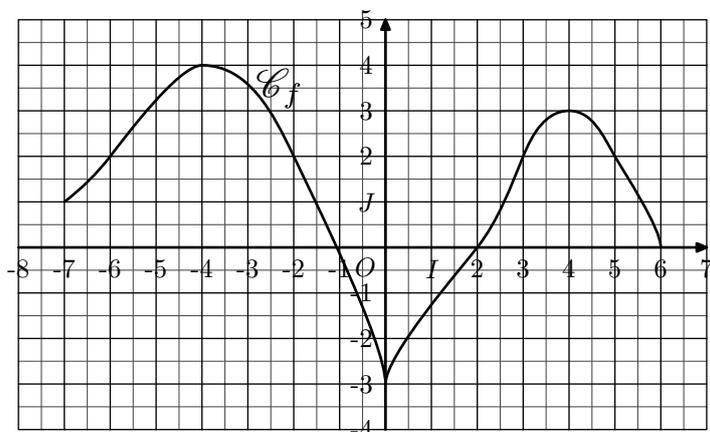


Hors programme lycée / Généralité sur les fonctions

1. Lecture graphique: image, antécédents

E.1 La représentation graphique de la fonction f est donnée dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous :



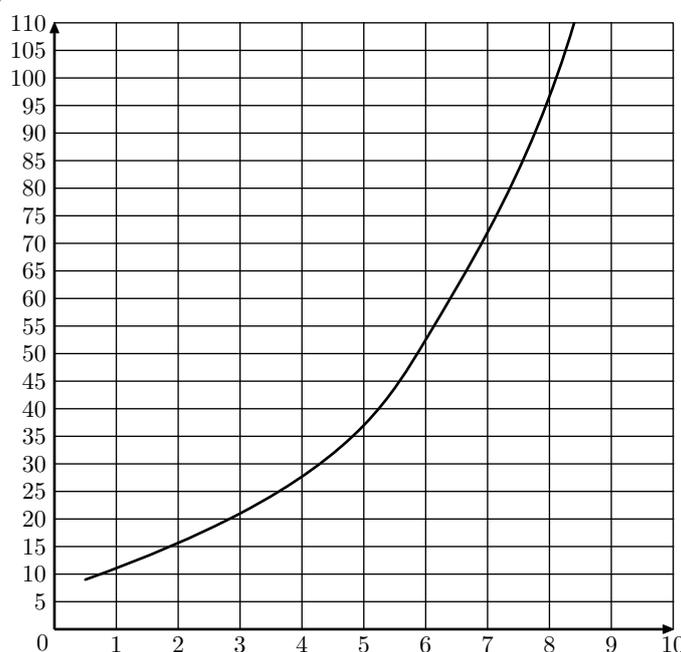
- Justifier chacune de vos observations :
 - Quelle est l'image du nombre 2 par f ?
 - Quels sont les antécédents par f du nombre 2?
- Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- Quelles sont les coordonnées du point le plus haut de la courbe \mathcal{C}_f ?
 - En déduire la valeur maximale prise par la fonction f .
- Donner la valeur minimale prise par la fonction f et la valeur de x pour laquelle elle est atteinte.

E.2 Un site est spécialisé dans la diffusion de vidéos sur internet. Le responsable du site a constaté que la durée de chargement des vidéos évoluait en fonction d'internautes connectés simultanément.

On cherche à estimer la durée de chargement en fonction du nombre de personnes connectées simultanément. Deux fonctions sont proposées pour modéliser cette situation.

Dans le repère orthogonal ci-dessous, on a tracé la courbe représentative d'une fonction f qui modélise la situation précédente.

On note x le nombre, exprimé en millier, d'internautes connectés simultanément et $f(x)$ la durée de chargement exprimée en seconde.



- Par lecture graphique, estimer la durée de chargement, en seconde, pour 8 000 personnes connectées.
- Déterminer graphiquement un antécédent de 15 par f .
 - Donner une interprétation de ce résultat.

E.3 Dans un pays sur une période de deux ans, les prix des denrées alimentaires ont augmenté de manière incontrôlée.

L'état décide d'imposer une réduction à chacune des denrées alimentaires afin de fixer l'inflation à 5 % sur cette période de deux ans.

① En supposant que le pourcentage d'inflation ait été de 40 %, donner les caractéristiques de la réduction que doit imposer l'état afin de ramener cette inflation à 5 %.

On note x le taux de l'inflation et y le taux de la réduction imposée par l'état pour ramener l'inflation à 5 %.

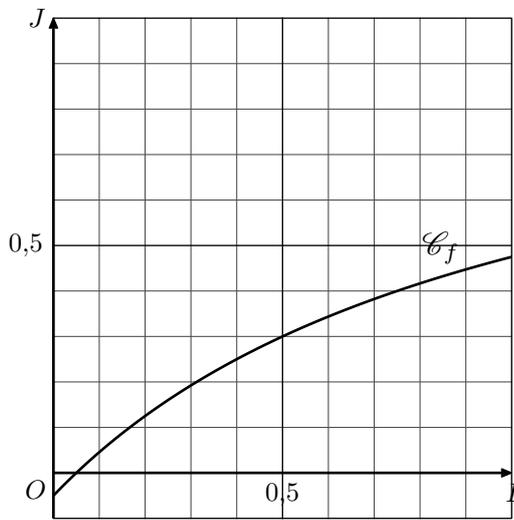
② Donner une relation liant les valeurs x et y .

On admet que la valeur de y est donnée en fonction de x par la relation : $y = \frac{x-0,05}{1+x}$

③ On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = \frac{x-0,05-x}{1+x}$$

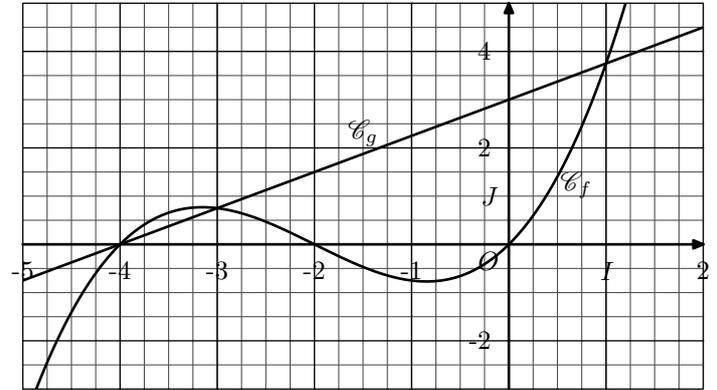
Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f :



On répondra aux questions suivantes par lecture graphique et on donnera les résultats arrondis au dixième près :

- a) Lorsque l'inflation est de 30 %, quelle est le taux de l'inflation fixé par l'état?
- b) Lorsque l'état a imposé une baisse des prix de 40 %, quelle est le pourcentage de l'inflation?

