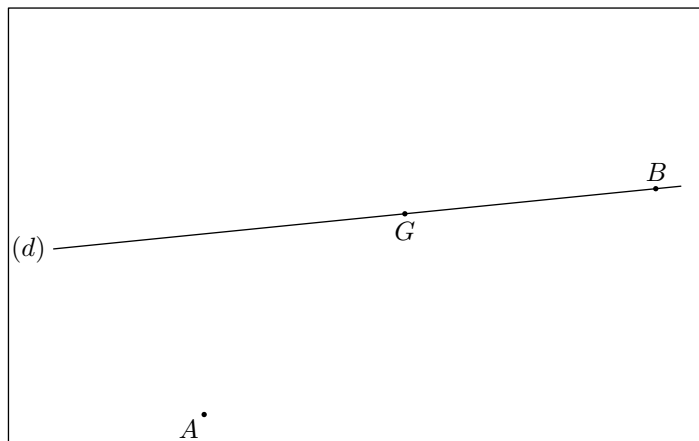


Hors programme collège / Droites remarquables

1. Médianes

E.1 Trouver le point C tel que le triangle ABC ait pour centre de gravité le point G .



Proposer un programme de tracés du point C utilisant la règle non-gradué et au compas.

E.2

- 1 Effectuer le programme de tracés suivant :
 - a Tracer un triangle ABC quelconque. Placer I milieu du segment $[AB]$;
 - b Tracer la droite parallèle à la droite (BC) passant par le point I ;
 - c Elle vient intercepter le segment $[AC]$ en J .
- 2 Tracer la droite (BJ) . Que représente la droite (BJ) dans le triangle ABC ? Justifier.
- 3 Soit K le point d'intersection des droites (BJ) et (CI) . Que représente le point K pour le triangle ABC ?

E.3 Soit un triangle ABC , et ses médianes $[CL]$ et $[BK]$ qui se coupent en G .

Placer le point E image du point A par la symétrie de centre G .

$[AE]$ et $[BC]$ se coupent en J .

- 1 Que représente L pour le segment $[AB]$?
- 2 Démontrer que (LG) est parallèle à (BE) . En déduire que (CG) est parallèle à (BE) .
- 3 Démontrer que $GCEB$ est un parallélogramme
- 4 Que représente $[AJ]$ pour le triangle ABC ? Le démontrer.

On en déduit que :

Dans un triangle, les médianes sont concourantes en un même point.
Ce point de concours s'appelle le centre de gravité du triangle.

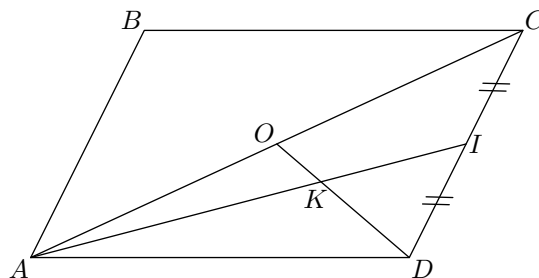
- 5 Déduire de la question 4 que le point G est situé sur la médiane au $\frac{2}{3}$ du sommet A .

E.4 Soit $ABCD$ un parallélogramme et O le point d'intersection des diagonales.

On note :

- I le milieu du segment $[CD]$;
- K l'intersection des droites (OD) et (AI) .

Montrer que la droite (CK) coupe le segment $[AD]$ en son milieu.



E.5 Les traits de constructions doivent rester apparents sur votre feuille.

- 1 Effectuer le programme de tracés suivant :
 - a Tracer une droite (d) ;
 - b Placer deux points C et I appartenant à (d) tels que $[CI]$ mesure 6 cm .
 - c Placer un point A n'appartenant pas à la droite (d) et tel que : $IA = 4\text{ cm}$.
- 2 À l'aide du compas, placer le point B tel que $[CI]$ soit la médiane issue de C dans le triangle ABC .
- 3 a On rappelle la propriété :
"Le centre de gravité d'un triangle est placé au $\frac{2}{3}$ de chaque médiane en partant du sommet."
Placer le centre de gravité du triangle ABC .
- b En utilisant le centre de gravité du triangle ABC , placer les points J et K les milieux respectifs des segments $[AC]$ et $[BC]$.

