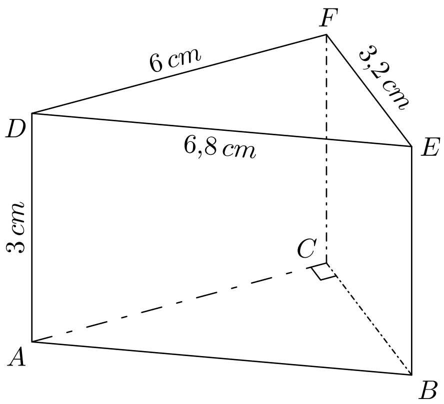
Hors programme collège / Géométrie dans l'espace

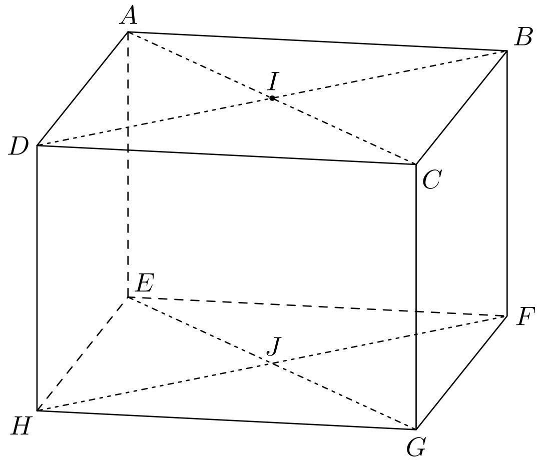
1. Surface latérale

E.1 On considère le prisme droit $ABCDEF$ représenté ci-dessous :



1. a) Quelle est nature de la face DEF?
   b) Déterminer l'aire de la face DFE.
2. a) De quelles natures sont les faces $ABED$, $ACFD$ et $BCFE$?
   b) Déterminer l'aire de chacune de ces faces.
3. Donner l'aire latérale de ce prisme droit.

E.2 On considère le pavé droit $ABCDEFGH$; on note I et J les milieux respectifs des faces $ABCD$ et $EFGH$.



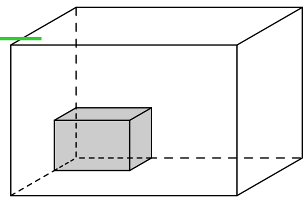
On suppose désormais les mesures suivantes connues :

$AB = 8\,cm$; $AD = 6\,cm$; $AE = 7\,cm$

et on admet que le solide $IDCJHG$ est un prisme droit :

1. Calculer le volume du prisme $IDCJHG$.
2. Calculer la surface latérale du prisme $IDCJHG$.

E.3

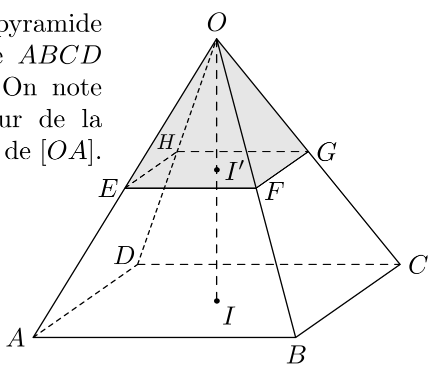


Le volume du parallélépipède a été multiplié par 27. De combien ont été agrandies ses dimensions? Et son aire latérale?

2. Agrandissement et réduction de volumes

E.4

On considère une pyramide $ABCDO$ à base carrée $ABCD$ représentée ci-contre. On note I le pied de la hauteur de la pyramide et E le milieu de $[OA]$.



On a les dimensions : $AB = 3\,cm$; $IO = 4\,cm$

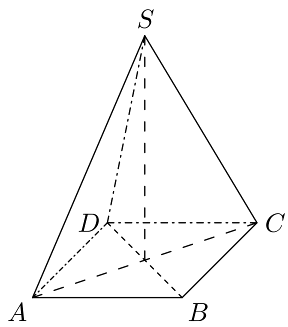
Le plan parallèle à la base passant par le point E intercepte. la pyramide en formant le quadrilatère $EFGH$.

1. a) Quelle est la nature du quadrilatère $EFGH$?
   b) Justifier que le point F est le milieu du segment $[OB]$.
   c) Que peut-on dire de la pyramide $EFGHO$ vis-à-vis de la pyramide $ABCDO$?
2. a) Déterminer la mesure du segment $[EF]$.
   b) Donner l'aire $\mathcal{A}$ de la base $ABCD$ et l'aire $\mathcal{A}'$ de la vase $EFGH$.
   c) Donner la valeur du rapport $\dfrac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}}$ des aires.
3. La formule d'une pyramide est donnée par la formule :
   $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \mathcal{A}_B \times h$
   On admet que : $OI' = 2\,cm$
   a) Donner le volume $\mathcal{V}$ de la pyramide $ABCDO$ et le volume $\mathcal{V}'$ de la pyramide $EFGHO$.
   b) Donner la valeur du rapport $\dfrac{\mathcal{V}'}{\mathcal{V}}$ des volumes.

E.5

Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisée en verre feuilleté au centre de la cour intérieure du Louvre. Cette pyramide régulière a :

- pour base un carré $ABCD$ de côté 35 mètres ;
- pour hauteur le segment $[SO]$ de longueur 22 mètres.



