire d'un évènement A, $\mathcal{P}(A)$ la probabilité d'un événement A,
- "A et B" ou $A \cap B$ l'intersection de deux évènements A et B,
- "A ou B" ou $A \cup B$ la réunion de deux évènements A et B.
- $P_B(A)$ la probabilité qu'un évènement A se réalise, sachant qu'un évènement B *(de probabilité nulle)* est déjà réalisé. On a :
$$\mathcal{P}_B(A) = \frac{\mathcal{P}(A \cap B)}{\mathcal{P}(B)} = \frac{\mathcal{P}(A \text{ et } B)}{\mathcal{P}(B)}$$

Dans un pays européen, 12 % des moutons sont atteints par une maladie.
Un test de dépistage de cette maladie vient d'être mis sur le marché mais il n'est pas totalement fiable.
Une étude a montré que quand le mouton est malade le test est positif dans 93 % des cas ; quand le mouton est sain, le test est négatif dans 97 % des cas.

On choisit un mouton au hasard et on le soumet au test de dépistage de la maladie.
On note M l'événement "*le mouton est malade*".
On note Po l'événement "*le test est positif*".

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



2. Calculer les probabilités des évènements A, B, C suivants :
   - A : "Le mouton est malade et le test est positif"
   - B : "Le mouton est sain et le test est positif"
   - C : "Le mouton est malade et le test est négatif".
3. En déduire que la probabilité de l'événement Po est égale à 0,138.
Quelle est la probabilité que le test soit négatif?
4. Dans cette question les résultats seront arrondis au millième.
   a. Sachant qu'un mouton a un test positif, quelle est la probabilité qu'il ne soit pas malade?
   b. Sachant qu'un mouton a un test négatif, quelle est la probabilité qu'il soit malade?

Exercice réservé 136

Un jardinier a à sa disposition un sac rempli de 1000 bulbes de tulipes. Parmi ceux-ci :

- 60 % sont des bulbes de tulipe jaune ;
- 25 % sont des bulbes de tulipe rouge ;
- le reste est constitué de bulbes de tulipe noire.

Par ailleurs :

- 28 % de la totalité de ces bulbes ne fleuriront pas ;
- 80 % des bulbes de tulipes jaune fleuriront ;
- 60 bulbes de tulipe noire ne fleuriront pas.

Partie A

Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

	Nombre de bulbes de tulipe jaune	Nombre de bulbes de tulipe rouge	Nombre de bulbes de tulipe noire	Total
Nombre de bulbes de tulipe qui fleuriront				
Nombre de bulbes de tulipe qui ne fleuriront pas				
Total				1000

Partie B

Le jardinier tire dans son sac un bulbe au hasard. On note :

- F l'événement : "*Le bulbe fleurira*" ;
- J : "*Le bulbe est celui d'une tulipe jaune*" ;
- R : "*Le bulbe est celui d'une tulipe rouge*" ;
- N : "*Le bulbe est celui d'une tulipe noire*".

1. Déterminer les probabilités des événements suivants : $J \cap F$, J, F, $J \cup F$.
2. Les évènements Jet F sont-ils indépendants? Justifier la réponse.
3. a. Montrer que la probabilité que le bulbe soit celui d'une tulipe noire, sachant qu'il fleurira est 0,125.
   b. Sachant que le bulbe est celui d'une tulipe noire, déterminer la probabilité qu'il ne fleurisse pas.

On rappelle :
- la formule donnant la probabilité de B sachant A :
$$\mathcal{P}_A(B) = \frac{\mathcal{P}(A \cap B)}{\mathcal{P}(A)}$$
- la définition de l'indépendance de B vis-à-vis de A : $\mathcal{P}_A(B) = \mathcal{P}(B)$

Exercice 130

Une entreprise de jouets est spécialisée dans la fabrication de poupées qui parlent et qui marchent.

Chaque poupée peut présenter deux défaut et deux seulement : un défaut mécanique, un défaut électrique.