E.4 On considère les deux fonctions f et g définies sur \mathbb{R} dont leurs présentations, \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g , sont données dans le repère orthogonal $(O; I; J)$ ci-dessous :

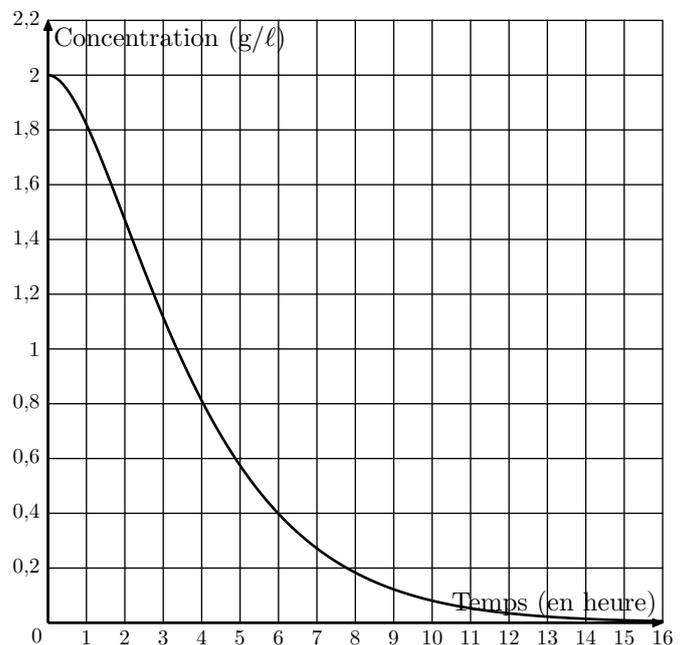


- ① Graphiquement, déterminer l'ensemble des solutions de l'équation : $f(x) = g(x)$
- ② Graphiquement, déterminer la position relative des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

2. Lecture graphique : inéquations

E.5 On injecte à un patient un médicament et on mesure régulièrement, pendant 15 heures, la concentration, en grammes en litres, de ce médicament dans le sang.

On obtient la courbe fournie ci-dessous :

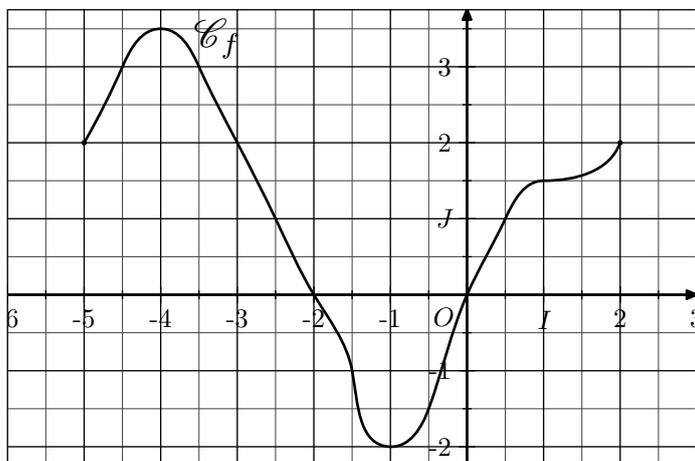


Avec la précision permise par le graphique, indiquer :

- la concentration à l'instant initial ;
- l'intervalle de temps pendant lequel la concentration est supérieure ou égale à 0,4 gramme par litre.

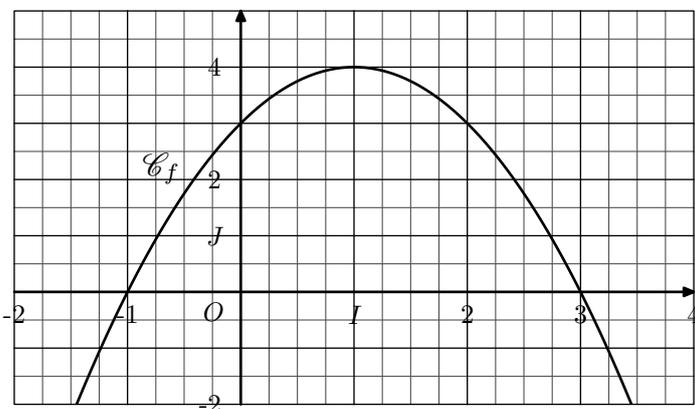
On fera apparaître sur le graphique les traits de construction nécessaires.

E.6 On considère la fonction f dont la représentation est donnée ci-dessous dans le repère $(O; I; J)$:



- 1 Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2 Donner les images, par la fonction f , de 0 et 1.
- 3 Donner les antécédents des nombres 0 et 1 par la fonction f .
- 4 Dresser le tableau de variations de la fonction f .

E.7 On considère la fonction f dont la représentation est donnée ci-dessous dans le repère orthonormé $(O; I; J)$:



On s'intéresse à la fonction affine g définie par la relation :
 $g : x \mapsto x + 1$

- 1 Tracer la courbe représentative de la fonction g dans le repère ci-dessus.
- 2 Graphiquement, résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$.
- 3 Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$

E.8 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre réel x est définie par la relation :

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$$

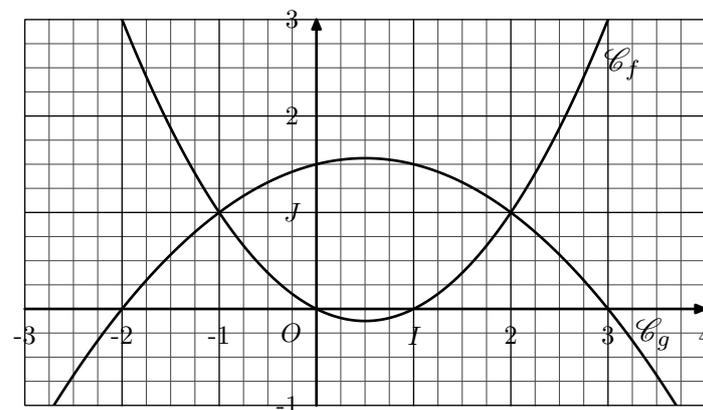
- 1 Répondre aux questions suivantes à l'aide de la calculatrice :
 - a Déterminer les minimums et les maximums de la fonction f .
 - b Dresser le tableau de variations f sur \mathbb{R} .
- 2 a Résoudre l'équation : $f(x) = -3 \cdot x + 1$.
- b Vérifier votre résultat à la calculatrice.

