



Hors programme lycée / Algèbre



1. Domaine de résolution, de définition

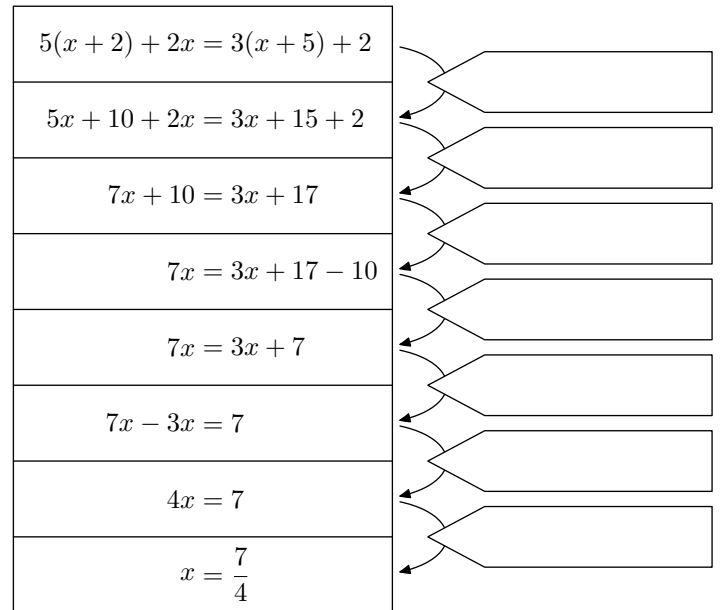
E.1   On souhaite résoudre l'équation :

$$(E): \frac{(x-2)x}{x+1} = \frac{2x^2+1}{x+1}$$




- 1 Quel est le domaine de résolution de cette équation?
- 2 Pour $x \neq -1$, établir l'égalité suivante :

$$\frac{2x^2+1}{x+1} - \frac{(x-2)x}{x+1} = x+1$$
- 3 Que peut-on dire de l'ensemble des solutions de (E)?

E.2   Le diagramme ci-dessous présente les étapes de la résolution algébrique d'une équation.



Décrire succinctement chacune de ces étapes en indiquant dans les étiquettes l'action mathématique réalisée (*factorisation, développement, soustraction...*).

E.3    Résoudre l'équation suivante :



$$\frac{2x-2}{x-1} = \frac{3x+3}{2x+1}$$

2. Développement

E.4   Donner la forme développée réduite des expressions suivantes :

- a) $(2x+1)(x+2)$ b) $(x-1)(2x+2)$
 c) $(-2-x)(3x+1)$ d) $(2x+3)^2$



3. Factorisation

E.5   Factoriser les expressions suivantes :

- a) $(3x-1)(2x+1) + (5-x)(2x+1)$
 b) $x(2-x) + (3x+1)(2-x)$
 c) $(x+1)(x-1) - (2x+3)(x-1)$

E.6   Factoriser les expressions suivantes :

- a) $(3x+4)(2x-1) + 4(3x+4)$
 b) $(2x+4)(3-3x) + (2x+4)$
 c) $(x+1)(3-2x) + (3-2x)^2$

E.7   On considère l'équation : (F) : $\frac{3-3x}{2x+2} + \frac{3x-2}{2x+3} = 0$

- 1 Établir l'égalité suivante :

$$\frac{3-3x}{2x+2} + \frac{3x-2}{2x+3} = \frac{5-x}{(2x+2)(2x+3)}$$
- 2 Résoudre l'équation (F).

4. Factorisation par un facteur commun

E.8   Factoriser les expressions suivantes :

- a $(x+2)(x-3) + (3x+6)(2x-1)$
- b $(3x+6)(x-4) - (2x-8)(x-2)$
- c $(2x+7)(27x+18) - (5-x)(3x+2)$

E.9   Factoriser les expressions suivantes :

- a $(3x+2)(5-x) + (6x+4)$
- b $(5-2x)(x+1) - 3x(2x-5)$
- c $(5-2x) + (4x-10)(7-2x)$

E.10   Factoriser les expressions suivantes :

- a $(3x+2)(4x+2) - (5x+1)(2x+1)$
- b $(2x-1)(9x+3) + (3x+1)^2$

E.11  

Rappels :

L'opposé de l'expression $3x-4$ peut s'exprimer avec les deux formes suivantes : $-3x+4$; $4-3x$

L'opposé du produit $a \times b$ peut s'exprimer avec les deux formes : $(-a) \times b$; $a \times (-b)$

Attention, le produit $(-a) \times (-b)$ est **égal** au produit $a \times b$.

