Hors programme lycée / Algebre : expression du second degré avec discriminant

1. Second degré : équation

E.1

Les racines d'un polynôme sont les valeurs annulant ce polynôme.
Pour un polynôme $a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c$ du second degré, le nombre de racines existantes dépend du discriminant :

$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
Aucune solution	1 solution $-\dfrac{b}{2{\cdot}a}$	2 solutions $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a}$; $\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a}$

Déterminer les racines des polynômes du second degré :

a) $x^2+2x-35=0$ b) $2x^2-5x+2=0$

c) $5x^2-3x+2=0$ d) $9x^2-24x+16=0$

e) $-2x^2+3x-5=0$ f) $-3x^2-x+4=0$

E.2 Résoudre les équations suivantes :

a) $2x^2-3x-2=0$ b) $x^2-3x+1=0$

E.3 On considère les deux fonctions f et g définies sur $]-1\,;+\infty[$ définies par les relations :

$$f(x)=\frac{-2}{x+1} \quad ; \quad g(x)=2{\cdot}x-3$$

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g.

1. Établir l'identité : $g(x)-f(x)=\dfrac{2{\cdot}x^2-x-1}{x+1}$
2. En déduire les abscisses des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

E.4 Résoudre l'équation : $-6{\cdot}x^2-8{\cdot}x-2=0$

2. Second degré : équation et simplification de radicaux

E.5 Résoudre les équations suivantes :

a) $-3x^2+3x+3=0$ fb) $-x^2+4x+3=0$

E.6 Résoudre les équations suivantes :

a) $x^2-4x-3=0$ b) $2x^2-4x-8=0$

3. Second degré : forme factorisée

E.7

La factorisation d'un polynôme $a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c$ du second degré dépend de la valeur de son discriminant :

$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
Aucune factorisation	$a{\cdot}\Big(x+\dfrac{b}{2{\cdot}a}\Big)^2$	$a{\cdot}(x-\alpha)(x-\beta)$ où α et β sont les deux racines du polynômes

Factoriser, si possible, les expressions suivantes :

a) x^2+4x+3 b) $5x^2-4x-1$ c) $3x^2+4x+1$

d) $4x^2+3x+4$ e) $12x^2+36x+27$ f) $3x^2+3x+4$

E.8 Factoriser, si possible, les polynômes du second degré ci-dessous :

a) $3x^2+4x+1$ b) $-4x^2+5x$ c) $-4x^2+12x-9$

Indication : présenter les résultats sous la forme :
$(a{\cdot}x+b)(c{\cdot}x+d)$ ou $(a{\cdot}x+b)^2$ avec $a,b,c,d\in\mathbb{Z}$

4. Second degré : inéquation

E.9

Le tableau de signes d'un polynôme du second degré dépend du signe du coefficient du terme du second degré et du signe du discriminant.
Les six possibilités sont représentées ci-dessous :

	$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$ α et β sont les deux racines
$a>0$	x : $-\infty$ … $+\infty$ Signe : $+$	x : $-\infty$ … $-b/2a$ … $+\infty$ Signe : $+$ 0 $+$	x : $-\infty$ … α … β … $+\infty$ Signe : $+$ 0 $-$ 0 $+$
$a<0$	x : $-\infty$ … $+\infty$ Signe : $-$	x : $-\infty$ … $-b/2a$ … $+\infty$ Signe : $-$ 0 $-$	x : $-\infty$ … α … β … $+\infty$ Signe : $-$ 0 $+$ 0 $-$

Dresser le tableau de signes de chacune des expressions suivantes :

(a) $2x^2+x-1$ (b) $-3x^2+2x+1$ (c) $2x^2-1$

(d) $4x^2-3x-1$ (e) $-x^2-x-1$ (f) $-x^2-4x-1$

À la question (f), on pourra donner les valeurs approchées au centième des racines.