Une étude statistique montre que :

- 8% des poupées présentent le défaut mécanique ;

- 5% des poupées présentent le défaut électrique ;
- 2% des poupées présentent ces deux défauts.

Le production journalière est de 1000 poupées.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous qui décrit la production journalière :

	poupées avec défaut mécanique	Poupées sans défaut mécanique	total
Poupées avec défaut électrique			
Poupées sans défaut électrique			
total	80		1 000

Dans la suite de l'exercice, chaque résultat numérique sera donné sous forme décimale.

2. On prélève au hasard une poupée dans la production d'une journée.
   a. Soit A l'événement "*la poupée prélevée est sans défaut*". Calculer la probabilité de A.
   b. Soit B l'événement "*la poupée prélevée a au moins un défaut*". Montrer que la probabilité de B est 0,11.
   c. Soit C l'événement "*la poupée prélevée n'a qu'un seul défaut*". Quelle est la probabilité de C?
   d. Quelle est la probabilité que la poupée prélevée présente le défaut mécanique sachant qu'elle présente le défaut électrique?

3. Evenement indépendant :

Exercice 135

Partie A

1. Déterminer les 20 diviseurs poistifs de 240.
2. Dans le tableau ci-dessous, parmi ces 20 entiers rangés dans l'ordre croissant, on a coché les multiples de 10

   Reproduire et compléter le tableau, en cochant les multiples de 2 et de 5

Diviseurs de 240								10				20		30	40		60	80	120	240
Multiples de 10								×				×		×	×		×	×	×	×
Diviseurs de 2																				
Diviseurs de 5																				

Partie B

On étudie l'épreuve aléatoire qui consiste à tirer au hasard un nombre parmi les 20 diviseurs de 240.

1. Quelle est la probabilité de tirer le nombre 2? le nombre 7?
2. On considère les événements suivants :
   - A : "On tire un multiple de 10"
   - B : "On tire un multiple de 2"
   - C : "On tire un multiple de 5"

   Déterminer les probabilités $\mathcal{P}(A)$, $\mathcal{P}(B)$ et $\mathcal{P}(C)$ des événements A, B, C.
3. On refait cette épreuve aléatoire quatre fois de suite dans les mêmes conditions.
   a. Quelle est la probabilité de tirer 4 fois de suite un multiple de 10?
   b. Quelle est la probabilité de ne jamais tirer un multiple de 10?
   c. Quelle est la probabilité de tirer qu moins une fois un multiple de 10?
   d. Pour tout naturel n compris entre 1 et 4, on note A_n l'événement : "*Obtenir un multiple de 10 pour la première fois au n-ième tirage*"
   Calculer les probabilités $\mathcal{P}(A_2)$, $\mathcal{P}(A_3)$ et $\mathcal{P}(A_4)$ des événements A_2, A_x, A_4.

Exercice 132

Les résultats d'une enquête menée auprès d'une population dont 52% des personnes sont des femmes et 48% des hommes, montrent que 80% des femmes et 70% des hommes jouent au Loto au moins une fois par mois.

1. On choisit au hasard un individu de cette population. Tous les choix sont équiprobables.

   On note :
   - H : l'événement "*L'individu choisi est un homme.*"
   - $\overline{H}$ l'événement contraire de H, c'est-à-dire "*L'individu choisi est une femme.*"
   - L l'événement "*L'individu joue au Loto au moins une fois par moi.*"
   - $\overline{L}$ l'événement contraire de L, c'est-à-dire "*L'individu joue au Loto moins d'une fois par mois.*".
   - $P_H(L)$ la probabilité conditionnelle de l'événement L par rapport à l'événement H.