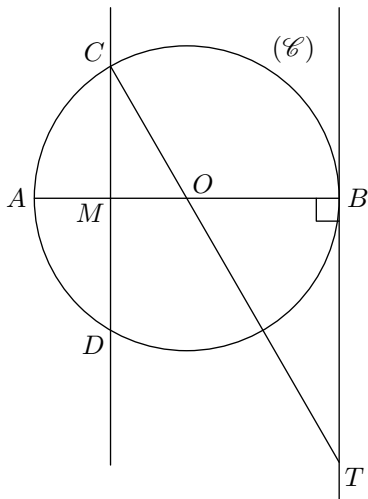
E.6

- 1 Construire un triangle ABC rectangle en A tel que :
 $AB = 6\text{ cm}$; $BC = 10\text{ cm}$
- 2 Calculer AC .
- 3 a Placer le point I milieu du segment $[BC]$ puis tracer la médiane (AI) du triangle ABC .
- b Montrer que : $IA = 5\text{ cm}$.
- 4 a Placer le point M sur le segment $[AI]$ tel que :
 $IM = 2\text{ cm}$
- b Tracer la parallèle à (AB) passant par M . Elle coupe $[BC]$ en P .
- c Calculer IP .
- 5 a Placer sur le segment $[IC]$ le point N tel que $IN = 2\text{ cm}$ puis tracer la droite (MN) .
- b Démontrer que (MN) et (AC) sont parallèles

E.7

La figure ci-contre n'est pas à refaire sur la copie. Elle n'est pas donnée en vraie grandeur.

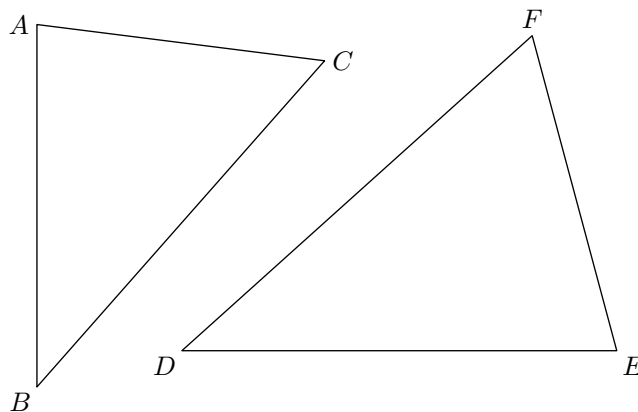
Le rayon du cercle $(\mathcal{C})$ de centre O est égal à 3 cm . $[AB]$ est un diamètre de ce cercle. Les points C et D appartiennent au cercle et la droite (CD) est la médiatrice du rayon $[OA]$. M est le point d'intersection de (CD) et (AB) . La droite (OC) coupe en T la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ au point B .



- 1 Montrer que (CM) et (BT) sont parallèles.
- 2 Calculer, en utilisant la propriété de Thalès, la longueur OT .
- 3 Démontrer que le triangle COA est équilatéral.

2. Mediane

E.8 Tracer dans la figure ci-dessous, les médianes issues des trois sommets de chaque triangle :



Que remarquez-vous?

3. Bissectrice : Effectuer un programme de construction avec le compas

E.9

- 1 Tracer le triangle ABC tel que :
 $AC = 8\text{ cm}$; $AB = 4\text{ cm}$; $\widehat{BAC} = 60^\circ$
- 2 Effectuer les tracés suivants à l'aide de la règle et du compas :

- a Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ à l'aide de la règle et du compas.
- b Nommer I le point d'intersection de la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ et du segment $[BC]$.
- c Tracer la médiatrice du segment $[AC]$ à la règle et au compas.

4. Bissectrice

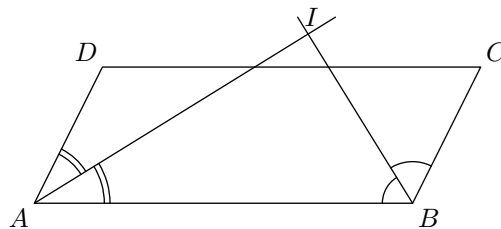
E.10 (On laissera les traces de construction)

- 1 a Tracer le triangle ABC tel que :
 $AB = 7,5\text{ cm}$; $BC = 4\text{ cm}$; $AC = 8\text{ cm}$

- b Que peut-on dire sur la nature du triangle ABC ?
- 2 a Tracer le triangle MNP tel que :
 $MN = 5\text{ cm}$; $MP = 8\text{ cm}$; $\widehat{NMP} = 75^\circ$
- b Tracer la bissectrice de l'angle $\widehat{MNP}$.