5. *Second degré : tableau de variations et tableau de signe*

E.10 On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ définies par les relations :

$$f(x)=x^2+x+1 \quad ; \quad g(x)=-2{\cdot}x^2-3{\cdot}x+5$$

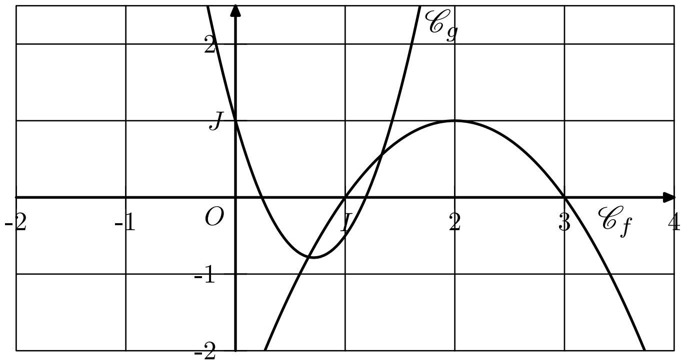
(1) Établir le tableau de variations de chacune de ces fonctions.

(2) Établir le tableau de signes de chacune de ces fonctions.

6. *Second degré : position relative de courbes*

E.11 Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$, on considère les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g définies par :

$$f(x)=-x^2+4{\cdot}x-3 \quad ; \quad g(x)=\frac{7}{2}{\cdot}x^2-5x+1$$



Les questions ci-dessous doivent être traitées algébriquement :

(1) Déterminer les antécédents de 0 par les fonctions f et g. On donnera les arrondies au centième près.

(2) Déterminer la position relative de ces deux courbes.

E.12 On considère les deux fonctions définies respectivement sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ et par les relations :

$$f(x)=\frac{2}{2{\cdot}x+3} \quad ; \quad g(x)=2{\cdot}x+2$$

(1) (a) Établir l'égalité : $g(x)-f(x)=\dfrac{4{\cdot}x^2+10{\cdot}x+4}{2{\cdot}x+3}$

(b) Dresser le tableau de signes du polynôme $4{\cdot}x^2+10{\cdot}x+4$ en laissant les étapes de votre raisonnement.

(2) Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g.

Comparer les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur $\left]-\dfrac{2}{3};+\infty\right[$.

7. *Equation et ensemble de résolution*

E.13 On considère l'équation suivante :

$$\frac{1}{2\,x^2-3\,x+1}-\frac{1}{2\,x^2+5\,x+2}=0$$

(1) Déterminer l'ensemble de résolution de cette équation.

(2) Déterminer l'ensemble des solutions de cette équation.

E.14 Résoudre les équations suivantes en tenant garde à l'ensemble de résolution de chaque équation :

(a) $\sqrt{3x^2-2x-3}=\sqrt{x}$

(b) $\dfrac{1}{3x^2-8x+4}=\dfrac{-2}{5x^2-6x-8}$

E.15 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est définie par la relation :

$$f(x)=\sqrt{-2x^2-3x+2}$$

(1) (a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

(b) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

(2) On considère la droite (d) d'équation : $y=-5{\cdot}x$.

(a) Résoudre l'équation : $-2x^2-3x+2=25{\cdot}x^2$.

(b) Justifier que la droite (d) intercepte la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f en un unique point.

E.16 Résoudre l'inéquation : $-4{\cdot}x^2+3{\cdot}x+7\leqslant 0$

8. *Inéquations et expressions rationnelles*

E.17 Résoudre les inéquations suivantes :

(a) $\dfrac{x^2-x}{2x-1} \leqslant 0$ (b) $\dfrac{18x^2-12x+2}{3x^2+x-2} > 0$

(c) $\dfrac{x^2+2x-5}{x} \geqslant 0$ (d) $\dfrac{x-2}{x+1} - \dfrac{3x-1}{x-1} < 0$

E.18 Résoudre les inéquations suivantes :

(a) $\dfrac{3x^2-5x+2}{-3x^2+4x-2} \leqslant 0$ (b) $\dfrac{2x-5}{2x-1} < \dfrac{x+1}{x+3}$

E.19 Résoudre l'inéquation suivante : $\dfrac{3x^2-5x+2}{-3x^2-4x+2} \leqslant 0$

E.20 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$\frac{-3x^2+4x+4}{5x^2+x-4} \geqslant 0$$

E.21 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante :

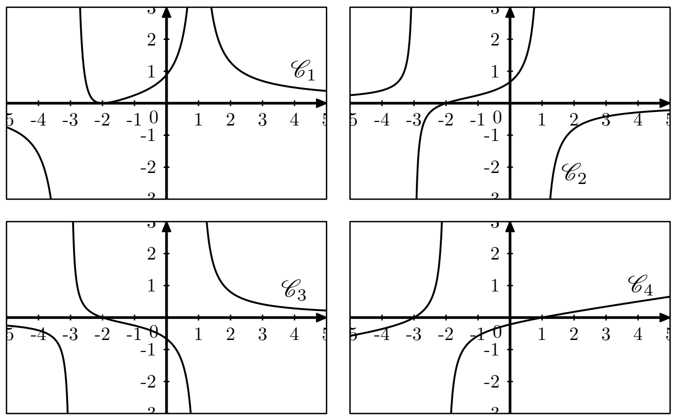
$$\frac{-x^2-3}{3} + 2 = \frac{1}{2x+1}$$

E.22 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est donnée par la relation :

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2+2x-3}$$

(1) Résoudre l'inéquation : $f(x) \geqslant 0$

(2) Parmi les quatre courbes ci-dessous, une seule est la courbe représentative de la fonction f. Laquelle?



E.23 Donner l'ensemble de définition de la fonction f définie par :

$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{2x+1}{x^2+5x-1}}$$

E.24 On considère les deux fonctions f et g définies respectivement sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ et $\mathbb{R}$ par les relations :

$$f(x) = \frac{2{\cdot}x^2+3{\cdot}x-3}{x+1} \quad ; \quad g(x) = x-2$$

Résoudre l'inéquation : $f(x) \geqslant g(x)$

E.25 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation suivante :

(a) $\dfrac{-x^2-3}{3} + 2 = \dfrac{1}{2x+1}$ (b) $\dfrac{4x}{x+1} \leqslant 5x-3$

9. *Inéquations et expressions rationnelles : degré supérieur à 2*

E.26 On considère les deux fonctions f et g définies sur $]-2\,;+\infty[$ par les relations :

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+1} \quad ; \quad g(x) = \frac{3{\cdot}x-3}{2{\cdot}x+4}$$

(1) (a) Établir l'égalité suivante :

$$f(x) - g(x) = \frac{-3{\cdot}x^3+5{\cdot}x^2-x-1}{(x^2+1)(2{\cdot}x+4)}$$

(b) Déterminer la valeur des réels a, b et c vérifiant la relation suivante :

$$f(x) - g(x) = \frac{(x-1)\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c\big)}{(x^2+1)(2x+4)}$$

(2) Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation : $f(x) - g(x) = 0$

(3) (a) Dresser le tableau de signes de : $f(x)-g(x)$.
(on admettra que le produit $(x^2+1)(2{\cdot}x+4)$ est strictement positif sur $]-2\,;+\infty[$).

(b) En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$.

E.27 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{-x-3}{2{\cdot}x^2-3}$$

(1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

(2) Soit g la fonction affine définie par la relation : $g(x) = x+3$

(a) Déterminer la valeur des réels a, b et c vérifiant l'égalité suivante :

$$f(x)-g(x) = \frac{(1-x)(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c)}{2{\cdot}x^2-3}$$

(b) En déduire la forme factorisée de $f(x)-g(x)$.

(3) (a) Dresser le tableau de signes de $f(x)-g(x)$ sur l'intervalle $\left]-\sqrt{\dfrac{3}{2}}\,;\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right[$.
On admettra que l'expression $2x^2-3$ est négative sur $\left]-\sqrt{\dfrac{3}{2}}\,;\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right[$.

(b) En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur l'intervalle $\left]-\sqrt{\dfrac{3}{2}}\,;\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right[$.

E.28 On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par les relations :

$$f(x)=2{\cdot}x^3-10{\cdot}x^2+6{\cdot}x+12 \quad ; \quad g(x)=2{\cdot}x-4$$

On considère $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g.

1. Montrer que 2 est solution de l'équation : $f(x)=g(x)$.
2. a. Déterminer la valeur des réels a, b, c vérifiant : $f(x)-g(x)=(x-2)(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c)$
   b. En déduire la forme factorisée de l'expression : $f(x)-g(x)$.
3. a. Dresser le tableau de signes de la différence : $f(x)-g(x)$
   b. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sur $\mathbb{R}$.