Paul a tellement apprécié cette pyramide qu'il achète comme souvenir de sa visite une lampe à huile dont le réservoir en verre est une réduction à l'échelle $\dfrac{1}{500}$ de la vraie pyramide.

Le mode d'emploi de la lampe précise que, une fois allumée, elle brûle $4\,cm^3$ d'huile par heure.
Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus d'huile dans le réservoir ? Arrondir à l'unité d'heures.

Rappel : *Volume d'une pyramide = un tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur.*

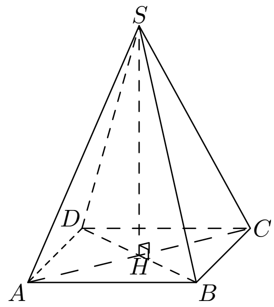
Faire apparaitre sur la copie la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

E.6 Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré $ABCD$ telle que son volume V est égal à $108\,cm^3$.
Sa hauteur mesure $9\,cm$.
Le volume d'une pyramide est donnée par la relation :

$$\text{Volume d'une pyramide} = \frac{\text{aire de la base}\times\text{hauteur}}{3}$$

1. Vérifier que l'aire de $ABCD$ est bien $36\,cm^3$. En déduire la valeur de AB.

   Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal $12{+}6\sqrt{2}\,cm$.

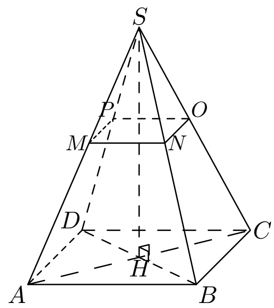


2. $SMNOP$ est une réduction de la pyramide $SABCD$.

   On obtient alors la pyramide $SMNOP$ telle que l'aire du carré $MNOP$ soit égale à $4\,cm^2$

   a. Calculer le volume de la pyramide $SMNOP$.

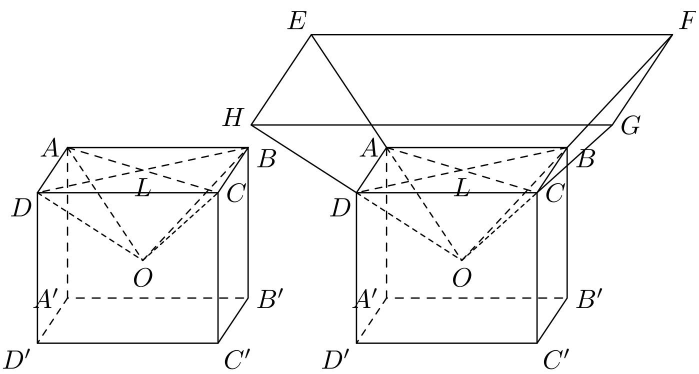
   b. *Pour cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Elise pense que pour obtenir le périmètre du triangle MNO, il suffit de diviser le périmètre du triangle ABC par 3.
   Êtes-vous d'accord avec elle?



3. *Pyramide et fonctions affines*

E.7 L'unité de longueur est le centimètre, l'unité d'aire est le centimètre carré, l'unité de volume est le centimètre cube.
On considère le pavé droit $ABCDA'B'C'D'$.
On note L le point d'intersection des segments $[AC]$ et $[BD]$.
On a creusé ce pavé en enlevant la pyramide $OABCD$ de hauteur $[OL]$. On a : $DD'=5$; $DC=6$; $DA=7$

Partie A



Dans cette partie, on a : $OL=4$.

1. Construire en vraie grandeur, la face $ABCD$ et placer le point L.
2. a. Calculer BD *(on donnera une valeur arrondie au dixième.)*

   b. En déduire DL *(on donnera une valeur arrondie au dixième)*
3. a. Calculer le volume du pavé droit $ABCDA'B'C'D'$.

   b. Calculer le volume de la pyramide $OABCD$.

   c. En déduire le volume du pavé creusé.

Partie B

Dans cette partie, on pose $OL=x$ où x est un nombre compris entre 0 et 5. Le pavé creusé que l'on obtient est le socle en bois d'un trophée. Sur ce socle, on pose une pyramide en verre $OEFGH$ qui est un agrandissement de la pyramide $OABCD$, de rapport 2.

1. a. Calculer le volume de la pyramide $OABCD$ en fonction de x.

   b. Montrer que le volume du socle en bois est : $210-14x$.
2. Montrer que le volume de la pyramide en verre $OEFGH$ est $112x$
3. Calculer la valeur de x pour laquelle le volume de verre est égal à 2 fois le volume de bois.

Partie C

On considère les fonctions f et g définies par :
$f : x \mapsto 210-14x$ et $g : x \mapsto 112x$
Lorsque x est compris entre 0 et 5, la fonction f représente les variations du volume de bois et la fonction g représente les variations du volume de verre.

1. Représenter graphiquement les fonctions f et g pour x

compris entre 0 et 5.
Pour le repère, on prendra :

- l'origine en bas à gauche de la feuille ;
- sur l'axe des abscisses 2cm pour 1 unité ;
- sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 25 unités.
- l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont perpendiculaires

2. a) On veut que le volume de bois et le volume de verre soient égaux.
En utilisant le graphique, donner une valeur approchée de x pour qu'il en soit ainsi. *(faire apparaître le tracé ayant permis de répondre).*

b) Retrouver ce résultat par un calcul.