5. Bissectrice et angles

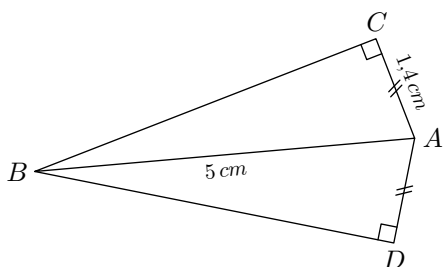
E.11 Dans le plan, on considère un parallélogramme $ABCD$; le point I est le point d'intersection des deux bissectrices $\widehat{DAB}$ et $\widehat{ABC}$:



Justifier que le triangle ABI est rectangle en I .

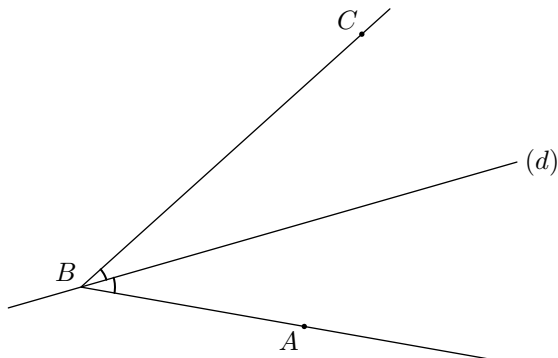
6. Bissectrice et distance

E.12 On considère la configuration ci-dessous composée des deux triangles ABC et ABD rectangles respectivement en C et en D :



- 1 a Déterminer la mesure du segment $[BC]$.
b Donner la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$, arrondie au dixième de degré près.
- 2 Justifier que la droite (BA) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CBD}$.

E.13 Soit A , B et C trois points non-alignés du plan et (d) la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$.



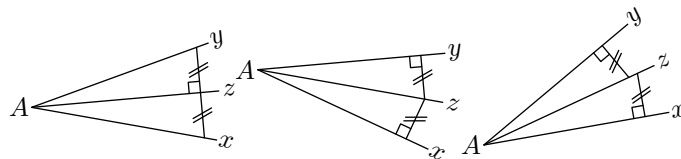
7. Hauteurs

E.15

- 1 À l'aide d'un compas et d'une règle non-graduée, effectuer le programme de tracés suivant :
a Tracer un triangle ABC équilatéral de 3 cm de côté;
b Tracer, dans le triangle ABC , la hauteur issue de B ;
c Nommer H le pied de cette hauteur.
- 2 Déterminer la valeur de l'angle $\widehat{ABH}$. Justifier.
- 3 a Donner la longueur du segment $[AH]$. Justifier.

- 1 Placer un point M sur la droite (d) .
- 2 a Tracer la droite (Δ) passant par le point M et perpendiculaire à la droite (BA) .
b Nommer I le point d'intersection des droites (d) et (BA) .
- 3 a Tracer la droite (Δ') passant par le point N et perpendiculaire à la droite (BC) .
b Nommer J le point d'intersection des droites (d) et (BC) .
- 4 Démontrer que les distances IM et JM sont égales.

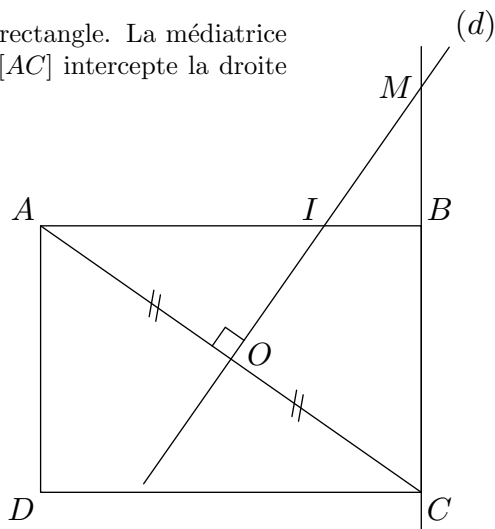
E.14 Dans chacun des trois cas ci-dessous, préciser parmi les demi-droites $[A, z)$ la(s)quelle(s) représentent la bissectrice de l'angle $\widehat{xAy}$:



- b Calculer la longueur de la hauteur $[BH]$ au dixième de centimètre.