E.29 On considère les deux fonctions f et g dont les images d'un nombre x sont définies par les relations suivantes :

$$f(x)=\frac{1}{x-2} \quad ; \quad g(x)=\sqrt{2x+1}$$

1. a. Déterminer le tableau de variations des fonctions f et g respectivement sur les intervalles $\left]2\,;+\infty\right[$ et $\left[-\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$.
   b. Justifier, à la vue du tableau de variation, que les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ ne s'interceptent qu'une seule fois sur l'intervalle $]2\,;+\infty[$.
2. On souhaite résoudre l'équation : $(E):\frac{1}{x-2}=\sqrt{2x+1}$
   a. Déterminer les valeurs de a, b, c afin que : $(x-2)^2{\cdot}(2x+1)-1=(2x-3)(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c)$
   b. En déduire les solutions de l'équation : $(x-2)^2{\cdot}(2x+1)-1=0$.
   c. Déterminer les solutions de l'équation (E).

10. *Un peu plus loin*

E.30 On munit le plan d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ et on considère les points $A(-0{,}6\,;1{,}2)$ et $B(1\,;0)$

1. Déterminer la mesure de la distance AB.
2. On souhaite déterminer les coordonnées du point C tel que le triangle ABC soit équilatéral :
   a. Justifier que les coordonnées du point C vérifient les deux équations suivantes :
   $$\left(x_C+0{,}6\right)^2+\left(y_C-1{,}2\right)^2=4$$
   $$\left(x_C-1\right)^2+{y_C}^2=4$$
   b. En déduire l'égalité suivante : $y=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$
   c. En déduire les valeurs possibles de x.
   d. Donner les coordonnées des deux points réalisant l'énoncé.

E.31 Le but de cet exercice est de démontrer que les seuls polynômes périodiques sont les polynômes constants.

On utilisera la proposition suivante :

> Tout polynôme réel de degré n admet au maximum n racines réelles.

Notons a un nombre réel non-nul et P un polynôme périodique de période a :

1. On note Q le polynôme défini par : $Q(x)=P(x)-P(a)$
   Justifier que, pour tout $n\in\mathbb{N}$, on a : $Q(n{\cdot}a)=0$
2. En conclure que le polynôme P est constant.

11. *Un peu plus loin : systèmes d'équations du second degrés*

E.32 On considère le système suivant :

$$\begin{cases} x\cdot y=-1 \\ (x-2)(2y+3)=0 \end{cases}$$

1. Vérifier que le couple $\left(\frac{2}{3}\,;-\frac{3}{2}\right)$ est solution de ce système
2. Justifier que les abscisses des solutions de ce système forment l'ensemble des solutions de l'équation suivante sur $\mathbb{R}^*$: $3x^2-8x+4$
3. En déduire l'ensemble des solutions de ce système.

E.33

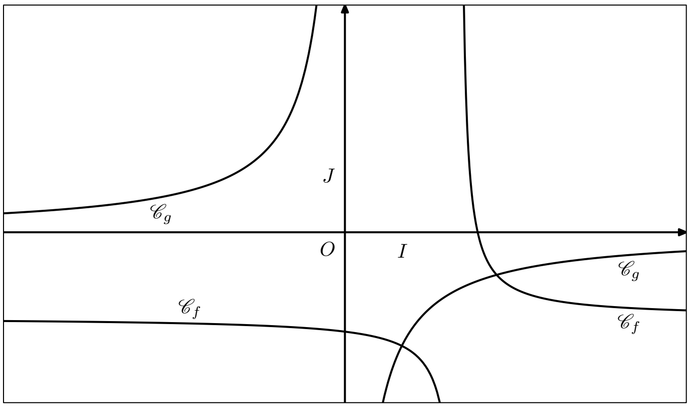
(1) Déterminer les solutions du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x \cdot y = -2 \\ (2y+3)(x-2) = 1 \end{cases}$$

(2) On considère les deux fonctions g définies dont les images d'un nombre x sont définies par les relations suivantes :

$$f(x) = \frac{7-3x}{2x-4} \quad ; \quad g(x) = -\frac{2}{x}$$

Voici la courbe représentative de ces deux fonctions :



(a) Justifier que les points d'intersection de ces deux courbes vérifient le système d'équations de la question (1).

(b) En déduire les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

E.34 Résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} 2x+3y = 12 \\ x \times y = -2 \end{cases}$$

E.35 Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x^2+4y^2 = 5 \\ x \times y = 1 \end{cases}$$

Indication : Ce système possède quatre couples de solutions.

E.36 Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} -5x^2+4y^2 = -1 \\ x \times y = 1 \end{cases}$$

Indication : ce système admet deux couples comme solutions.

