# Hors programme lycée / Algèbre

## 1. Domaine de résolution, de définition

**E.1** On souhaite résoudre l'équation :

$(E)$ : $\dfrac{(x-2)x}{x+1} = \dfrac{2x^2+1}{x+1}$

1. Quel est le domaine de résolution de cette équation?
2. Pour $x \neq -1$, établir l'égalité suivante :
$$\frac{2x^2+1}{x+1} - \frac{(x-2)x}{x+1} = x+1$$
3. Que peut-on dire de l'ensemble des solutions de $(E)$?

**E.2** Le diagramme ci-dessous présente les étapes de la résolution algébrique d'une équation.

| |
|---|
| $5(x+2)+2x = 3(x+5)+2$ |
| $5x+10+2x = 3x+15+2$ |
| $7x+10 = 3x+17$ |
| $7x = 3x+17-10$ |
| $7x = 3x+7$ |
| $7x-3x = 7$ |
| $4x = 7$ |
| $x = \dfrac{7}{4}$ |

Décrire succinctement chacune de ces étapes en indiquant dans les étiquettes l'*action* mathématique réalisée *(factorisation, développement, soustraction...)*.

**E.3** Résoudre l'équation suivante : $\dfrac{2x-2}{x-1} = \dfrac{3x+3}{2x+1}$

## 2. Développement

**E.4** Donner la forme développée réduite des expressions suivantes :

a. $(2x+1)(x+2)$

b. $(x-1)(2x+2)$

c. $(-2-x)(3x+1)$

d. $(2x+3)^2$

## 3. Factorisation

**E.5** Factoriser les expressions suivantes :

a. $(3x-1)(2x+1)+(5-x)(2x+1)$

b. $x(2-x)+(3x+1)(2-x)$

c. $(x+1)(x-1)-(2x+3)(x-1)$

**E.6** Factoriser les expressions suivantes :

a. $(3x+4)(2x-1)+4(3x+4)$

b. $(2x+4)(3-3x)+(2x+4)$

c. $(x+1)(3-2x)+(3-2x)^2$

**E.7** On considère l'équation : $(F)$ : $\dfrac{3-3x}{2x+2} + \dfrac{3x-2}{2x+3} = 0$

1. Établir l'égalité suivante :
$$\frac{3-3x}{2x+2} + \frac{3x-2}{2x+3} = \frac{5-x}{(2x+2)(2x+3)}$$
2. Résoudre l'équation $(F)$.


CC BY-NC

## 4. *Factorisation par un facteur commun*

**E.8** Factoriser les expressions suivantes :

a) $(x+2)(x-3)+(3x+6)(2x-1)$

b) $(3x+6)(x-4)-(2x-8)(x-2)$

c) $(2x+7)(27x+18)-(5-x)(3x+2)$

**E.9** Factoriser les expressions suivantes :

a) $(3x+2)(5-x)+(6x+4)$

b) $(5-2x)(x+1)-3x(2x-5)$

c) $(5-2x)+(4x-10)(7-2x)$

**E.10** Factoriser les expressions suivantes :

a) $(3x+2)(4x+2)-(5x+1)(2x+1)$

b) $(2x-1)(9x+3)+(3x+1)^2$

**E.11**

**Rappels :**

L'opposé de l'expression $3x-4$ peut s'exprimer avec les deux formes suivantes : $-3x+4$ ; $4-3x$

L'opposé du produit $a\times b$ peut s'exprimer avec les deux formes : $(-a)\times b$ ; $a\times(-b)$
Attention, le produit $(-a)\times(-b)$ est **égal** au produit $a\times b$.