E.9 On considère les deux fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par les relations :

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \quad ; \quad g(x) = -\frac{1}{2} \cdot x + 1$$

À l'aide de la calculatrice, donner les coordonnées du point d'intersection des deux courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g représentatives respectivement des fonctions f et g .

E.10 On considère les deux fonctions f et g définies sur \mathbb{R} dont les représentations \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sont données dans le repère $(O; I; J)$ orthonormé ci-dessous :



- 1 Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = g(x)$.
- 2 Donner les positions relatives des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sur \mathbb{R} .

E.11 Une entreprise fabrique chaque jour des pièces métalliques pour l'industrie automobile. La production quotidienne varie entre 0 et 25 pièces.

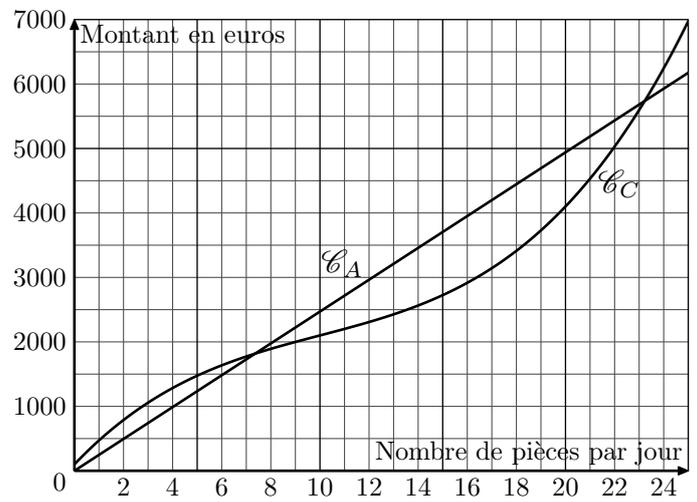
Le montant des charges correspondant à la fabrication de x pièces, exprimé en euros, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0; 25]$ par :

$$C(x) = x^3 - 30x^2 + 400x + 100$$

On suppose que l'entreprise vend chaque jour sa production journalière. Chaque pièce est vendue au prix de 247 euros. Le chiffre d'affaires est modélisé par la fonction A définie sur l'intervalle $[0; 25]$ par :

$$A(x) = 247x$$

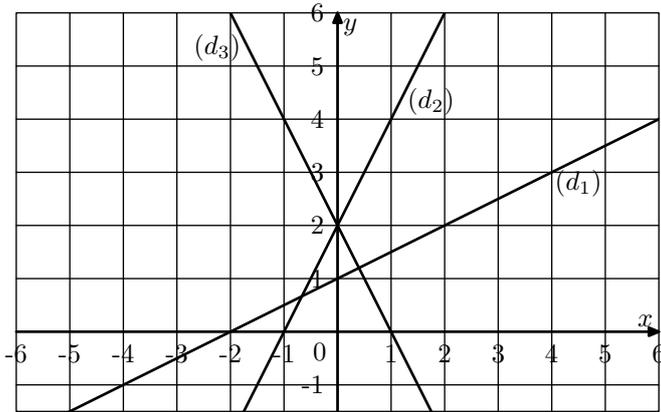
Dans le repère ci-dessous sont représentées les courbes \mathcal{C}_C et \mathcal{C}_A respectivement des fonctions C et A :



- 1 Graphiquement, conjecturer la position relative de ces deux courbes.
- 2 À l'aide de la calculatrice, donner l'intervalle pour lequel l'entreprise est bénéficiaire. (On arrondit les bornes de l'intervalle au centième près).

3. Fonctions affines

E.12 Dans un repère $(O; I; J)$ orthogonal, on représente les cinq droites ci-dessous.



Déterminer les équations réduites des droites (d_1) , (d_2) , (d_3) .

E.13 On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$.

- 1 On considère les points $A(-2; -1,5)$ et $B(0,5; 2,25)$. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) .
- 2 On considère les points $C(-1; 1)$ et $D(1; -0,5)$. Déterminer l'équation réduite de la droite (CD) .

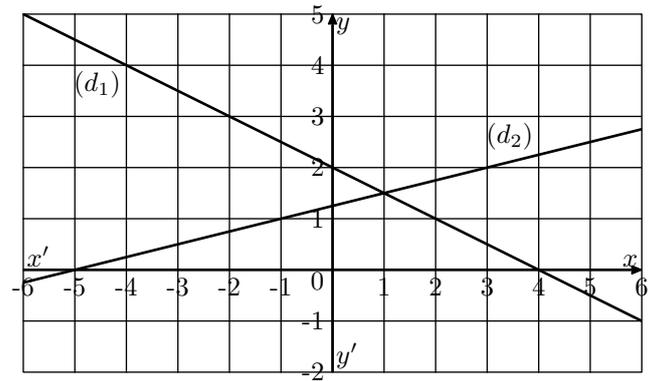
4. Position relative de courbes

E.15 Soit f et g deux fonctions définies sur $]-\infty; 3]$ par les relations :

$$f(x) = \sqrt{-x+3} \quad ; \quad g(x) = x-1$$

- 1 a Résoudre l'équation : $-x+3=(x-1)^2$
- b Vérifier si les deux solutions trouvées à la question a) sont solutions de l'équation :

E.14 Le graphique ci-dessous donne la représentation de deux droites dans un repère $(O; I; J)$ orthonormé :



- 1 On considère les deux points $A(-2; 3)$ et $B(4; 0)$ appartenant à la droite (d_1) :
 - a Montrer que le coefficient directeur de la droite (d_1) a pour valeur $-\frac{1}{2}$.
 - b Déterminer l'équation réduite de la droite (d_1) .
- 2 Déterminer l'équation réduite de la droite (d_2) .