   On pourra représenter un arbre de probabilités.
   a. Calculer la probabilité de l'événement $H\cap\overline{L}$ puis celle de l'événement $\overline{H}\cap\overline{L}$.
   b. Montrer que la probabilité de L est égale à 0,752.
   c. Déterminer $\mathcal{P}_L(H)$, probabilité que l'individu choisi soit un homme sachant qu'il joue au moins une fois par mois au Loto. Donner le résultat arrondi à 10^{-4}
2. Cette population étant suffisamment nombreuse, on répète quatre fois, de manière indépendante, dans des conditions identiques *(ou que l'on peut considérer comme telles)*, l'expérience de la première question "*Choisir au hasard un individu de cette population*".
   a. Déterminer la probabilité qu'un et un seul des quatre individus choisis joue au moins une fois par mois au Loto, les autres jouant moins d'une fois par mois. Donner le résultat arrondi à 10^{-4}.
   b. Déterminer la probabilité qu'un, au moins, des quatre individus choisis joue au Loto au moins une fois par mois. Donner le résultat arrondi à 10^{-4}

Exercice réservé 124

Pour se rendre à l'arrêt du bus qui passe à $7h30$ et qui l'amène au lycée, Valérie a le choix entre trois itinéraires A, B ou C.

La probabilité qu'elle choisisse l'itinéraire A est $\frac{1}{2}$, celle qu'elle choisisse l'itinéraire B est $\frac{1}{3}$.
La probabilité qu'elle rate le bus qui passe à $7h30$ sachant qu'elle a choisi l'itinéraire A est $\frac{3}{10}$, celle qu'elle rate le bus qui passe à $7h30$ sachant qu'elle a choisi l'itinéraire B est $\frac{2}{5}$, celle qu'elle rate le bus qui passe à $7h30$ sachant qu'elle a choisi l'itinéraire C est $\frac{1}{2}$.

1. Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.
   a. Calculer la probabilité que Valérie choisisse l'itinéraire C.
   b. Construire un arbre de probabilités donnant les diverses possibilités. Reporter les probabilités données dans l'énoncé.
   c. Calculer la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à $7h30$ et qu'elle ait choisi l'itinéraire B.
   d. Montrer que la probabilité que Valérie prenne le bus qui prenne le bus qui passe à $7h30$ est $\frac{19}{30}$.
   e. Sachant que Valérie a pris le bus qui passe à $7h30$, calculer la probabilité qu'elle ait choisi l'itinéraire C.
2. Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme d'une valeur approchée à 10^{-3}.
   Valérie essaie de prendre le bus qui passe à $7h30$ quatre jours par semaine dans les mêmes conditions.
   On suppose que pour Valérie, prendre ou rater le bus qui passe à $7h30$, un jour donné dans la semaine est indépendant du fait que prendre ou rater le bus qui passe à $7h30$ un autre jour de la semaine.
   a. Calculer la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à $7h30$ quatre fois dans la semaine.
   b. Calculer la probabilité qu'elle prenne le bus qui passe à $7h30$ exactement deux fois dans la semaine.

On rappelle la formule donnant la probabilité de E sachant F :

$$\mathcal{P}_F(E) = \frac{\mathcal{P}(E \cap F)}{\mathcal{P}(F)}$$

Exercice 142

Pour engager du personnel, une entreprise organise des tests de sélection.
Parmi les candidats qui se présentent aux épreuves, il y a 60 % d'hommes.
Une étude statistique montre que l'entreprise engage 70 % des hommes candidats et 80 % des femmes candidates.

Rappel : La probabilité conditionnelle de A sachant B est :

$$\mathcal{P}_B(A) = \frac{\mathcal{P}(A \cap B)}{\mathcal{P}(B)}$$

Partie A

A l'issue des test, on interroge une personne au hasard parmi tous les candidats. On note :

- H l'événement "*la personne est un homme*".
- F l'événement "*la personne est une femme*".
- E l'événement "*la personne est engagée*".
- $\overline{E}$ l'événement complémentaire *(ou contraire)* de E.