E.16

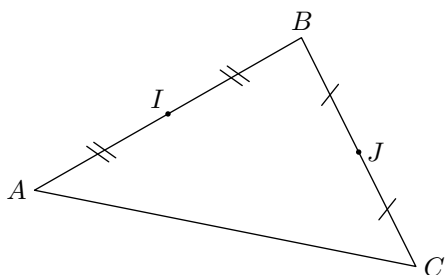
Soit $ABCD$ un rectangle. La médiatrice (d) du segment $[AC]$ intercepte la droite (BC) en M .



- 1 Que représentent les droites (AB) et (OM) pour le triangle AMC ? Justifier?
- 2 Que pouvez-vous dire des droites (CI) et (AM) ? Justifier.

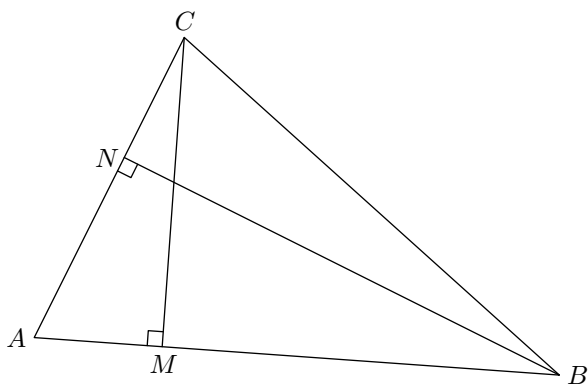
8. Caractérisation des droites remarquables

E.17 On considère un triangle ABC . Les points I et J sont les milieux respectifs des côtés $[AB]$ et $[BC]$.



À l'aide uniquement de la droite non graduée, placer le point K milieu du segment $[AC]$. Justifier votre démarche.

E.18 On considère le triangle ABC représenté ci-dessous :

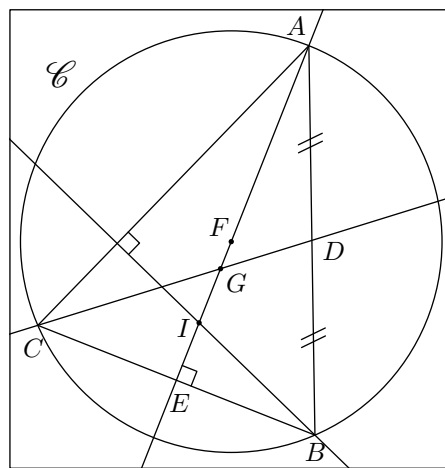


Les points M et N sont les pieds des hauteurs respectivement issues des sommets C et B .

À l'aide uniquement d'une règle non-graduée, placer le pied P de la hauteur issue de A . Justifier votre démarche.

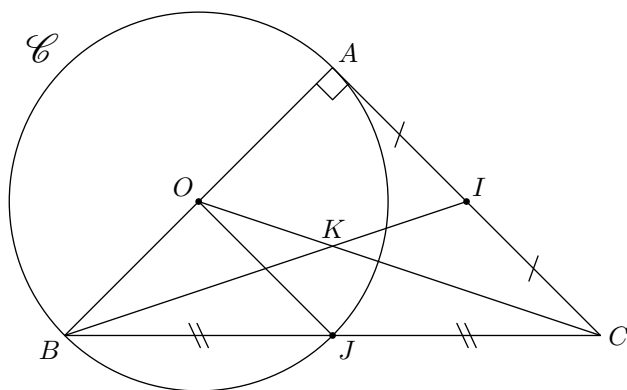
E.19 On considère le cercle $\mathcal{C}$ de centre F . On a :

- Les points A , B et C appartiennent au cercle $\mathcal{C}$ et sont tels que le triangle ABC est un triangle isocèle en A ;
- E est le pied de la hauteur du triangle ABC issue du point A ;
- D est le milieu du segment $[AB]$;
- I est le point d'intersection de la droite (AE) et de la droite passant par B et perpendiculaire à (AC) ;
- Le point G est l'intersection de la droite (AE) et de la droite (CD) .