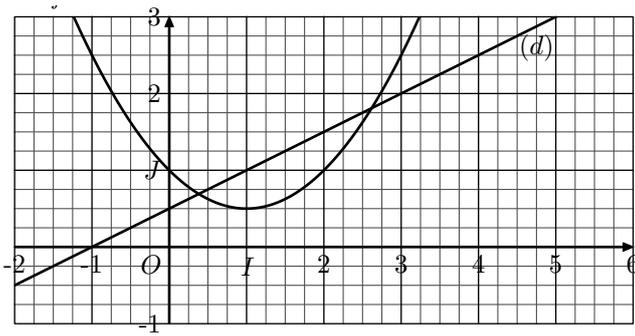
$$f(x) = g(x)$$

- 2 a Sur $]-\infty; 3]$, établir que la fonction f est décroissante .
- b Justifier que la fonction g est croissante.
- 3 En déduire la position relative des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

E.16 On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation :

$$f(x) = 0,5 \cdot x^2 - x + 1$$

dont la courbe représentative est donnée dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous :



5. Signes d'une fonction

E.17 On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	-3	2	5	$+\infty$
Variation de f		0	3	0	-1

① Sur lesquels de ces intervalles, la fonction f est soit positive, soit négative. Préciser alors son signe :

- (a) $[-3; 5]$ (b) $]-\infty; 2]$ (c) $]-3; +\infty[$

② Sur lesquels de ces intervalles, la fonction f' est soit positive, soit négative. Préciser alors son signe :

- (a) $[-3; 5]$ (b) $]-\infty; 2]$ (c) $]-3; +\infty[$

E.18 On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation :

$$f(x) = \frac{4}{(3 \cdot x - 3)^2 + 1}$$

6. Etude de variations

E.19 On considère la fonction f admettant le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$	-3	5	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

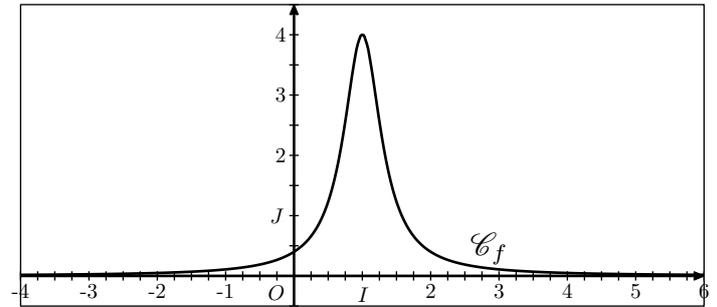
Répondre aux affirmations suivantes par "vrai", "faux" ou "on ne peut pas savoir" :

- ① $f(2) = 6$.
- ② L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions.
- ③ La fonction f est une fonction affine.

La droite (d) représentée ci-dessous passe par les points $A(1; 1)$ et $B(3; 2)$.

- ① (a) Déterminer l'équation réduite de la droite (d) .
 (b) Justifier que l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ est équivalente à l'inéquation $0,5 \cdot x^2 - 1,5 \cdot x + 0,5 \leq 0$.
- ② (a) À l'aide de la calculatrice, résoudre l'inéquation :
 $0,5 \cdot x^2 - 1,5 \cdot x + 0,5 \leq 0$
 (b) Conjecturer les positions relatives des courbes \mathcal{C}_f et (d) sur \mathbb{R} .

Dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous, on donne la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f :



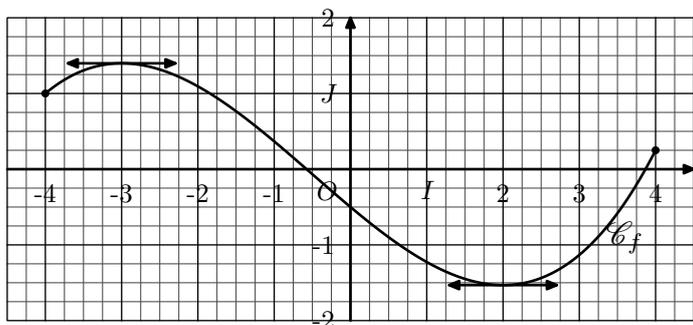
- ① Graphiquement, résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 2$.
- ② (a) Établir l'identité suivante :

$$f(x) - 2 = \frac{-18 \cdot x^2 + 36 \cdot x - 16}{(3 \cdot x - 3)^2 + 1}$$

 (b) Établir le tableau de signes du polynôme :
 $-18 \cdot x^2 + 36 \cdot x - 16$.
 (c) Résoudre $f(x) \geq 2$ en justifiant votre démarche.

- ④ L'inéquation $f(x) < 0$ a pour ensemble de solutions $]-3; 5[$.
- ⑤ Le point $A(0; 5)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f .
- ⑥ Si $f(1) = -4$, alors le minimum de la fonction f sur \mathbb{R} est -4 .

E.20 On considère la fonction f définie sur $[-4; 4]$ dont la courbe représentative \mathcal{C}_f est donnée ci-dessous :



Pour répondre aux questions suivantes, on utilisera, le cas échéant, des valeurs arrondies obtenues par lecture graphique.

- 1 Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- 2 Dresser le tableau de signes de la fonction f' dérivée de la fonction f .

E.21 On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par la relation :

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$$

- 1 Pour tout nombre réel a et b , établir l'identité :

$$f(a) - f(b) = \frac{(b-a)(a+b)}{(a^2+1)(b^2+1)}$$

- 2 En déduire que la fonction f est croissante sur $] -\infty; 0]$ (\mathbb{R}_-).

E.22 On considère une fonction f définie sur \mathbb{R} dont le tableau de variations a été donné ci-dessous :

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$				
Variation de f	5	↘	3	↗	7	↘	-1	↗	3

Dire si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses en justifiant la réponse.

- a 3 est un antécédent du nombre -2
- b $f(1) > f(-1)$
- c $f(1)$ est un nombre positif
- d Pour $x \in]0; 1[$, on a : $f(x) \geq 0$
- e Le minimum de la fonction f est -1 .

E.23 On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = 2 \cdot (5-x)^3 + 1$$

Établir que la fonction f est décroissante sur \mathbb{R} .

7. Points d'intersection

E.29 On considère les deux fonctions définies sur \mathbb{R} par les relations :

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 + x - 2 \quad ; \quad g(x) = x + 1$$

E.24 Soit f la fonction dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :

$$f(x) = -2 \cdot \sqrt{x+1} + 3$$

- 1 Justifier que l'ensemble de définition de la fonction f est : $\mathcal{D}_f = [-1; +\infty[$
- 2 Établir que la fonction f est décroissante sur son ensemble définition.

E.25

- 1 Soit f la fonction définie par la relation :

$$f(x) = \sqrt{-2 \cdot x^3 + 2}$$

Justifier que la fonction est décroissante sur $] -\infty; 1]$.

- 2 Soit g la fonction définie par la relation :

$$g(x) = -\left(\frac{2}{x+1}\right)^3 \quad \text{Justifier que la fonction } g \text{ est strictement croissante sur l'intervalle }]-1; +\infty[.$$

E.26 On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation :

$$f(x) = x^3 + x + 2$$

- 1 Soit a et b deux nombres réels quelconques. Déterminer l'identité :

$$f(a) - f(b) = (a-b) \cdot (b^2 + a \cdot b + a^2 + 1)$$

- 2 Établir que la fonction f est strictement croissante sur $] -\infty; 0]$

E.27 On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation :

$$f(x) = x^3 - x$$

- 1 a Soit a et b deux nombres réels quelconques. Établir l'identité :

$$f(a) - f(b) = (a-b)(a^2 + a \cdot b + b^2 - 1)$$

- b En déduire que la fonction f est croissante sur $[1; +\infty[$.