1. a. Quelle est la probabilité $\mathcal{P}(F)$ que la personne interrogé soit une femme?
   b. Quelle est la probabilité que la personne interrogée ne soit pas engagée, sachant que c'est une femme?
2. Construire un arbre de probabilité illustrant cette situation.
3. Calculer la probabilité $\mathcal{P}(\overline{E} \cap F)$ que la personne interrogée soit une femme et qu'elle ne soit pas engagée.
4. Montrer que : $\mathcal{P}(\overline{E}) = 0{,}26$

Partie B

Dans cette partie les résultats seront donnés sous forme de valeurs approchées arrondies au millième.
A l'issue des test on interroge 4 personnes au hasard. On considérera que ces 4 choix sont deux à deux indépendants.

1. Quelle est la probabilité qu'aucune des 4 personnes ne soit engagée?
2. Quelle est la probabilité qu'au moins une des 4 personnes ne soit pas engagée?
3. Quelle est la probabilité que 2 personnes exactement soient engagées?

4. Triangles de Pascal et combinatoire :

Exercice 128

On donnera tous les résultats sou forme de fractions irréductibles.

On dispose d'un damier dont chacune des neuf cases est marquée d'un des trois nombres 1, 2, 3 selon le schéma ci-contre :

On répartit au hasard tois pions indiscernables sur le damier *(un pion par case)* et on appelle S la somme des trois nombres marqués sur les trois cases occupées par les pions. Les répartitions sont toutes équiprobables.

1. Ecrire le triangle de Pascal jusqu'à la dixième ligne et en déduire $\binom{9}{3}$
2. On considère les événements E, F et G suivants :
   - E : "*La somme S est égale à 3*" ;
   - F : "*La somme S est égale à 9*" ;
   - G : "*La somme S est égqle à 6*"

   a. Déterminer les probabilités $\mathcal{P}(E)$ et $\mathcal{P}(F)$ des événements E et F.
   b. Montrer que la probabilité de l'événement G est égale à $\frac{1}{3}$

3. Soit A l'événement "*La somme est divisible par 3*" et B l'événement "*Les trois pions sont alignés en colonne, en ligne ou en diagonale*".

a. Déterminer la probabilité $\mathcal{P}(A)$ et $\mathcal{P}(B)$ des événements A et B

b. Calculer la probabilité $\mathcal{P}_A(B)$ de l'événement B sachant que l'événement A est réalisé.

c. Les événements A et B sont-ils indépendants

Exercice réservé 131

Le trois parties de l'exercice sont indépendantes.
Les résultats demandés seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Dans cet exercice, on effectue selon différentes modalités, des tirages au hasard parmi les huit cartes que constituent les quatre dames et les quatre rois d'un jeu de cartes.

Préliminaire :

Ecrire le triangle de Pascal donnant les nombres $\binom{n}{p}$ pour n inférieur ou égal à 8.

1. **Première modalité :**

On tire simultanément au hasard trois cartes parmi les huit cartes.

a. Déterminer le nombre de tirages possibles.

b. Déterminer le nombre de tirages qui comprennent trois rois.

c. Déterminer la probabilité de réaliser un tirage de trois cartes de même niveau, c'est-à-dire trois rois et trois dames.

2. **Deuxième modalité :** *on pourra s'aider d'un arbre*

a. Calculer la probabilité de l'événement R_1 "*La première carte tirée est un roi*"

b. Sachant que la première carte tirée est un roi, calculer la probabilité d'obtenir encore un roi pour la deuxième carte.

c. Déterminer la probabilité d'obtenir deux rois.

d. Quelle est la probabilité d'obternir deux figures de même niveau, c'est-à-dire deux rois ou deux dames?

e. Quelle est la probabilité de ne pas obtenir deux figures de même niveau?