Applications :

- Dans l'expression $(3x-4)(5x+1) + (4-3x)(2-2x)$, le facteur commun est $3x-4$.
- On a les transformations successives :
 $(2-x)(x-4) = [-(x-2)](x-4) = (x-2)(4-x)$

Factoriser les expressions suivantes :

- a $(3x-4)(5x+1) + (4-3x)(2-2x)$
- b $(x-2)(2x+3) + (2-x)(x-4)$

E.12  

Rappel : lorsque les coefficients d'un polynôme sont des multiples d'un même nombre, une factorisation est possible.

Exemple :

- $2x+2 = 2 \cdot (x+1)$
- $6x-3 = 3 \cdot (2x-1)$

Factoriser les expressions suivantes :

- a $(x+1)(2x-1) + (2x+2)(3x+2)$
- b $(6x-3)(x+1) + (2x-1)(x+2)$
- c $(9x-3)(3x+1) - (x-2)(3x-1)$
- d $(2x+2)^2 + (x+1)$

E.13   Factoriser les expressions suivantes :

- a $(x+3)(2x-1) - (3x+1)(x+3)$
- b $(6-3x)(x+2) - (2-x)^2$

5. Factorisation par un facteur commun et équation

E.14   Résoudre les équations suivantes :



- a $(4x+2)(3x-1) + x(6x+3) = 0$
- b $(3x+9)^2 = 2(2x+6)(3x-2)$

E.15   Résoudre les équations suivantes :

- a $(3x+1)(1-3x) + (6x+2)(3x-1) = 0$

E.16   Résoudre les équations suivantes :

- a $(5x+2)(4x-3) = (2x-1)(3-4x)$
- b $(2-3x)(2x-4) + (10-5x)(3x-1) = 0$

E.17   Résoudre l'équation suivante :
 $(5x+1)(3x-1) - 2(x+1)(1-3x) = 0$

E.18   Factoriser les expressions suivantes :

- a $(x-1)(2x+1) - (2x-2)(5-2x)$
- b $3(4+2x) - (3+x)(10+5x)$
- c $(2-x)(3x-4) + \left(2 - \frac{3}{2}x\right)(2x+3)$

6. Factorisation: identité remarquable

E.19   Factoriser les expressions suivantes :

- a $(2x+1)^2 - 4(2-3x)^2$
- b $18x^2 - 24x + 8 + (3x-2)(2-x)$

7. Factorisation par facteur commun et identité remarquable

E.20   Factoriser les expressions suivantes :

a) $(3x + 2)(5x - 1) - (2 - 10x)(2 - 4x)$

b) $(x + 3)(3x + 6) + (4x + 8)^2$

c) $(2x + 3)(5x - 4) - (2x - 2)(6 - x)$

d) $(x - 3)(-3x - 3) - (2x + 2)(3 - 3x)$

E.21   Résoudre les équations suivantes :

a) $(1 - 5x)(2x + 1) = (1 - 3x)(3x + 2)$

b) $(6x + 1)(3x + 1) + (2x + 1)(2 - 9x) = 0$

c) $(-5x - 4)(2x + 1) = (-4x - 3)(3x + 2)$

E.22   Résoudre les équations suivantes :

a) $(4x + 2)(3x - 1) + x(6x + 3) = 0$

b) $(x + 3)^2 = 2(2x + 6)(3x - 2)$

c) $(-5x - 4)(2x + 1) = (-4x - 3)(3x + 2)$

d) $(1 - 5x)(2x + 1) = (1 - 3x)(3x + 2)$

8. Racines carrées

E.23  

- 1 Soit a et b deux nombres tels que $a \geq 0$ et $b \geq 0$. Comparer les nombres :

$$\sqrt{a+b} \quad ; \quad \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

- 2 Quelles conditions sur a et b doit-on avoir pour que l'inégalité soit stricte?

9. Exercices non-classés

E.24   On considère les deux fonctions f et g définies sur \mathbb{R}_+ par les relations :

$$f(x) = 2 \cdot (x - 1) \cdot \sqrt{x} \quad ; \quad g(x) = 3 \cdot x^2 - 9 \cdot x + 6$$

À l'aide de la calculatrice, conjecturer la position relative sur

\mathbb{R}_+ des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives respectivement des fonctions f et g .

On utilisera les résultats de la calculatrice arrondie au centième près.