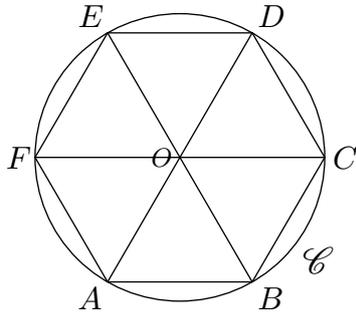


Hors programme collège / Polygones

1. Généralité

E.1

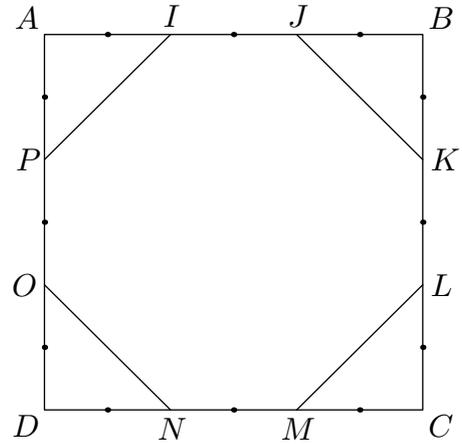
On considère l'hexagone régulier $ABCDEF$ représenté ci-contre inscrit dans le cercle \mathcal{C} de centre O .



- 1
 - a) Donner la mesure de l'angle \widehat{COD} .
 - b) Quelle est la mesure de l'angle \widehat{COE} ?
 - c) En déduire la mesure de l'angle \widehat{EAC} . Justifier.
- 2
 - a) Donner, sans justification, la mesure des angles \widehat{ACE} et \widehat{CEA} .
 - b) Quelle est la nature du triangle ACE ?

E.2 Dans la figure ci-dessous :

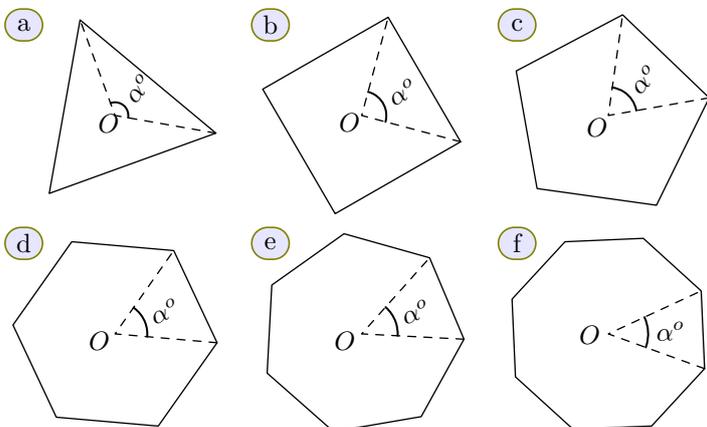
- $ABCD$ est un carré de côté 9 cm ;
- les segments de même longueur sont codés.



- 1 Faire une figure en vraie grandeur.
- 2
 - a) Calculer JK .
 - b) L'octogone $IJKLMNO$ est-il un octogone régulier? Justifier la réponse.
 - c) Calculer l'aire de l'octogone $IJKLMNO$.
- 3 Les diagonales du carré $ABCD$ se coupent en S .
 - a) Tracer sur la figure en vraie grandeur le cercle de centre S et de diamètre 9 cm .
 - b) Le disque de centre S et de diamètre 9 cm a-t-il une aire supérieure à l'aire de l'octogone? Justifier la réponse.

2. Propriété des polygones réguliers

E.3 On considère la figure ci-dessous représentant six polygones réguliers ayant pour centre le point O :



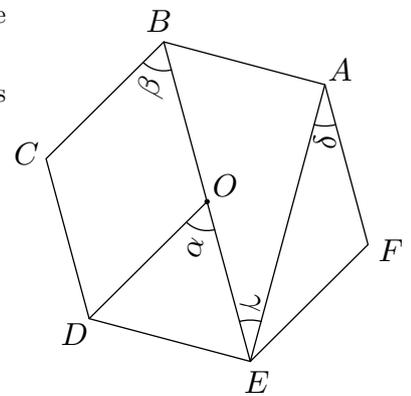
- 1 Nommer chacun de ces six polygones réguliers.
- 2 Sur chacun de ces polygones, est représenté un angle ayant pour centre le point O et reliant deux sommets consécutifs du polygone régulier. Dans chacun des cas, déterminer la mesure de l'angle α .