3. **Troisième modalité :**

On tire une carte que l'on remet dans le paquet de huit cartes avant d'effectuer le tirage suivant. Les tirages sont indépendants.

a. Calculer la probabilité d'obtenir un coeur quand on tire une carte parmi les huit choisies.

b. On effectuer quatre tirages successifs.

i. Dterminer la probabilité p_1 d'obternir quatre fois un coeur.

ii. Déterminer la probabilité p_2 d'obternir exactement deux fois un coeur.

c. A l'aide de la calculatrice, donner le nombre de tirages nécessaires pour que la probabilité de n'obternir que des coeurs soit inférieure à 10^{-6}

Exercice réservé 122

Voici le triangle de Pascal permettant de retrouver facilement la valeur d'une combinatoire :

$n \backslash p$	0	1	2	3	4	5
0	1					
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

Ce tableau représente les nombres $\binom{n}{m}$ où m représente le numéro de colonne et n le numéro de ligne *(la numérotation commençant à 0)*.

1. a. Entourer en vert le nombre $\binom{4}{3}$.

Puis, le nombre $\binom{4}{4}$.

b. Entourer en rouge le nombre $\binom{5}{4}$.

c. Que remarque-t-on?

Pour pouvoir construire ce tableau, il suffit d'utiliser les trois règles suivantes :

- Pour tout entier naturel n, on a : $\binom{n}{0}=1$.
  Sous-entendu qu'il n'existe qu'un seul ensemble ne contenant aucun nombre : l'ensemble vide.
- Pour tout entier naturel n, on a : $\binom{n}{n}=1$.
- Pour tout entier naturel m et n tel que $m<n$, on a :
  $\binom{n-1}{m-1}+\binom{n-1}{m}=\binom{n}{m}$

2. Construire les deux lignes suivantes de ce tableau.

Exercice réservé 129

On considère un ensemble X à 5 éléments. On représentea l'ensemble X de la manière suivante :

$$X=\left\{a\,;\,b\,;\,c\,;\,d\,;\,e\right\}$$

On notera $\binom{n}{m}$ le nombre de sous-partie à m éléments d'un ensemble à n éléments.

1. a. Représenter toutes les parties de X contenant 2 éléments tel que a n'en soit pas parti.

b. Justifier que le nombre de parties à 2 éléments de X sachant que a n'en fait pas parti vaut $\binom{4}{2}$.

2. a. Représenter toutes les parties de X contenant 2 éléments tel que a appartienne à ces sous-parties.

b. Justifier que le nombre de parties à 2 éléments sachant que a en fasse partie vaut $\binom{4}{1}$

3. En déduire que : $\binom{4}{1}+\binom{4}{2}=\binom{5}{2}$

4. Justifier que pour tout entier naturel m et n tels que $m<n$, on a la relation :
$$\binom{n-1}{m-1}+\binom{n-1}{m}=\binom{n}{m}$$

255. Exercices non-classés :

Exercice 141

Lors d'une fête foraine, une loterie est organisée toutes les heures. A chaque fois, trente billets sont vendus parmi lesquels dix sont gagnants *(on afmet que tous les billets ont la même probabilité d'être achetés.)*.
On donnera pour chaque résultat la valeur exacte puis la valeur approchée arrondie au millième.

1. Luc achète un billet. Quelle est la probabilité que ce billet soit gagnant?

2. Marc participe à trois loteries consécutives pour lesquelles il prend à chaque fois un billet *(on admet que les loteries sont indépendantes)*. Quelle est la probabilité que Marc ait au moins un billet gagnant?

3. Pierre participe à une loterie, il achète simultanément trois billets.
   a. Quelle est la probabilité que Pierre n'ait pas de billet gagnant?
   b. Quelle est la probabilité que Pierre ait au moins un billet gagnant?

4. Qui de Pierre ou de Marc a le plus de chances d'avoir au moins un bilet gagnant?

5. La publicité annonce "*Un billet sur troits est gagnant! Achetez trois billets!*". Ce texte suffère que, en achetant trois billets, on est sûr de gagner.
   Que peut-on dire de cette propriété?