- 1
 - a Quel est l'orthocentre du triangle ABC ? Justifier.
 - b Tracer la hauteur du triangle ABC issue de C .
- 2
 - a Justifier que le point E est le milieu du segment $[BC]$.
 - b Quel est le centre de gravité du triangle ABC ? Justifier votre réponse.
 - c Placer le milieu du segment $[AC]$.

E.20 Dans le plan, on considère $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$; C est un point du plan tel que le triangle ABC est rectangle en A ; les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[AC]$ et $[BC]$; le point K est l'intersection des droites (IB) et (OC) .



Répondre aux questions suivantes en justifiant chacune de vos réponses :

- ① Déterminer le centre du cercle circonscrit au triangle ABC .
- ② Déterminer le centre de gravité du triangle ABC .
- ③ Déterminer la médiatrice au segment $[AB]$.

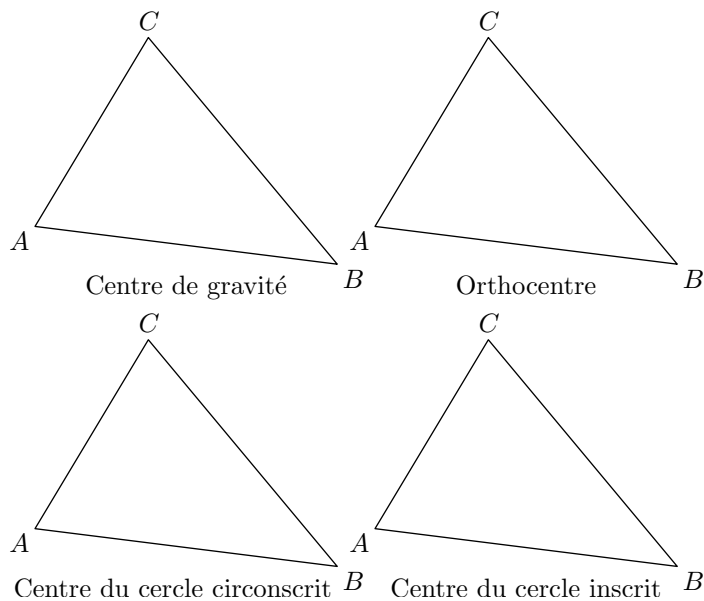
9. Hauteur

E.21 Construire un triangle ABC tel que :

- la hauteur $[AH]$ mesure 6 cm ,
- $\widehat{BAH} = 10^\circ$
- son aire mesure 18 cm^2

E.22

- ① Dans chaque cas, tracer les droites remarquables nécessaires pour obtenir le point demandé :



- ② Le point d'intersection des bissectrices et le centre d'un cercle particulier au triangle ABC . Préciser les caractéristiques et les propriétés de ce cercle.

10. Droites remarquables

E.23

- ① Sur la figure ci-dessous, tracer :
 - Les trois bissectrices du triangle ABC .
 - Les trois médiatrices du triangle DEF .
 - Les trois médianes du triangle GHI .
 - Les trois hauteurs du triangle LKJ .
- ② Quelle propriété ont chacune de ces droites remar-

quables?

E.28

- 1 Tracer le triangle ABC tel que :
 $\widehat{BAC} = 35^\circ$; $AB = 7\text{ cm}$; $AC = 8\text{ cm}$

- 2 Tracer la médiatrice du segment $[AB]$.
 3 Tracer la médiane issue de C .
 4 Tracer la hauteur issue de C .

12. Question de cours

E.29

- 1 Donner la définition de la médiatrice.
 2 Donner les deux propriétés liées à la médiatrice.

E.30 Citer la définition du cercle circonscrit et la(les) propriété(s) liée(s) au cercle circonscrit.

E.31

- 1 Dans un triangle MNP , donner la définition de la hauteur issue du sommet P .
 2 Donner la définition de la médiatrice ainsi que deux propriétés liées à la médiatrice.
 3 • Si a , b et c sont trois nombres, donner une condition

sur ces nombres pour qu'on ne puisse pas tracer un triangle dont les côtés aient ces mesures.