3. Polygones réguliers et angles inscrits

E.4

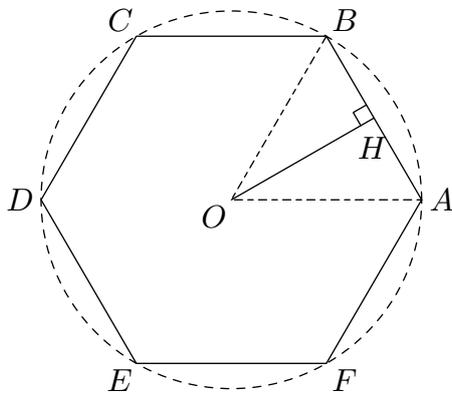
Ci-contre est représentée un hexagone régulier.

Déterminer la mesure des angles codés sur la figure.



4. Polygones réguliers et trigonométrie

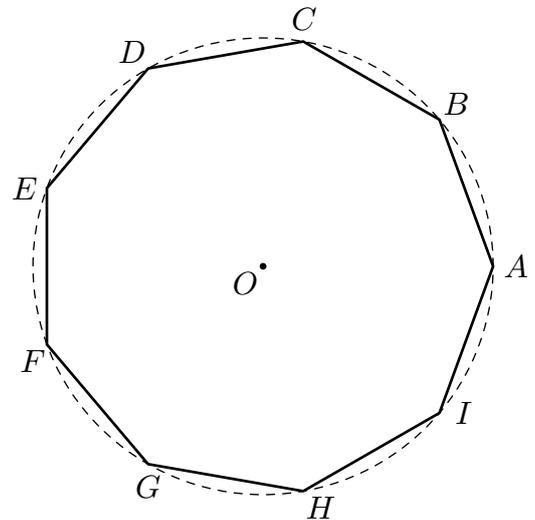
E.5 Considérons l'hexagone régulier $ABCDEF$ de centre O représenté ci-dessous :



Le rayon du cercle a pour mesure 4 cm . Le point H est la hauteur issue du sommet O dans le triangle OAB .

- 1 a) Déterminer la mesure de l'angle \widehat{AOB} . Justifier votre démarche.
 - b) En déduire la mesure du segment $[AB]$.
 - c) Déterminer la mesure de l'angle \widehat{AOH} . Justifier votre démarche.
- 2 Déterminer le périmètre de l'hexagone $ABCDEF$.
 - 3 On donnera les mesures ci-dessous au centième de centimètres carrés.
 - a) Déterminer l'aire du triangle OAB .
 - b) En déduire l'aire de cet hexagone.

E.6 $ABCDEFGHI$ est un polygone régulier à 9 côtés (appelé *ennéagone*), O est son centre et son cercle circonscrit a pour rayon 5 cm .



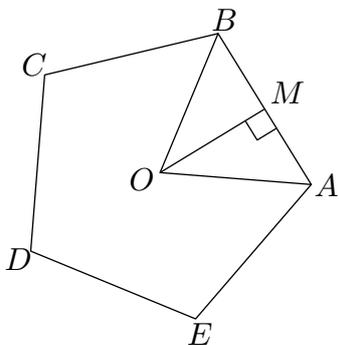
- 1 Quelle condition doit vérifier un polygone inscrit dans un cercle pour être régulier?
- 2 a) Quelle est la valeur de l'angle \widehat{AOB} ?
 - b) Notons M le milieu du segment $[AB]$. Calculer la longueur AM arrondi au millimètre près.
 - c) Donner la mesure du périmètre de l'ennéagone au millimètre près.
- 3 Expliquer pourquoi le triangle ADG est un triangle équilatéral.

E.7 On considère l'octogone régulier $ABCDDEFGH$. On note O le centre du polygone et \mathcal{C} son cercle circonscrit. Le rayon du cercle \mathcal{C} est de 4 cm .

- 1 Dans l'octogone $ABCDDEFGH$, donne la mesure d'un angle au centre reliant deux de ses sommets consécutifs.
- 2 Construire en vraie grandeur l'octogone régulier $ABCDDEFGH$.
- 3 a) On note I le milieu du segment. Déterminer la mesure du segment $[IA]$ au millimètre près.
 - b) En déduire le périmètre de l'octogone $ABCDDEFGH$ au millimètre près.