- 2 a Établir le tableau de signes du polynôme : $-3 \cdot x^2 - x + 2$

- b On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par la relation : $g(x) = x^3 + 3 \cdot x^2 - 2$

Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, on note \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes représentatives des fonctions f et g .

Déterminer la position relative des courbes représentatives des fonctions f et g .

E.28 On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par la relation :

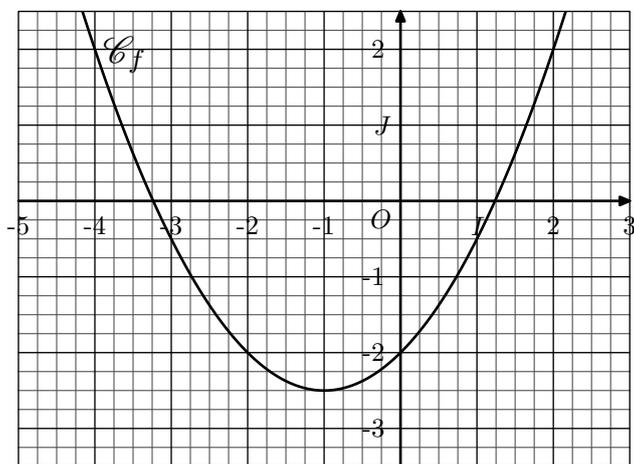
$$f(x) = x^2 + x - 2$$

- 1 Pour tout nombre réel a et b , établir l'égalité :

$$f(a) - f(b) = (a-b)(b+a+1)$$

- 2 Établir que la fonction f est croissante sur $[0; +\infty[$.

On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé. Le graphique ci-dessous donne la courbe \mathcal{C}_f représentative de la fonction f .



1 Compléter le tableau de valeurs :

x	-2	0	2
$g(x)$			

2 On considère la droite (d_1) passant par le point de coordonnées $(0; -2)$ et ayant pour coefficient directeur $g(0)$.

- a Déterminer l'équation réduite de la droite (d_1) .
- b Tracer la représentation de la droite (d_1) dans le repère ci-dessus.

3 On considère la droite (d_2) passant par le point d'abscisse -2 de la courbe \mathcal{C}_f et ayant $g(-2)$ pour coefficient directeur.

Tracer la représentation de la droite (d_2) dans le repère ci-dessus.

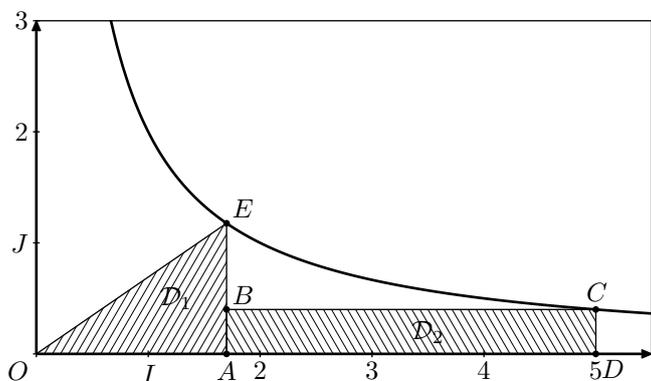
- 4 a Quelle conjecture peut-on émettre sur le lien de la courbe \mathcal{C}_f et de la fonction g ?
- b Utiliser cette conjecture pour tracer la tangente (d_3) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 2.

8. Problèmes de modélisation : équation

E.30 On considère la fonction inverse f définie sur \mathbb{R}^* par la relation :

$$f(x) = \frac{2}{x}$$

dont la courbe représentative est donnée ci-dessous dans le repère $(O; I; J)$:



Pour $x \in]0; 5[$, les points représentés ci-dessus sont définis par :

- $A(x; 0)$ et E est le point de la courbe \mathcal{C}_f d'abscisse x .
- $D(5; 0)$ et C est le point de la courbe \mathcal{C}_f d'abscisse 5. Les points B et D sont placés de telle sorte que le quadrilatère $ABCD$ soit un rectangle

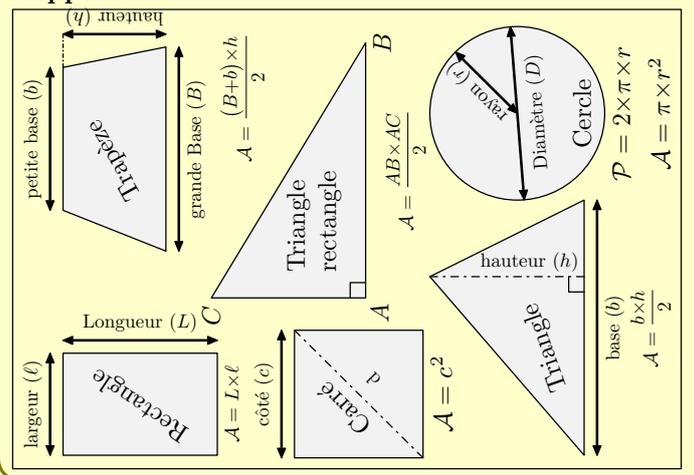
On considère le domaine

1 Justifier que pour tout $x \in]0; 5[$, on a :

$$\mathcal{A}_1(x) = 1 \quad ; \quad \mathcal{A}_2(x) = 2 - \frac{2}{5} \cdot x$$

2 À l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur de x pour laquelle les deux domaines \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 ont la même valeur.

Rappels :



E.31 Dans un cadre économique, on appelle fonction de satisfaction une fonction f définie et dérivable sur une partie de \mathbb{R} et à valeurs dans l'intervalle $[0; 100]$.

On dit qu'il y a "saturation" lorsque la fonction de satisfaction prend la valeur 100.