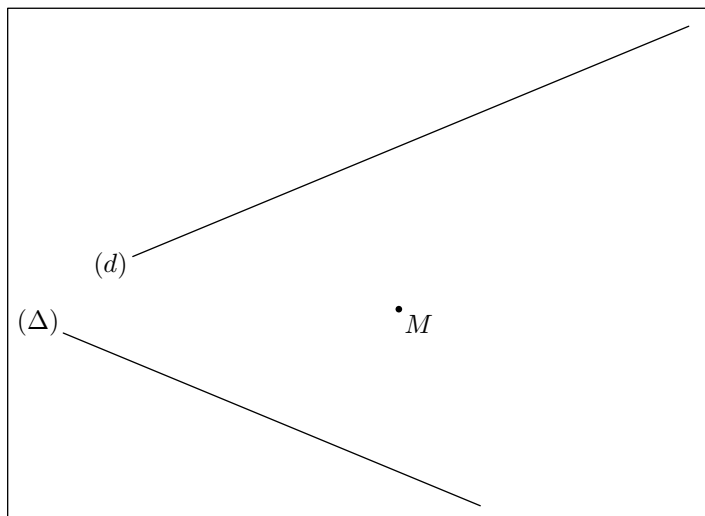
- Soit A , B , C trois points. Quelle condition doit-on avoir sur ces points pour que le point B appartienne au segment $[AC]$?

E.32

- 1 Donner les définitions dans un triangle GFE de la médiane issue de G et de la hauteur relative au côté $[FG]$.
 2 Citer l'inégalité triangulaire dans un triangle ABC .
 3 Donner la définition du cercle circonscrit à un triangle. Que peut-on dire de son centre?

13. Distance d'un point à une droite

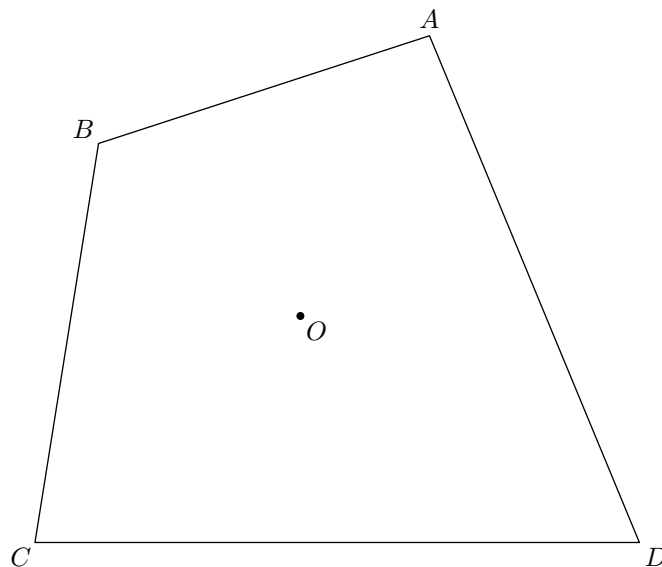
E.33 On considère la configuration ci-dessous composée de deux droites (d) et (Δ) et d'un point M du plan :



- 1 a Placer le point H intersection de la droite (d) et de la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (d) .
 b Donner la mesure de la distance du point M à la droite (d) .
 2 Donner la mesure de la distance du point M à la droite (Δ) .
 3 a Quelle conjecture peut-on faire sur la distance du point M aux deux droites (d) et (Δ) ?
 b Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de centre M et passant par le point

H.

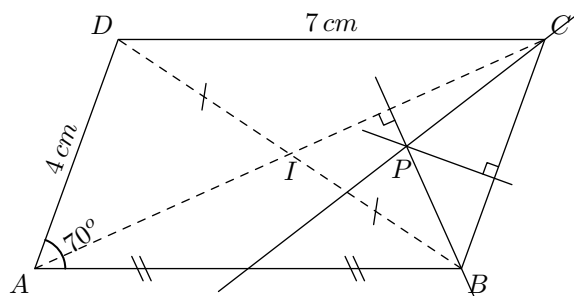
E.34 On considère le quadrilatère $ABCD$ quelconque représenté ci-dessous et le point O situé à l'intérieur du quadrilatère :



- 1 À l'aide du compas et de la règle non-graduée, tracer les droites passant par O et respectivement perpendiculaire aux quatre côtés du quadrilatère.
 2 a Mesurer les distances du point O par rapport respectivement aux quatre côtés de ce quadrilatère.
 b Tracer le cercle de centre O , inscrit à l'intérieur du quadrilatère et ayant le rayon le plus grand possible. Que remarque-t-on?