E.8

Le Pentagone est un bâtiment hébergeant le ministère de la Défense des États-Unis. Il a la forme d'un pentagone régulier inscrit dans un cercle de rayon $OA = 238 \text{ m}$. Il est représenté par le schéma ci-contre.



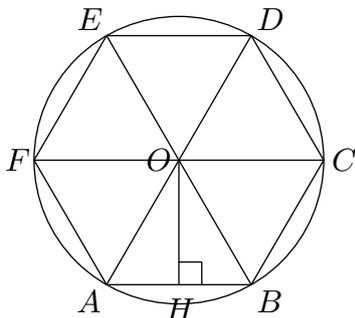
- Calculer la mesure de l'angle \widehat{AOB} .

- La hauteur issue de O dans le triangle AOB coupe le côté $[AB]$ au point M :
 - Justifier que (OM) est aussi la bissectrice de \widehat{AOB} et la médiatrice de $[AB]$.
 - Prouver que $[AM]$ mesure environ 140 m .
 - En déduire la mesure du périmètre du Pentagone, arrondie au centimètre près.

5. Polygones réguliers, échelle et trigonométrie

E.9

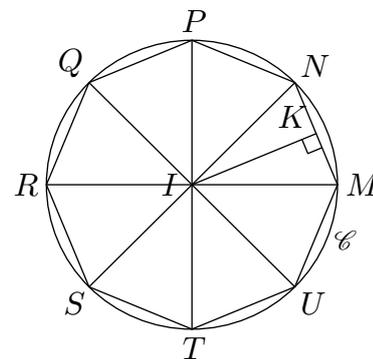
Le schéma ci-contre représente un hexagone régulier $ABCDEF$ de 96 m de périmètre. Il est inscrit dans un cercle de centre O . Le segment $[OH]$ est une hauteur du triangle OAB .



- Justifier que le triangle OAB est un triangle équilatéral.
- Calculer la longueur OH , exprimée en m . En donner l'arrondi au centimètre près.
- Utiliser ce résultat pour calculer l'aire du triangle OBA , arrondi au dixième de m^2 près.
- En déduire l'aire d'un hexagone régulier de 96 m de périmètre, arrondi au m^2 près.

E.10

On considère l'octogone régulier $MNPQRSTU$ représenté en réduction ci-contre où le segment $[MN]$ mesure 12 m en vraie grandeur. Le point K représente le pied de la hauteur issue de I .



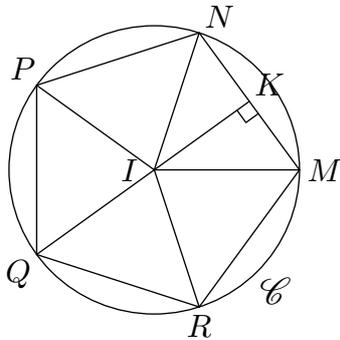
- Donner la mesure de l'angle \widehat{MNI} .
- On souhaite représenter dans le cadre ci-dessous, le triangle IMN à l'échelle $\frac{1}{4000}$



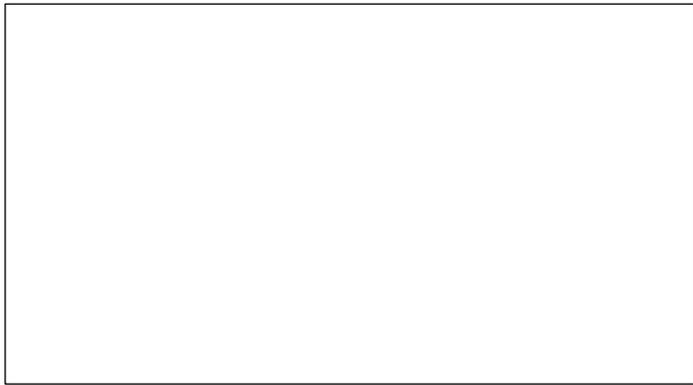
- Donner la mesure du segment représentant le côté $[MN]$.
- Effectuer la représentation du triangle IMN dans le cadre en y ajoutant la hauteur $[IK]$.
- En déduire la longueur de la hauteur $[IK]$, arrondie au mètre près.

E.11

On considère le pentagone régulier $MNPQR$ inscrit dans le cercle \mathcal{C} de centre I représenté en réduction ci-contre où le segment $[MN]$ mesure 12 m en vraie grandeur. Le point K représente le pied de la hauteur issue de I .