La fonction v , dérivée de la fonction f , est appelée fonction "envie". On a donc :

$$v = f'.$$

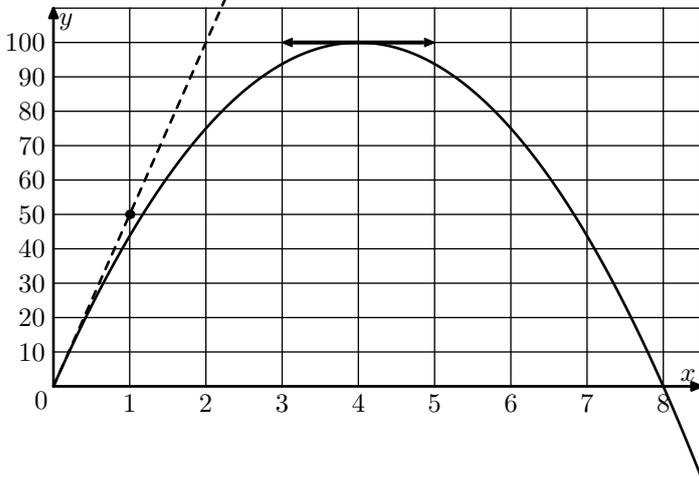
On dit qu'il y a "envie" lorsque v est positive, sinon on dit qu'il y a "rejet".

Charlotte doit rédiger un mémoire de recherche. Elle souhaite connaître la durée quotidienne de travail qui lui convient le mieux, sachant qu'elle a la possibilité d'y consacrer entre 0 et 8 heures par jour.

En début de journée, elle est de plus en plus efficace, mais après un certain temps sa productivité ne la satisfait plus.

Elle modélise son taux de satisfaction en fonction du nombre d'heures x passées quotidiennement à travailler.

La courbe représentant sa satisfaction f est donnée ci-dessous.



9. Annales 1L

E.32 Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gammes pour les téléphones mobiles.

On modélise :

- les recettes par la fonction R définie sur $[0; 6,5]$ par :

$$R(x) = -2 \cdot x^3 + 4,5 \cdot x^2 + 62 \cdot x$$
- les coûts par la fonction C définie sur $[0; 6,5]$ par :

$$C(x) = 20 \cdot x + 10$$

Sur le graphique ci-dessous sont tracées les courbes représentant les recettes \mathcal{L}_R et les coûts \mathcal{L}_C en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé en centaines d'unités. Les recettes et les coûts sont exprimés en milliers d'euros.

La tangente à cette courbe au point d'abscisse 4 est parallèle à l'axe des abscisses.

La courbe passe par l'origine du repère et la tangente en ce point passe par le point de coordonnées $(1; 50)$.

1 Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

- Pour quelle durée de travail quotidien y a-t-il "saturation"?
- Sur quel intervalle y a-t-il "envie"?
- Sur quel intervalle y a-t-il "rejet"?
- Donner $v(4)$.

On admettra que la fonction v est ici une fonction affine définie sur l'intervalle $[0; 8]$.

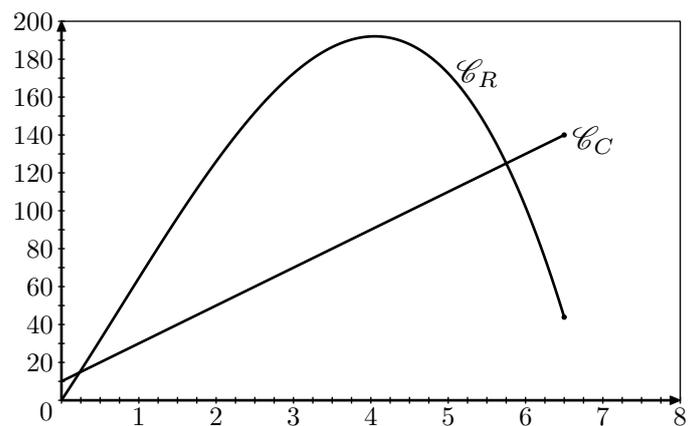
2 Justifier que son expression est : $v(x) = -\frac{25}{2} \cdot x + 50$

3 a Justifier que la fonction f admet pour expression :

$$f(x) = -\frac{25}{4} \cdot x^2 + 50 \cdot x + c \quad \text{où } c \in \mathbb{R}$$

b Déterminer la valeur du nombre réel c .

4 En déduire les valeurs de x pour lesquelles la satisfaction prend la valeur 75.



1 Graphiquement, conjecturer la position relative de ces deux courbes.

2 À l'aide de la calculatrice, donner l'intervalle pour lequel l'entreprise est bénéficiaire. (on arrondit les bornes de l'intervalle au centième près).

E.33

Un artisan vend des pots de miel et des pots de confiture artisanale à des supermarchés et à des magasins spécialisés en produit du terroir.

Partie A

Au cours du mois de janvier l'artisan a vendu 900 pots. On sait que :

- $\frac{2}{3}$ sont des pots de miel dont 55% sont vendus à des magasins spécialisés ;
- 20% des pots de confiture sont vendus aux supermarchés. Compléter le tableau 1 de l'annexe 2, à rendre avec la copie.

Partie B

1 Fabrication et conditionnement de la confiture

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 160]$ par :

$$f(x) = 0,25x^2 + 500$$

La fabrication complète de la confiture et son conditionnement en cartons représentent un coût pour l'artisan. Pour x cartons, prêts à la vente, ce coût (en euros) est donné par $f(x)$.

- a) Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 du tableau 2 l'annexe (obtenue à l'aide d'un tableau) pour obtenir par copie automatique vers la base les nombres $f(x)$?
Compléter la colonne B.

- b) La représentation graphique, notée F , de la fonction f est l'une des deux courbes du graphique de l'annexe. Identifier la courbe F sur le graphique.

2 Vente de la confiture

Un carton de confiture est vendu 30 euros. On considère la fonction g qui, au nombre entier x de cartons vendus, associe le prix de vente $g(x)$, en euro, de ces x cartons (pour x appartenant à l'intervalle $[0; 160]$).

- a) Exprimer $g(x)$ en fonction de x .
- b) Tracer sur le graphique de l'annexe la courbe représentative G de la fonction g .
- c) Par lecture graphique indiquer pour quelles valeurs de x on a $g(x) \geq f(x)$.

3 Étude du bénéfice

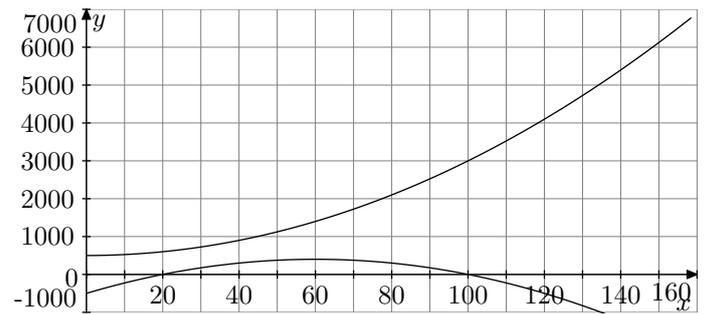
On considère la fonction bénéfice b définie sur l'intervalle $[0; 160]$ par : $b(x) = 30x - f(x)$

- a) Quelle formule peut-on saisir dans la cellule C2 du tableau pour obtenir par copie automatique vers le bas les nombres $b(x)$? Compléter alors la colonne C.
- b) Sur le graphique de l'annexe, identifier la courbe représentative de la fonction b et noter cette courbe E .
En s'aidant du graphique et du tableau 2, donner le tableau de variations de la fonction b .
- c) Dédurre de la question précédente le nombre de cartons à vendre pour que le bénéfice réalisé soit maximum. Quel est ce bénéfice maximum ?

