

Hors programme collège / Géométrie déductive



1. Propriétés

E.1  

- ① Citer les conclusions de chacune des propositions suivantes :
 - a) Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leurs milieux.
 - b) Si un entier est un multiple de 4 alors cet entier est pair.

- ② Citer les conditions d'utilisation de chacune des propositions suivantes :
 - a) Si un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un carré.
 - b) Si la somme des chiffres d'un entier est un multiple de 3 alors cet entier est divisible par 3.
- ③ Des énoncés mathématiques ci-dessus, citer ceux qui sont vrais.



2. Chaînon déductif

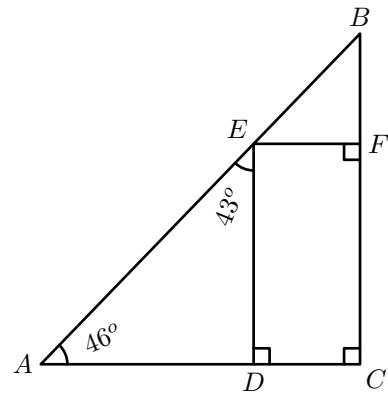
E.2   Soit A et B deux points du plan tels que $AB=6\text{ cm}$. On considère les cercles \mathcal{C} et \mathcal{C}' de centres respectifs A et B de même rayon r .

- ① Quelle condition doit avoir le rayon r de ces deux cercles afin que ces deux cercles s'intersectent en deux points?
- ② On suppose, dans cette question, que $r=4\text{ cm}$. Notons M et N ces deux points d'intersections.

Recopier le tableau ci-dessous et compléter le chaînon déductif ci-dessous, permettant de montrer que la droite (MN) est la médiatrice du segment $[AB]$.

On sait	On utilise	On déduit
$AM=r$ $BM=r$		
		N appartient à la médiatrice de $[AB]$



E.3   On considère la figure ci-dessous composée de 6 points :

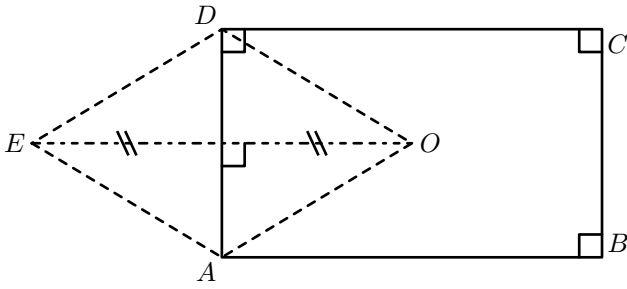


- ① Voici les propriétés à utiliser dans cette question :

Si deux droites sont parallèles à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles
Si deux droites sont parallèles entre elles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre
Si un quadrilatère possède quatre angles droits alors ce quadrilatère est un rectangle.

- a) Comment justifier que les droites (CD) et (FE) sont parallèles?
- b) Justifier que l'angle \widehat{DEF} est un angle droit.
- c) Quelle est la nature du quadrilatère $CDEF$?
- ② a) Les angles \widehat{DAE} et \widehat{AED} sont-ils complémentaires?
- b) Les angles \widehat{ADE} et \widehat{EDC} sont-ils supplémentaires?
- c) Les points A , D et C sont-ils alignés?

E.4   On considère la figure ci-dessous ; le codage apporte des propriétés entre les différents éléments de cette figure :



Compléter les chaînons déductifs suivants :

Je sais	
J'utilise	
J'en déduis	$ABCD$ est un rectangle



Je sais	
J'utilise	
J'en déduis	$OD = OA$

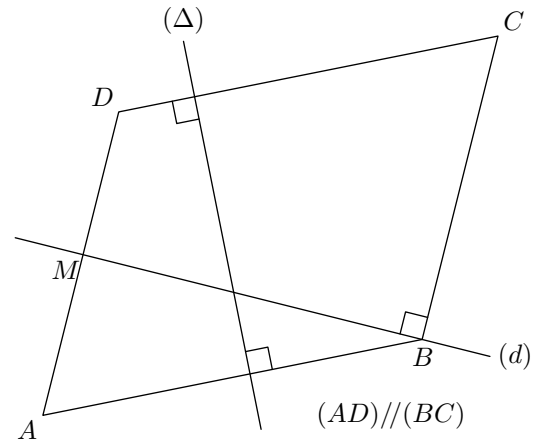
Je sais	
J'utilise	
J'en déduis	(AD) est la médiatrice du segment $[EO]$

Je sais	
J'utilise	
J'en déduis	$DE = DO$

Je sais	
J'utilise	
J'en déduis	$AE = AO$

Je sais	
J'utilise	
J'en déduis	$AODE$ est un losange

E.5   On considère le quadrilatère $ABCD$ et les deux droites (d) et (Δ) représentées ci-dessous :



Compléter les deux raisonnements suivants :

①

Je sais	$(\Delta) \perp (DC)$ et $(\Delta) \perp (AB)$
J'utilise	
J'en déduis	

Je sais	
J'utilise	
J'en déduis	$ABCD$ est un parallélogramme.