- 1 Déterminer la mesure de l'angle \widehat{MNI} .
- 2 On souhaite représenter dans le cadre ci-dessous, le triangle IMN à l'échelle $\frac{1}{4000}$



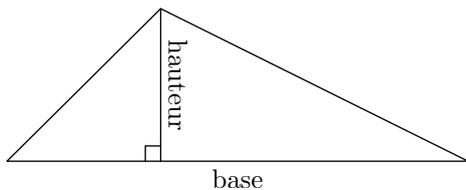
- a Donner la mesure du segment représentant le côté $[MN]$.
- b Effectuer la représentation du triangle IMN dans le cadre en y ajoutant la hauteur $[IK]$.
- 3 En déduire la longueur de la hauteur $[IK]$, arrondie au mètre près.

6. Problème du brevet

E.12

On rappelle que l'aire d'un triangle se calcule par la formule:

$$\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$



Rémy dispose de 96 m de grillage avec lesquels il souhaite construire un enclos pour son poney. Il cherche quelle forme donner à son enclos pour que celui-ci ait la plus grande surface possible.

Toutes les parties sont indépendantes

Partie 1

Sa première idée est de réaliser un rectangle avec les 96 m de grillage. Calculer la longueur et la largeur de ce rectangle sachant que :

- la longueur est le double de la largeur ;
- son périmètre est 96 m .

Calculer l'aire de ce rectangle de 96 m de périmètre.

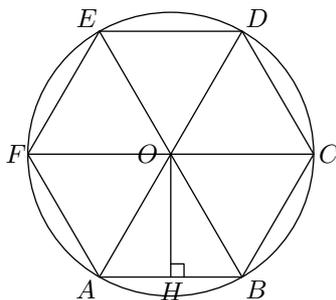
Partie 2

Sa deuxième idée est de réaliser un carré. Calculer l'aire d'un carré de 96 m de périmètre

Partie 3

Sa troisième idée est de réaliser un hexagone régulier.

Le schéma à main levée ci-contre représente un hexagone régulier $ABCDEF$ de 96 m de périmètre. Il est inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 16 m . Le segment $[OH]$ est une hauteur du triangle équilatéral OBH .



- 1 Calculer la longueur OH , exprimée en m et arrondie au

centimètre près.

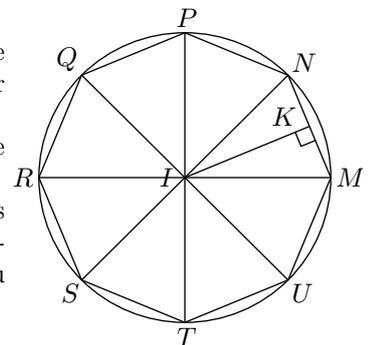
- 2 Utiliser ce résultat pour calculer l'aire du triangle OBA , arrondie au dixième de mètre-carré près.
- 3 En déduire l'arrondi à l'unité de l'aire d'un hexagone régulier de 96 m de périmètre.

Partie 4

Sa quatrième idée est de réaliser un octogone régulier de 96 m de périmètre.

La figure ci-contre représente le plan réalisé par Rémy.

Cet octogone est inscrit dans un cercle de centre I . Le segment $[IK]$ est une hauteur du triangle isocèle IMN .



- 1 Vérifier que $MN = 12\text{ m}$ dans la réalité.
- 2 En prenant pour échelle 1 cm pour 4 m , représenter dans le cadre ci-dessous le triangle IMN , puis le point K . Laisser apparents tous les traits de construction.



- 3 Mesurer sur votre plan la longueur IK . Combien de mètres cela représente-t-il dans la réalité?
- 4 En déduire l'aire du triangle MIN , puis, à partir de cette

valeur, calculer l'aire d'un octogone régulier de 96 m de périmètre.

