Hors programme lycée / Algèbre - identité remarquable

1. Développer

E.1 Développer les expressions suivantes :

a $(x+2)(x-2)$ b $(x+1)(x-1)$

c $(2x-3)(2x+3)$ d $(3-4x)(3+4x)$

e $(2x+2)(2x-2)$ f $(a+b)(a-b)$

E.2 Développer chacune des expressions suivantes :

a $(3x+2)^2$ b $(2x-5)^2$

c $(3x+8)(3x-8)$ d $(-4x-1)^2$

E.3

Compléter les pointillés ci-dessous :

a $(\ x\ -3\ )^2 = x^2\ - \ldots + 9$

b $(\ 3x\ +1\ )^2 = 9x^2 + \ldots + 1$

c $(\ x\ -2\ )^2 = x^2\ - \ldots + 4$

E.4 Recopier et compléter les égalités suivantes pour que les égalités soient vraies :

a $(2x+\ldots)^2 = \ldots + 20x + \ldots$

b $(\ldots - \ldots)^2 = 81x^2 - 36x + \ldots$

c $(\ldots - 1)(\ldots + 1) = 9x^2 - \ldots$

2. Factoriser une identité remarquable

E.5 Factoriser les expressions suivantes :

a x^2+2x+1 b x^2-6x+9 c x^2-25

E.6 Factoriser les expressions suivantes :

a $9x^2-42x+49$ b $25x^2+30x+9$ c $9x^2-4$

E.7 Factoriser les expressions suivantes :

a $81x^2-126x+49$ b $36x^2+24x+4$

c $9x^2+12x+4$ d $4x^2-25$

3. Factoriser : un peu plus loin

E.8 Chacune des expressions suivantes est factorisable. Donner la forme factorisée de chacune d'elle :

a $(2x-1)^2-4(2-x)^2$ b $(2x+1)^2-4(2-3x)^2$

E.9 Factoriser les expressions suivantes :

a $9x^2-12x+4+(4-3x)(3x-2)$

E.10 Factorisez les expressions suivantes :

a $(x-2)(3x-2)+9x^2-12x+4$ b $(2x+1)^2-(2x-1)^2$

E.11 Factoriser chacune des expressions suivantes :

a $(x+1)^2-(2x-3)^2$ b $(x+1)(2x-3)-(x^2-1)$

E.12 Factoriser les expressions suivantes :

a $4\big(3-2x\big)^2-9\big(x-3\big)^2$ b $x^2-9(2x-1)^2$

E.13 Factoriser les expressions suivantes :

a $2x(x+1)+(x+1)(x^2+1)$

b $12x^2-6x+(2x-1)(5-2x)$

E.14 Effectuer les factorisations suivantes :

a $\big(3x+3\big)^2-\big(x+2\big)\big(5x+4\big)$ b $\big(2x-4\big)\big(4x-4\big)+\big(x-3\big)^2$

E.15 Factoriser les factorisations suivantes :

a $\big(-3x-1\big)\big(x-3\big)+\big(1-2x\big)^2$

E.16 Factoriser les expressions suivantes :

a $(3x+1)(4x+5)+(3x+4)(5-x)$

b $(x+2)(3x+2)-2x-1$

E.17 Factoriser les expressions suivantes :

a $(x+2)^2+(3x+3)(x-1)$

b $(x+1)(3x+2)+(3x-1)(2x+1)$

c $(2x-1)^2-(3x+3)(x-5)$

Indication : *il est nécessaire d'obtenir la forme développée-réduite de chacune de ses expressions pour reconnaître une identité remarquable.*

CC BY-NC

4. Racines carrés et identité remarquable

E.18 Développer puis simplifier chacune des expressions ci-dessous :

a) $(1+\sqrt{3})^2$ b) $(5-\sqrt{2})^2$

c) $(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})$ d) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$

E.19 Effectuer les calculs suivants en utilisant les identités remarquables et donner le résultat sous la forme la plus simple possible :

a) $(1+3\sqrt{6})(1-3\sqrt{6})$ b) $(\sqrt{2}-4\sqrt{3})^2$

E.20 Développer les calculs ci-dessous et donner leurs résultats sous la forme $a+b\sqrt{c}$, où a, b, c sont des entiers avec c le plus petit possible :

a) $(6-3\sqrt{5})(6+3\sqrt{5})$ b) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(2\sqrt{2}+3\sqrt{3})$

E.21

1) Écrire $(2+\sqrt{3})^2$ sous la forme $a+b\sqrt{3}$ où a et b sont des nombres réels.

2) En déduire une simplification d'écriture de $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

5. Développer, factoriser et évaluer

E.22

1) Développer l'expression : $A=(2x+4)^2$

2) Donner la forme factorisée de : $B=4x^2+16x+16$

3) Donner la valeur de B pour $x=-2$.

6. Développer, factoriser et équations

E.23 En utilisant la méthode de votre choix, résoudre les équations suivantes :

a) $9x^2+6x+1=0$

b) $(x+1)^2-(2x-1)^2=0$ c) $x^2+2x=-1$

E.24 On considère les deux programmes de calculs suivants

Programme A :

- Choisir un nombre ;
- le multiplier par 2 ;
- ajouter 3 ;
- élever au carré.

Programme B :

- Choisir un nombre ;
- multiplier par 16 ;
- ajouter 8.

1) Donner la valeur de sortie de ces deux programmes de calcul lorsque la valeur de départ est 2.

2) Quel nombre doit-on choisir pour que les deux programmes aient la même valeur de sortie?

E.25 On considère l'expression : $A=(x-3)(x+3)-2(x-3)$

1) Factoriser A.

2) Développer et réduire A.

3) En choisissant l'expression de A la plus adaptée parmi celles trouvées aux questions précédentes, déterminer la valeur de A pour $x=-1$ et pour $x=0$.

4) Résoudre l'équation : $(x-3)(x+1)=0$

E.26 On considère l'expression : $E=(3x-1)(x+5)-(3x-1)^2$

1) Développer et réduire E

2) Factoriser E.

3) Résoudre l'équation : $(3x-1)(-2x+6)=0$

7. Equation se ramenant au 1re degré

E.27 Résoudre les équations :

a) $(x+1)^2-(x-1)^2=0$ b) $4x^2-1=(2x+2)^2$

E.28 Résoudre, par la méthode de votre choix, les équations suivantes :

a) $x^2+2x+2=(x+4)^2$

b) $3(2x+4)^2=(6x-2)(2x+1)$

8. Equations produits : un peu plus loin

CC BY-NC

E.29 Résoudre les équations suivantes :

a $2x^2 + x + 1 = x^2 - x$

E.30 Résoudre les équations :

a $(x+3)(2x+3) = x+1$

b $(2x-2)^2 + (x+6)(5x+2) = 0$

CC BY-NC