**Applications :**

- Dans l'expression $(3x-4)(5x+1)+(4-3x)(2-2x)$, le facteur commun est $3x-4$.
- On a les transformations successives :
  $(2-x)(x-4)=\big[-(x-2)\big](x-4)=(x-2)(4-x)$

Factoriser les expressions suivantes :

a) $(3x-4)(5x+1)+(4-3x)(2-2x)$

b) $(x-2)(2x+3)+(2-x)(x-4)$

**E.12**

**Rappel :** lorsque les coefficients d'un polynôme sont des multiples d'un même nombre, une factorisation est possible.

**Exemple :**
- $2x+2=2\cdot(x+1)$
- $6x-3=3\cdot(2x-1)$

Factoriser les expressions suivantes :

a) $(x+1)(2x-1)+(2x+2)(3x+2)$

b) $(6x-3)(x+1)+(2x-1)(x+2)$

c) $(9x-3)(3x+1)-(x-2)(3x-1)$

d) $(2x+2)^2+(x+1)$

**E.13** Factoriser les expressions suivantes :

a) $(x+3)(2x-1)-(3x+1)(x+3)$

b) $(6-3x)(x+2)-(2-x)^2$

## 5. *Factorisation par un facteur commun et équation*

**E.14** Résoudre les équations suivantes :

a) $(4x+2)(3x-1)+x(6x+3)=0$

b) $(3x+9)^2=2(2x+6)(3x-2)$

**E.15** Résoudre les équations suivantes :

a) $(3x+1)(1-3x)+(6x+2)(3x-1)=0$

**E.16** Résoudre les équations suivantes :

a) $(5x+2)(4x-3)=(2x-1)(3-4x)$

b) $(2-3x)(2x-4)+(10-5x)(3x-1)=0$

**E.17** Résoudre l'équation suivante :
$(5x+1)(3x-1)-2(x+1)(1-3x)=0$

**E.18** Factoriser les expressions suivantes :

a) $(x-1)(2x+1)-(2x-2)(5-2x)$

b) $3(4+2x)-(3+x)(10+5x)$

c) $(2-x)(3x-4)+\left(2-\frac{3}{2}x\right)(2x+3)$

## 6. *Factorisation : identité remarquable*


(cc) BY-NC

E.19 Factoriser les expressions suivantes :

a $(2x+1)^2 - 4(2-3x)^2$

b $18x^2 - 24x + 8 + (3x-2)(2-x)$

## 7. Factorisation par facteur commun et identité remarquable

E.20 Factoriser les expressions suivantes :

a $(3x+2)(5x-1) - (2-10x)(2-4x)$

b $(x+3)(3x+6) + (4x+8)^2$

c $(2x+3)(5x-4) - (2x-2)(6-x)$

d $(x-3)(-3x-3) - (2x+2)(3-3x)$

E.21 Résoudre les équations suivantes :

a $(1-5x)(2x+1) = (1-3x)(3x+2)$

b $(6x+1)(3x+1) + (2x+1)(2-9x) = 0$

c $(-5x-4)(2x+1) = (-4x-3)(3x+2)$

E.22 Résoudre les équations suivantes :

a $(4x+2)(3x-1) + x(6x+3) = 0$

b $(x+3)^2 = 2(2x+6)(3x-2)$

c $(-5x-4)(2x+1) = (-4x-3)(3x+2)$

d $(1-5x)(2x+1) = (1-3x)(3x+2)$

## 8. Racines carrées

E.23

1 Soit $a$ et $b$ deux nombres tels que $a \geqslant 0$ et $b \geqslant 0$. Comparer les nombres :

$$\sqrt{a+b} \quad ; \quad \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

2 Quelles conditions sur $a$ et $b$ doit-on avoir pour que l'inégalité soit stricte?

## 9. Exercices non-classés

E.24 On considère les deux fonctions $f$ et $g$ définies sur $\mathbb{R}_+$ par les relations :

$$f(x) = 2\cdot(x-1)\cdot\sqrt{x} \quad ; \quad g(x) = 3\cdot x^2 - 9\cdot x + 6$$

À l'aide de la calculatrice, conjecturer la position relative sur $\mathbb{R}_+$ des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives respectivement des fonctions $f$ et $g$.
On utilisera les résultats de la calculatrice arrondie au centième près.

 CC BY-NC