Partie 5

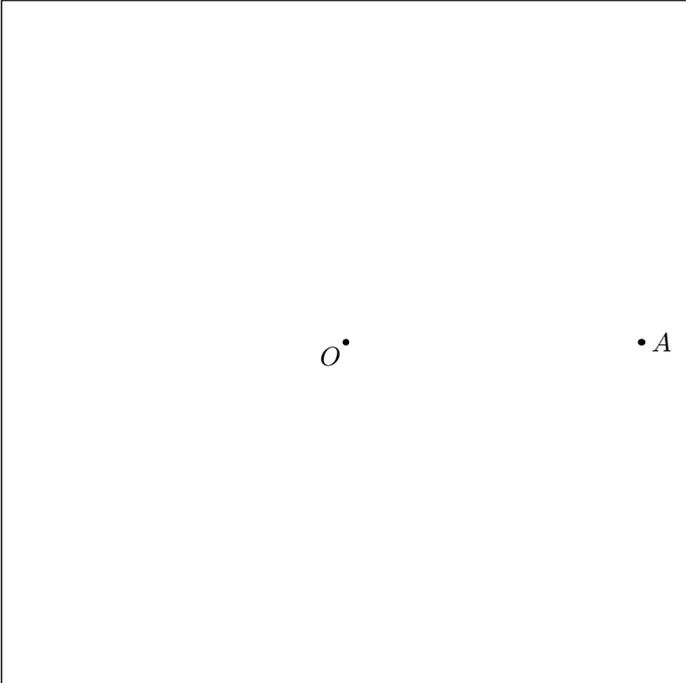
Les recherches ont permis à Rémy de remarquer que l'aire d'un polygone régulier de 96 m de périmètre semble augmenter quand on augmente le nombre de ses côtés. Il imagine qu'un enclos circulaire aurait peut-être une surface encore

plus grande.

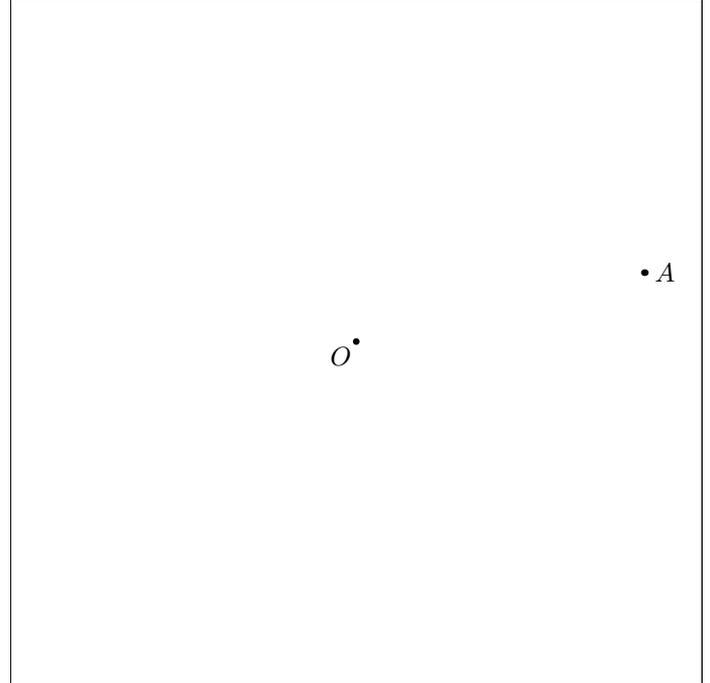
- 1 Quel rayon faut-il prendre pour avoir un disque de périmètre 96 m ? On arrondira au centième de centimètre cette valeur.
- 2 En déduire l'aire d'un disque ayant pour périmètre 96 m , arrondi au mètre près.

7. Tracé de polygones

E.13 Tracer, à l'aide uniquement du compas et de la règle non-graduée, le triangle équilatéral ABC dont le sommet A et le centre O sont représentés ci-dessous :