Annexe

	Pots de miel	Pot de confiture artisanale	Total
Supermarchés			
Magasins Spécialisés			
Total	600		900

	A	B	C
1	x	$f(x)$	$b(x)$
2	0	200 000	300 000
3	20		
4	40		
5	60		
6	80		
7	100		
8	120		
9	140		
10	160	6900	-2100



E.34 Dans cet exercice, on s'intéresse au profil d'une piste de skate-board dans un parc de loisirs.

Un bureau d'étude souhaite donner à cette piste, large de huit mètres, une forme parabolique ayant un dénivelé maximum (on appelle dénivelé la différence d'altitude entre deux points.).

Compte tenu des contraintes liées au terrain, ce bureau utilise pour trouver un modèle de piste, des fonctions f définies sur l'intervalle $[0; 8]$ par :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a , b et c sont trois coefficients réels donnés.

Les courbes représentatives de ces fonctions seront des profils possibles pour cette piste.

Pour cela, on s'intéresse à deux fonctions particulières f_1 et f_2 .

On fournit, en annexe (à rendre avec la copie), un tableau obtenu à partir d'un tableur.

Ce tableau donne les coefficients a , b et c pour chacune de ces fonctions. Ainsi, on a :

$$f_1(x) = 4x^2 - 32x + 28 \quad ; \quad f_2(x) = 4x^2 - 28x + 28.$$

Sur cette annexe, on fournit également les portions de paraboles correspondant à ces deux fonctions.

Partie A

Reconnaissance des profils

- 1 Quelle formule saisir dans la cellule B6 pour que, par copie vers la droite, on obtienne les valeurs prises par la fonction f_1 lorsque x varie?
Compléter la ligne 6 en utilisant éventuellement la calculatrice.
- 2 Quelle formule saisir dans la cellule B7 pour que, par copie vers la droite, on obtienne les valeurs prises par la fonction f_2 lorsque x varie?
Compléter la ligne 7 en utilisant éventuellement la calculatrice.
- 3 Indiquer sur le graphique celle des deux courbes qui représente la fonction f_1 . On la notera P_1 . Justifier ce choix.
- 4 Si on copie vers le bas la formule saisie dans la cellule B7 à la question 1, obtiendra-t-on la formule saisie en B7 à la question 2? Justifier.

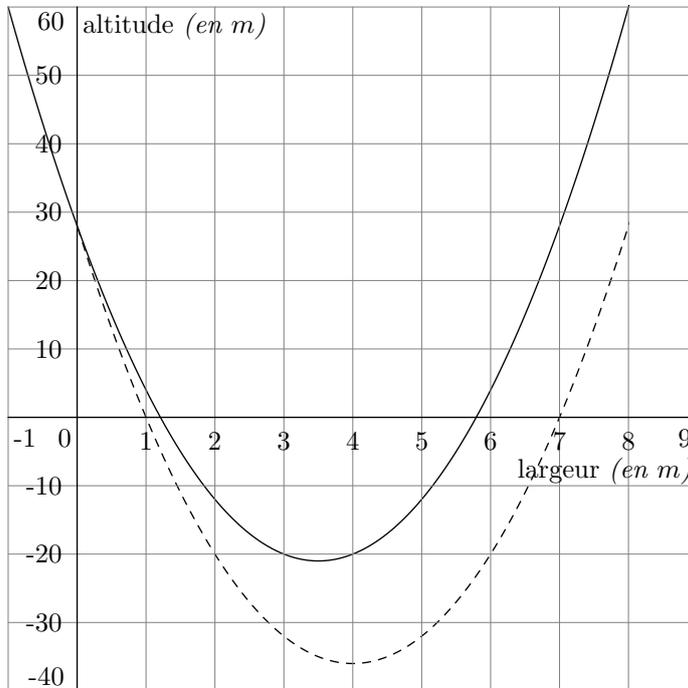
Partie B

Recherche du profil au dénivelé le plus important

On rappelle qu'un dénivelé est la différence d'altitude entre deux points.

- 1 En utilisant le tableau et le graphique, donner les tableaux de variation de f_1 , puis de f_2 sur l'intervalle $[0; 8]$. Donner le maximum et le minimum pour les deux fonctions sur cet intervalle.
- 2 Calculer le dénivelé maximum, en mètres, pour chacun des deux profils.
- 3 Quel est le profil qui offre le plus grand dénivelé?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Coeff.	a	b	c							
2	pour f_1	4	-32	28							
3	pour f_2	4	-28	28							
4											
5	x	0	1	2	3	3,5	4	5	6	7	8
6	$f_1(x)$	28	0	-20	-32	-36					
7	$f_2(x)$	28	4								



E.35 Dans cet exercice, on désire étudier une loi de marché relative à une revue intitulée *Mots* en fonction du prix de l'abonnement annuel.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 200]$ par :

$$f(p) = -50 \cdot p + 12\,500$$

On admet que cette fonction donne le nombre d'abonnés en fonction du prix p , en euros, de l'abonnement annuel à cette revue *Mots*.

Partie A.

Nombre d'abonnés

- 1 Lorsque l'abonnement est fixé à 50 €, quel est le nombre d'abonnés?
- 2 Quelle est l'image de 52 par f ? Que représente cette image?
- 3 Justifier que toute augmentation de 2 € du prix de l'abonnement annuel fait diminuer de 100 le nombre d'abonnés à cette revue *Mots*.
- 4 Le nombre d'abonnés à la revue *Mots* est de 5 000. Quel est alors le prix de l'abonnement annuel?
- 5 En utilisant la fonction f , justifier que pour ce produit : "plus un produit est cher, plus la demande diminue".

Partie B.