②

Je sais	$(d) \perp (BC)$ et $(AD) \parallel (BC)$
J'utilise	
J'en déduis	

Je sais	
J'utilise	
J'en déduis	AMB est un triangle rectangle

3. Chaînon déductif simples

E.6  

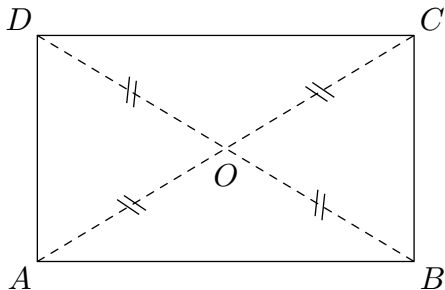
① Quelle proposition doit-on utiliser dans ce chaînon déductif ?

Je sais	$(d) \perp (\Delta)$ et $(d') \perp (\Delta)$
J'utilise	
J'en déduis	$(d) \parallel (d')$

2) Quelle conséquence obtient-on dans ce chaînon?

Je sais	Dans le triangle ABC : $\widehat{ABC}=65^\circ$ et $\widehat{BCA}=40^\circ$
J'utilise	La somme de la mesure d'un angle dans un triangle vaut 180° .
J'en déduis	

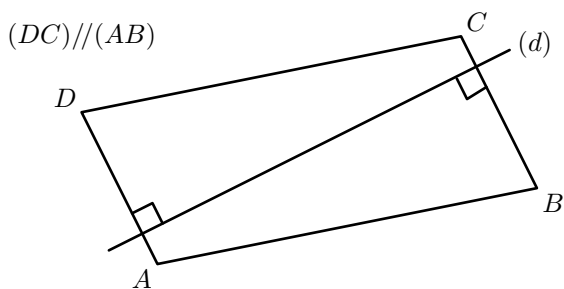
E.7 On considère le quadrilatère représenté ci-dessous :



Je sais	
J'utilise	Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur et se coupent en leurs milieux alors ce quadrilatère est un rectangle
J'en déduis	

Je sais	
J'utilise	
J'en déduis	$\widehat{ABC} = 90^\circ$

E.8 On considère le quadrilatère représenté ci-dessous :



Compléter les chaînons déductifs suivants :

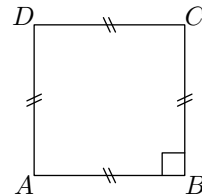
Je sais	
J'utilise	Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles
J'en déduis	

Je sais	
J'utilise	
J'en déduis	$ABCD$ est un parallélogramme

E.9

La figure ci-contre représente un quadrilatère tel que son sommet B définit un angle droit et tel qu'on ait les égalités suivantes de longueur :

$$AB = BC = CD = DA$$



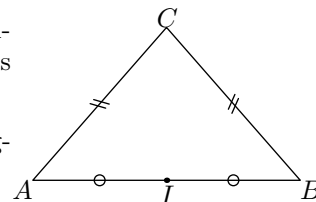
Compléter les chaînons déductifs suivants :

Je sais	
J'utilise	Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur alors ce quadrilatère est un carré
J'en déduis	

Je sais	$ABCD$ est un losange et $\widehat{ABC} = 90^\circ$
J'utilise	
J'en déduis	$ABCD$ est un carré

E.10

La figure ci-contre présente un triangle ABC vérifiant l'égalité des longueurs : $AC = CB$



Le point I est le milieu du segment $[AB]$.

Compléter les chaînons déductifs suivants :

Je sais	$CA = CB$
J'utilise	
J'en déduis	C appartient à la médiatrice de $[AB]$.

Je sais	
J'utilise	La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par le milieu de ce segment.
J'en déduis	

Je sais	C et I sont deux points de la médiatrice de $[AB]$
J'utilise	La médiatrice d'un segment est une droite et par deux points, il passe une unique droite
J'en déduis	

E.11  



① Mise en place de la figure :

- a Placer 3 points O, A, B dans le plan.
- b Tracer les demi-droites $[OA)$ et $[OB)$.
- c Tracer un cercle de centre O de rayon 5 cm .
- d Nommer M et N les point d'intersection du cercle \mathcal{C}

respectivement avec les demi-droites $[OA)$ et $[OB)$.

- e Tracer deux cercles \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 de rayon 5 cm et de centres respectifs M et N . Ces deux cercles s'intersectent en O et P .
 - f Tracer le quadrilatère $OMPN$.
- ② Justifier que le quadrilatère $OMPN$ est un losange.

4. **Contre-exemple**

E.12   Chacune des propriétés ci-dessous sont fausses. Donner un contre-exemple à chacune de ces propriétés :

- ① Si un entier est un multiple de 2 alors c'est un multiple de 4.

- ② Si un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires alors ce quadrilatère est un carré.
- ③ Si deux angles sont adjacents alors ceux sont deux angles complémentaires.
- ④ Si le triangle ABC est isocèle alors $AB = AC$.