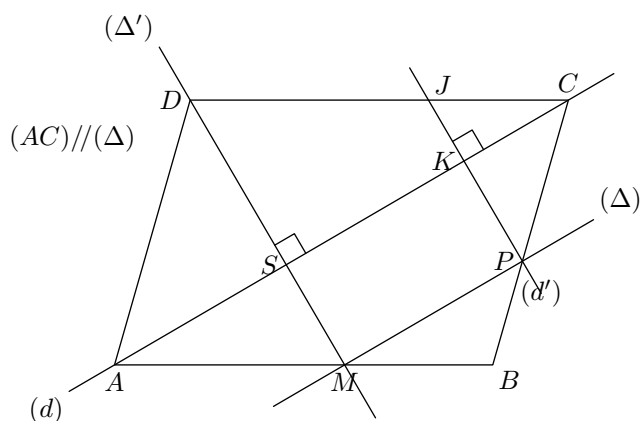
14. Médianes et hauteurs

E.35 On considère dans le plan la configuration ci-dessous où le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.



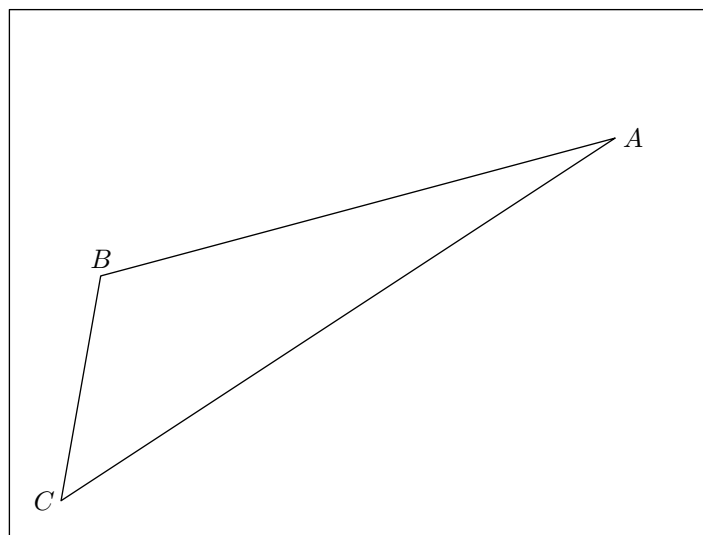
- 1 Reproduire la figure ci-dessus.
- 2 Écrire un programme de tracés de la figure en commençant par :
 “Tracer le parallélogramme $ABDC$ tel que :
 $CD = 7\text{ cm}$; $AD = 4\text{ cm}$; $\widehat{BAD} = 70^\circ$ ”

E.36 On considère la figure suivante :



Donner le programme de tracé en commençant par la phrase
 “Tracer un parallélogramme $ABCD$ ”

E.37 On considère le triangle ABC ci-dessous :



- 1 À l'aide du compas et de la règle non-graduée, tracer la médiatrice du segment $[AB]$.
- 2 Tracer la médiane du triangle ABC issue du sommet C .
- 3 À l'aide de l'équerre, tracer la hauteur du triangle ABC issue du sommet B .

15. Exercices non-classés

E.38

- 1 a Soit ABC un triangle équilatéral de côté $x\text{ cm}$. Déterminer la longueur de ses hauteurs.
- b Déterminer la longueur de la hauteur d'un triangle équilatéral de 4 cm de côté, arrondie à 10^{-3} près.
- 2 Déterminer la mesure, au millimètre près, de la longueur des côtés d'un triangle équilatéral dont l'aire est de 25 cm^2 .

E.39 Dans chacun des figures ci-dessous, de nouvelles propriétés peuvent être obtenues. Dans chaque cas, quel théorème peut-on utiliser pour affirmer l'existence de ces nouvelles propriétés?

