

# Hors programme lycée / Logique et paradoxe

## 1. Exercices non-classés

**E.1**   Dans chaque ligne, reconstruire si possible la phrase à l'aide de :

( Si ... alors ... )      ou      ( ... si, et seulement si, ... )

**A<sub>1</sub>** Il pleut      **A<sub>2</sub>** Je prends mon parapluie

**B<sub>1</sub>**  $I$  milieu de  $[AB]$       **B<sub>2</sub>**  $AI = BI$

**C<sub>1</sub>**  $a \geq b$       **C<sub>2</sub>**  $a - b \geq 0$

**D<sub>1</sub>**  $a < 3$       **D<sub>2</sub>**  $a < 5$

**E<sub>1</sub>**  $a \geq b$       **E<sub>2</sub>**  $a^2 \geq b^2$

**F<sub>1</sub>**  $a = 2$       **F<sub>2</sub>**  $a^2 = 4$  et  $a > 0$

**G<sub>1</sub>**  $AB = AC$       **G<sub>2</sub>**  $ABC$  est isocèle

**H<sub>1</sub>**  $\sqrt{a}$  existe      **H<sub>2</sub>**  $a \in \mathbb{R}_+$

**E.2**   Pour chacun des couples de propositions suivantes, dites si :

⇒  $A$  est nécessaire pour  $B$

⇒  $A$  est suffisant pour  $B$

⇒  $A$  est équivalent à  $B$

	$A$	$B$
1	Le triangle $ABC$ est rectangle	$AB^2 = AC^2 + BC^2$
2	$2x + 5 = 3$	$x = -1$
3	$\vec{AI} = \vec{IB}$	$I$ milieu de $[AB]$
4	$x \geq 0$	$x \geq 3$
5	$a = 5$	$a^2 = 25$

**E.3**    Répondre par vrai ou faux aux questions suivantes :

**a** Si  $x < 2$  alors  $x < 3$       **b** Si  $x < 3$  alors  $x < 2$

**c** Si  $x \leq 3$  alors  $x < 3$       **d** Si  $x < 3$  alors  $x \leq 3$

**e** Si  $x = 2$  alors  $2x + 3 = 7$       **f** Si  $2x + 3 = 7$  alors  $x = 2$

**g** Si  $2x - 5$  alors  $x < 3$       **h** Si  $x < 3$  alors  $2x - 5 < 2$

**E.4**  

① En remarquant que  $10x = 9x + x$ , montrer que la propriété " $10^n + 1$  est multiple de 9", dépendant de  $n$ , est héréditaire.

② Pour autant, justifier que cette propriété est toujours fautive?

**E.5**  

① On dispose de deux galettes de riz de forme carré : la première a pour côté  $10 \text{ cm}$  et la seconde  $15 \text{ cm}$ . On souhaite fabriquer deux galettes ayant même côté dont la somme de leurs aires vaut la somme des deux premières galettes. Quel est cette longueur?

② Supposons maintenant que les deux galettes est respectivement pour longueur de leurs côtés  $a$  et  $b$ . Établir alors qu'une galette moyenne aura pour côté :

$$\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

**E.6**    Une entreprise de recyclage récupère un lot de digicodes ayant tous un clavier identique à celui représenté ci-contre.

Chacun de ces digicodes a été programmé pour fonctionner avec un code constitué de deux signes choisis parmi les douze figurant sur ce clavier.

0	1	2
3	4	5
6	7	8
9	A	B

Par exemple  $A0$ ,  $BB$ ,  $43$  sont des codes possibles.

Pour remettre en état de fonctionnement un tel digicode, il faut retrouver son code.

Pour faciliter une telle recherche, a été inscrit sur le boîtier de chaque digicode un nombre  $R$  qui dépend du code. Ce nombre a été obtenu de la manière suivante :

- Le code est considéré comme un nombre écrit en base 12 :  $A$  est le chiffre dix et  $B$  le chiffre 11.
- Le nombre  $R$  inscrit sur le boîtier est le reste de la division euclidienne du code, converti en base 10, par 53.  $R$  est donc un nombre écrit en base 10 et tel que  $0 \leq R \leq 53$ .

① Combien y a-t-il de codes possibles?

② On suppose que le code d'un digicode est  $AB$ .

- Écrire en base 10 le nombre dont l'écriture en base 12 est  $(AB)_{\text{douze}}$ .
- Déterminer le nombre  $R$  inscrit sur le boîtier de ce digicode.

③ Sur le boîtier d'un digicode est inscrit le nombre  $R$  égal à 25. Démontrer que  $(21)_{\text{douze}}$  peut être le code de ce digicode.

④ On considère la fonction  $f$ , extrait d'un algorithme, où l'argument  $R$  est un entier naturel :

```
Fonction f(R)
  L ← liste vide
  n ← 0
  Tant que 53n+R ≤ 143
    Ajouter la valeur de 53n+R
      en fin de la liste L
    n ← n+1
  Fin Tant que
  Renvoyer L
```

- a) Quelle est la liste renvoyée par la fonction  $f$  lorsque la fonction  $f$  est appelée avec pour argument la valeur

$R = 25$ ?

- b) On suppose que le nombre  $R$  inscrit sur le boîtier d'un digicode est 25.  
Quels sont les trois codes possibles de ce digicode?
- 5) Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse. Si l'affirmation est considérée comme étant fausse, en apporter la preuve.  
Affirmation: quelle que soit la valeur de  $R$  la fonction  $f$  permet de trouver trois codes parmi lesquels se trouve le code secret.