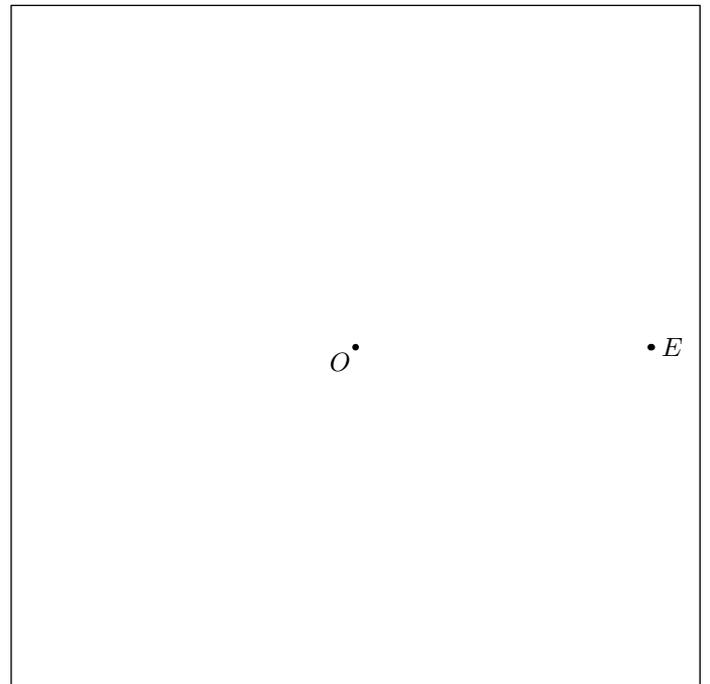


E.14 Tracer, à l'aide uniquement du compas et de la règle non-graduée, le carré $ABCD$ dont le centre O et le sommet A sont représentés ci-dessous :



8. Tracé de polygones

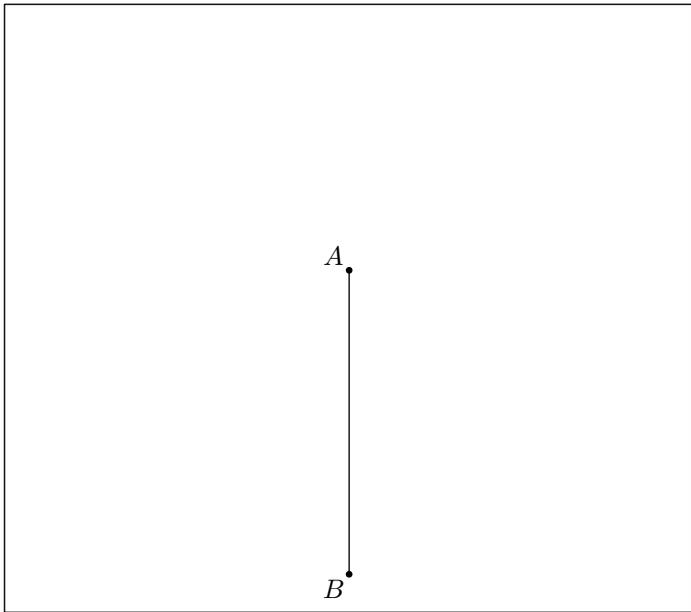
E.15 Tracer, à l'aide uniquement du compas et de la règle non-graduée, de l'hexagone régulier $ABCDEF$ dont le centre O et de rayon $[OE]$ sont représentés ci-dessous :



9. Exercices non-classés

E.16 Les éoliennes sont construites de manière à avoir la même mesure d'angle entre chacune de leurs pales.

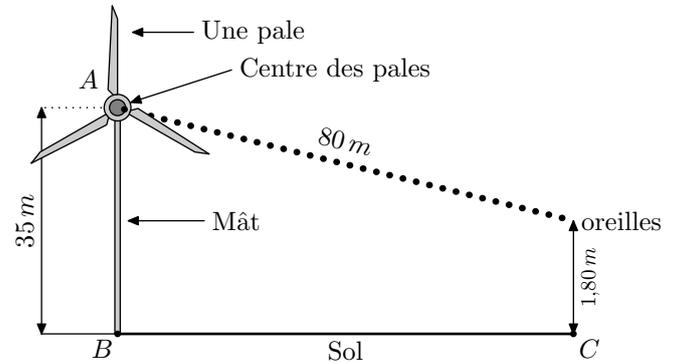
- 1 Une éolienne a trois pales. Quelle est la mesure de l'angle entre deux de ses pales?
- 2 Pour réduire le bruit provoqué par les éoliennes, il faut augmenter le nombre de pales.
On a représenté ci-dessous le mât d'une éolienne à six pales par le segment $[AB]$. En prenant le point A pour centre des pales, compléter la construction avec des pales de 5 cm .



- 3 On estime qu'à 80 m du centre des pales d'une éolienne le niveau sonore est juste suffisant pour que l'on puisse entendre le bruit qu'elle produit.

Un randonneur dont les oreilles sont à $1,80\text{ m}$ du sol se déplace vers une éolienne dont le mât mesure 35 m de haut. Il s'arrête dès qu'il entend le bruit qu'elle produit (voir le schéma ci-dessous).

À quelle distance du mât de l'éolienne (distance BC) se trouve-t-il? Arrondir le résultat à l'unité.



La figure n'est pas à l'échelle