5. **Proposition réciproque**

E.13  

① Pour chacune des propositions suivantes, écrire sa proposition réciproque :

- a Si le chiffre des unités d'un nombre entier est 0 ou 5 alors cet entier est divisible par 5
- b Si un quadrilatère est un carré alors ses quatre côtés

sont de même longueur.

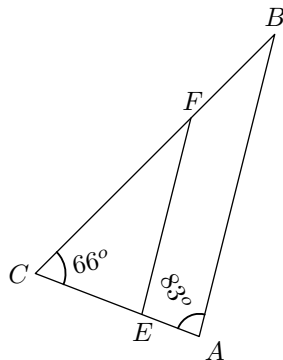
- c Si un point est équidistant aux extrémités d'un segment alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.
- ② Parmi les propositions réciproques citées, quelles sont celles qui sont fausses? Citer des contre-exemples.

6. **Sur les angles de la cinquième**

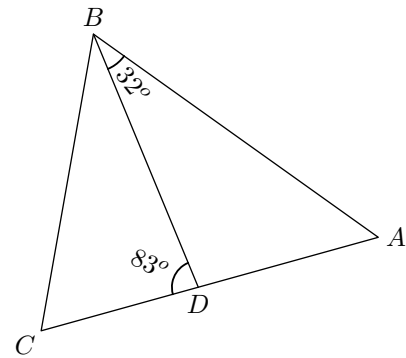
E.14  

On considère le triangle ABC ci-contre tel que $(AB) \parallel (EF)$.

Répondre aux questions ci-dessous en écrivant vos raisonnements sous la forme de chainons déductifs :





- ① Calculer la mesure de l'angle \widehat{FBA} .
- ② a Déterminer la mesure de l'angle \widehat{CEF} .
- a Déterminer la mesure de l'angle \widehat{CFE} .

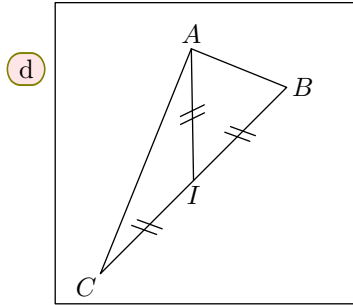
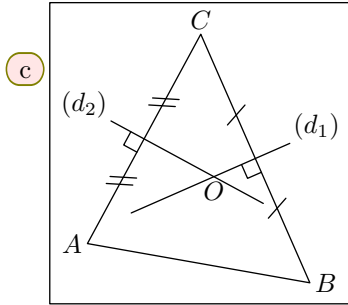
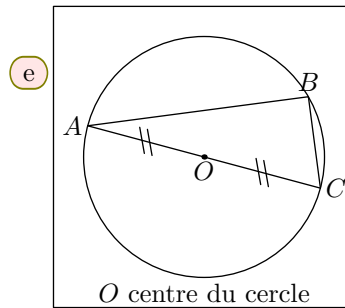
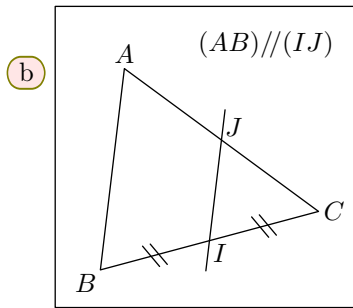
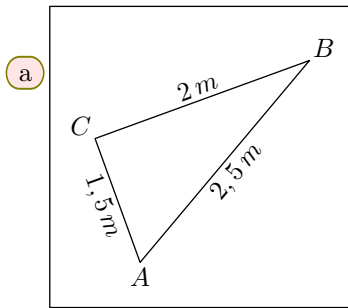


- ① Déterminer la mesure de l'angle \widehat{BDA} .
- ② En déduire la mesure de l'angle \widehat{BAD}
- ③ Supposons désormais que le triangle ABC est isocèle en A . Déterminer la mesure de l'angle \widehat{ACB} .

7. **Problèmes pour la classe de quatrième**

E.16   Dans chacun des figures ci-dessous, de nouvelles propriétés peuvent être obtenues. Dans chaque cas, quel théorème peut-on utiliser pour affirmer l'existence de

ces nouvelles propriétés?



8. Chaînes déductifs

E.17 Compléter les chaînes déductifs suivant :

1)

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur Alors c'est un losange.

$ABCD$ est un losange.

2) $(AB) \perp (CD)$; $[AB]$ et $[CD]$ ont pour milieu le point O .

Si un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires et se coupant en leurs milieux Alors c'est un losange.

.....

3) $EF = GH$; $[EF]$ et $[GH]$ ont même milieu.

.....

Le quadrilatère $EGFH$ est un rectangle

E.18

1) a) Tracer un rectangle $ABCD$.

b) Tracer la parallèle à la droite (BD) passant par le point C .

Cette droite intercepte la droite (AD) en F .

2) Quelle est la nature du quadrilatère $BDFC$? Justifier votre affirmation.

3) Justifier chacune des affirmations suivantes :

a) " D est le milieu du segment $[AF]$ "

b) " (DC) est la médiatrice du segment $[AF]$ "

c) " $\text{Le triangle } ACF \text{ est isocèle en } A$ "