E.37 Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} -2x^2-2y^2 = -4 \\ x \times y = -1 \end{cases}$$

Indication : ce système admet deux couples pour solutions

E.38 Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 4x^2+y^2 = -3 \\ x \times y = 1 \end{cases}$$

Indication : ce système n'admet aucun couple comme solution.

E.39 Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} -x^2+9y^2 = 9 \\ x \times y = -2 \end{cases}$$

E.40

(a) $\begin{cases} -10x^2+4y^2 = 6 \\ x \times y = -2 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} -7x^2+4y^2 = 9 \\ x \times y = -2 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} -4x^2+3y^2 = 8 \\ x \times y = -2 \end{cases}$ (d) $\begin{cases} -2x^2+1y^2 = -1 \\ x \times y = -1 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} 1x^2+-8y^2 = -7 \\ x \times y = 1 \end{cases}$ (f) $\begin{cases} 2x^2+-7y^2 = 1 \\ x \times y = 2 \end{cases}$

(g) $\begin{cases} 3x^2+-5y^2 = 7 \\ x \times y = -2 \end{cases}$ (h) $\begin{cases} 4x^2+-4y^2 = -7 \\ x \times y = 3 \end{cases}$

(i) $\begin{cases} 5x^2+-4y^2 = 4 \\ x \times y = -4 \end{cases}$ (j) $\begin{cases} 6x^2+-5y^2 = 9 \\ x \times y = -9 \end{cases}$

E.41 Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 6x^2+7y^2 = -8 \\ x \times y = -5 \end{cases}$$

E.42 Résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2 = 1 \\ x+y+z = 1 \end{cases}$$

E.43 Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x \times y = -2 \\ (x+8)(y+-2) = -7 \end{cases}$$

E.44 Résoudre les systèmes suivants :

(a) $\begin{cases} x \times y = 3 \\ (x+-1)(y+1) = 4 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x \times y = 3 \\ (x+5)(y+5) = 8 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x \times y = 4 \\ (x+6)(y+3) = 4 \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x \times y = 6 \\ (x+-3)(y+1) = 6 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} x \times y = 7 \\ (x+2)(y+2) = -5 \end{cases}$

E.45 Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x \times y = 4 \\ (x+6)(y+-3) = -8 \end{cases}$$

E.46 Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x \times y = 2 \\ (x-1)(y-9) = 2 \end{cases}$$

E.47 Résoudre l'équation suivante :

$$\begin{cases} x \times y = 2 \\ (x+4)(y-1) = -2 \end{cases}$$

12. *Un peu plus loin : changement de variables*

E.48

1. Déterminer les racines du polynôme :
   (P) : $x^2 - 8{\cdot}x + 4$
2. Développer et simplifier les expressions suivantes :
   $a = \left(1+\sqrt{3}\right)^2$; $b = \left(1-\sqrt{3}\right)^2$
3. On considère le polynôme (P') défini par :
   (P') : $x^4 - 8{\cdot}x^2 + 4$
   a. Montrer que $1+\sqrt{3}$ est une racine de (P').
   b. En déduire les quatre racines du polynôme (P').

E.49 Résoudre les deux équations suivantes en utilisant le changement de variable :

a. P : $x^4 - 5{\cdot}x^2 + 4$ b. P' : $x^4 + 5{\cdot}x^2 + 4$

E.50 On considère l'expression (E) définie par :
(E) : $x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$

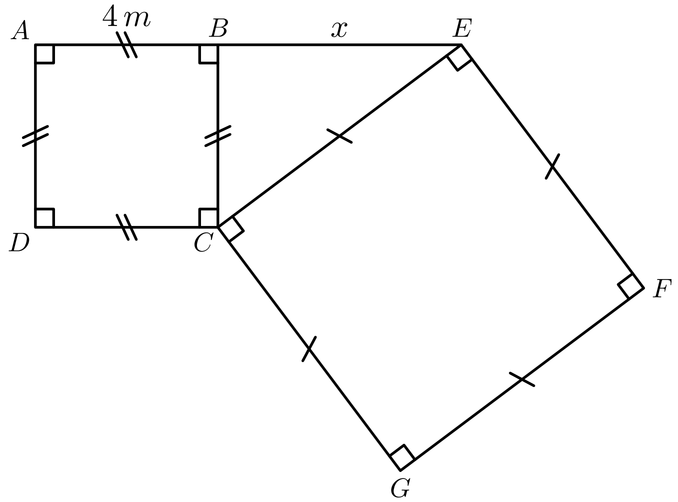
1. a. Montrer que si a est solution de l'équation (E) alors $\dfrac{1}{a}$ l'est aussi.
   b. Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation :
   (E') : $x^2 - 3x + 4 - \dfrac{3}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$
2. a. Développer l'expression suivante :
   $\left(x+\dfrac{1}{x}-1\right)\left(x+\dfrac{1}{x}-2\right)$
   b. En utilisant le changement de variable $X = x+\dfrac{1}{x}$, modifier l'équation (E') en une équation du second degré en X.
   c. Résoudre l'équation en X obtenu à la question précédente.
   d. En déduire les valeurs de x solution de (E').
3. Donner l'ensemble des solutions de l'équation (E).