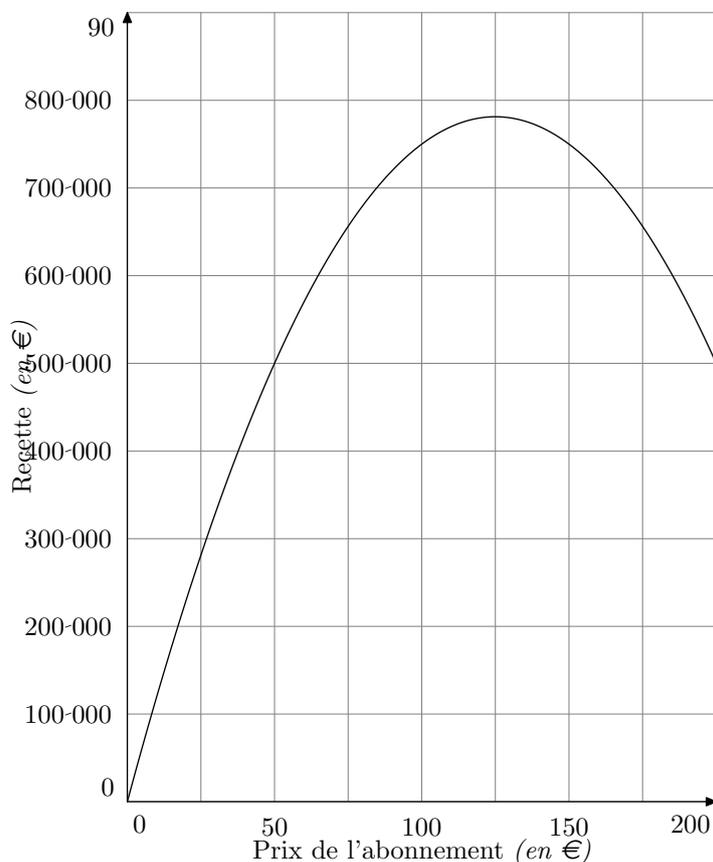
Étude de la recette

On appelle recette le montant total des abonnements annuels à la revue *Mots* perçu par l'éditeur de la revue.

- 1 Le prix de l'abonnement est égal à 50 €. Calculer la recette correspondante.
- 2 Le prix de l'abonnement est fixé à 40 €. Calculer la recette correspondante.
- 3 Le nombre d'abonnés est égal à 5 000. Calculer la recette.
- 4 Le prix de l'abonnement est égal à p euros. Exprimer la recette en fonction de p et $f(p)$.
- 5 On définit la fonction R sur l'intervalle $[0; 200]$ par :

$$R(p) = -50 \cdot p^2 + 12\,500 \cdot p$$
 Vérifier que $R(p)$ est égal à la recette correspondant à un prix de l'abonnement égal à p euros.
- 6 Le graphique de la fonction R est donné en annexe (à rendre avec la copie). En utilisant ce graphique et en laissant apparaître tous les tracés nécessaires, répondre aux questions suivantes :
 - a Quel est le prix de l'abonnement annuel à cette revue *Mots* qui rend la recette maximale? Quel est alors le montant de la recette?
 - b Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation :

$$R(p) \geq 500\,000$$
- 7 Calculer le nombre d'abonnés qui correspond à la recette maximale.



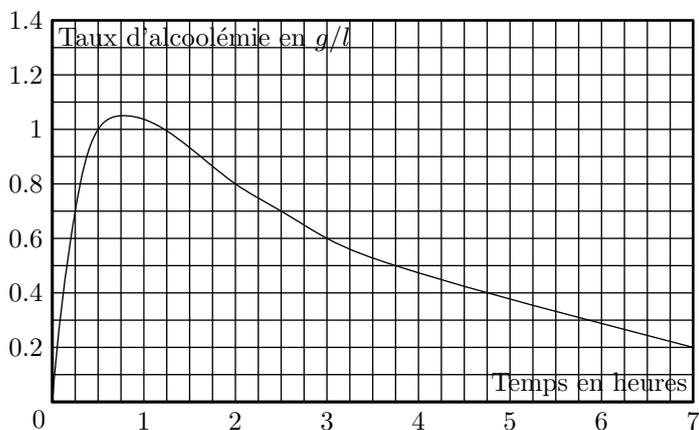
E.37 Partie A

À un instant donné, le taux d'alcoolémie correspond à la quantité d'alcool pur contenu dans un litre de sang. Il s'exprime en grammes (*d'alcool pur*) par litre (*de sang*): g/l . Après ingestion d'alcool, le taux d'alcool dans le sang augmente et atteint très rapidement son maximum. Ce taux maximum d'alcoolémie peut être estimé par la formule suivante (*formule de Widmark*):

$$T = \frac{A}{P \times K}$$

où T est le taux maximum d'alcoolémie,
 P est la masse de la personne, en kilogrammes,
 K est le coefficient de diffusion : il est
 de 0,7 pour les hommes et de 0,6 pour les femmes
 A est la masse d'alcool pur ingéré, en grammes.

On estime qu'un verre de boisson alcoolisée (*un verre de vin, 25 cl de bière, un verre d'apéritif...*) contient environ 10 g d'alcool pur. Par exemple un homme de 60 kg ayant absorbé 4 verres de boisson alcoolisée atteint un taux maximum d'alcoolémie de : $\frac{40}{60 \times 0,7} \approx 0,95$.



① Estimer le taux maximum d'alcoolémie d'un homme de 70 kg qui a bu un apéritif et quatre verres de vin. Arrondir le résultat au centième.

② Estimer la masse d'alcool ingéré par une femme de 50 kg présentant un taux maximum d'alcoolémie de 1,02 g/l.

Partie B

Le taux d'alcoolémie d'une personne varie aussi en fonction du temps.

Le graphique ci-dessous représente l'évolution du taux d'alcoolémie, en fonction du temps, d'un homme de 80 kg ayant consommé plusieurs boissons alcoolisées en peu de temps. L'origine des temps (*l'heure 0*) est le moment de l'ingestion, c'est-à-dire de la prise d'alcool.

① a) Combien de temps après l'ingestion le taux maximum d'alcoolémie est-il atteint?

b) Quel est le taux maximum d'alcoolémie de cet homme?

② a) Quel est le taux d'alcoolémie de cet homme 3 heures après l'ingestion d'alcool?

b) Quel est le pourcentage de diminution du taux d'alcoolémie 3 heures après ingestion d'alcool par rapport à sa valeur maximum? Arrondir le résultat à 1%.

③ En France, selon la législation en vigueur, le taux d'alcoolémie autorisé pour conduire un véhicule ne doit pas dépasser 0,5 g/l.

a) Deux heures après l'ingestion d'alcool, pourquoi la personne observée ne peut-elle pas prendre le volant?

b) Combien de temps après l'ingestion d'alcool cette personne peut-elle prendre le volant?