Exercice réservé 140

Un jeu consiste à cocher 8 cases sur une grille de A *(n° 1 à 20)* et 1 case sur une une grille B *(n° 1 à 4)*

Grille A				
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

Grille B			
1	2	3	4

"*Les résultats des caclculs de probabilité seront donnés à 0,0001 près*"

1. Déterminer le nombre de façons possibles de cocher 8 cases dans la grille A.

   Un tirage détermine 8 "*bons numéros*" dans la grille A et 1 "*bon numéro*" dans la grille B.

2. **Cas 1 :** le joueur récupère sa mise lorsqu'il a coché 4 "*bons numéros*" dans la grille A et 1 "*bons numéros*" dans la grille B.
   a. Combien de grilles cochées A comportent 4 "*bons numéros*" et 4 "*(mauvais numéros)*"? En déduire la probabilité de cocher 4 "*bons numéros*" dans la grille A.
   b. Déterminer la probabilité de cocher le "*bons numéros*" dans la grille B.
   c. En déduire que la probabilité que le joueur récupère sa mise est de 0,068 8.

3. **Cas 2 :** Le joueur gagne s'il a coché 5, 6, 7 et 8 "*bons numéros*" dans la grille *(avec ou sans le numéro gagnant de la grille B)*.
   a. Combien de grilles cochées A comportent 5 "*bons numéros*" et 3 "*(mauvais numéros*"?
   b. En déduire la probabilité de cocher 5 "*bons numéros*" dans la grille A.

4. On admet que la probabilité d'être gagnant est de $\frac{2}{11}$.
   Un joueur décide de jouer les mêmes numéros sur 4 tirages consécutifs. Déterminer la probabilité que ce joueur soit gagnant 2 fois sur les 4 tirages.

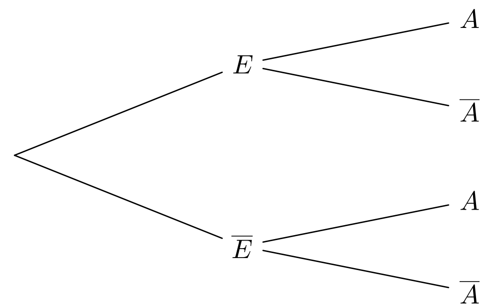
Exercice 2093

Dans ce QCM, il s'agit de recopier sur la copie chacune des trois affirmations proposées en la complétant par la réponse choisie.
Un seul choix est correct. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse juste vaut un point, une réponse fausse enlève un quart de point, l'absence de réponse est notée 0. Si le total des points obtenus sur cet exercice est négatif ou nul, la note zéro est attribuée à l'exercice.

L'arbre suivant représente les données d'un exercice de probabilité. La probabilité d'un évènement H est notée $\mathcal{P}(H)$.

On sait que :
$$\mathcal{P}(E)=0{,}3 \quad ; \quad \mathcal{P}_E(A)=0{,}1 \quad ; \quad \mathcal{P}(\overline{E}\cap A)=0{,}14$$



1. La probabilité de $E\cap A$ est égale à :
   a. 0,4 b. 0,03 c. 0,33 d. 0,1

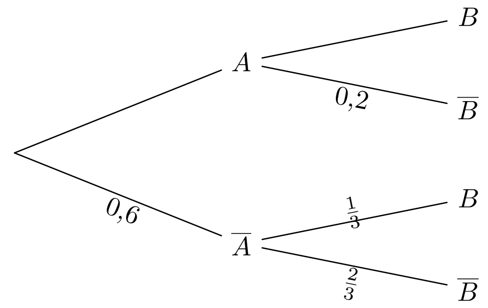
2. La probabilité de A sachant $\overline{E}$ est égale à :
   a. 0,7 b. 0,14 c. 0,2 d. 1,1

3. La probabilité de A est égale à :

a. 0,42 b. 0,3 c. 0,042 d. 0,17

Exercice 2094

On considère l'arbre de probabilité incomplet suivant :



Alors $\mathcal{P}(A \cap B)$ la probabilité de l'évènement $A \cap B$ est égale à :

a. 0,8 b. 0,32 c. 0,12 d. 0,4