E.51 On considère l'équation (E) définie par :
$x^4 - 8x^3 + 2x^2 - 8x + 1 = 0$

1. Montrer que l'équation (E) est équivalente à :
   (E'): $x^2 - 8x + 2 - \dfrac{8}{x} + \dfrac{1}{x^2} = 0$
2. Déterminer les réels a, b et c vérifiant la relation :
   $x^2 - 8x + 2 - \dfrac{8}{x} + \dfrac{1}{x^2} = a{\cdot}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2 + b{\cdot}\left(x+\dfrac{1}{x}\right) + c$
3. En posant pour changement de variable $X = x+\dfrac{1}{x}$, résoudre l'équation (E').

13. *Second degré : problèmes*

E.52 Un champ est composé de deux carrés et d'un triangle rectangle. On a représenté ce champ dans la figure ci-dessous :



1. Justifier que l'aire $\mathcal{A}$ du champ a pour valeur en fonction de x :
   $\mathcal{A}(x) = x^2 + 2x + 32$
2. En déduire la valeur de la longueur x afin que l'aire totale du champ soit de $200\,m^2$.

14. *Exercices non-classés*

E.53 On considère le polynôme du second degré (E): x^2+3x+3.

1. Déterminer le discriminant du polynôme (E).
2. En effectuant un raisonnement par l'absurde et en supposant que l'expression (E) admette la forme factorisée :
   (E) : $a(x-\alpha)(x-\beta)$
   Établir que l'expression (E) n'admet pas de forme factorisée.

E.54

1 Établir l'identité suivante :
$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right)\right]$$

Cette question permet d'affirmer que tout polynôme du seconde degré $a{\cdot}x^2{+}b{\cdot}x{+}c$ admet une écriture de la forme $\alpha\Big[(x{+}\beta)^2{-}\gamma\Big]$. Cette dernière forme s'appelle la forme canonique d'un polynôme du second degré.

2 a Justifier que l'expression :
$$a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right)\right]=0$$
admette aucune solution, une solution, deux solutions suivant la valeur de b^2-4ac?

b Pour chacune des équations ci-dessous, décrire l'ensemble des solutions : c'est-à-dire s'il est vide ou le nombre d'éléments le constituant :

$(E) : 4x^2-5x+4$ $\qquad$ $(F) : 2x^2-x-1$

$(G) : 9x^2-24x+16$

L'ensemble des solutions de l'équation $ax^2{+}bx{+}c{=}0$ dépend du signe de $b^2 - 4ac$. On appelle discriminant du polynôme $ax^2{+}bx{+}c$ le nombre noté Δ valant :
$$\Delta=b^2-4a\cdot c.$$

Relativement à la question précédente, on en déduit qu'une équation du second degré admet comme ensemble de solution :
- l'ensemble vide si $\Delta{<}0$,
- un ensemble à un élément si $\Delta{=}0$,
- un ensemble à deux éléments distincts si $\Delta{>}0$.

3 On considère une polynôme du second degré ayant un discriminant strictement positif : $\Delta{=}b^2{-}4a{\cdot}c{>}0$

a Factoriser l'expression : $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\Delta$

b En déduire que l'équation du second degré :
$$a\cdot x^2+b\cdot x+c=0$$
admet pour solutions :
$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}\quad ;\quad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}$$

4 On considère l'équation (H) : $2x^2{+}2x{-}12{=}0$

a Déterminer le discriminant du polynôme $2x^2{+}2x{-}12$. Combien de solution admet l'équation (H)?

b Par application directe de la question 3 b, prouver que l'équation (H) admet pour ensemble de solution $\{-3\,;2\}$

