Hors programme lycée / Suites arithémtiques et géométriques

1. Suites arithmétiques : premiers termes

E.1 On considère la suite (u_n), où $n\in\mathbb{N}$, arithmétique de premier terme 3 et de raison 5.
Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

E.2 On considère la suite (u_n), où $n\in\mathbb{N}$, définie par la relation de récurrence : $u_0 = 5$; $u_{n+1} = u_n - 2$

1. Quelle est la nature de cette suite?
2. Donner la formule explicite donnant la valeur de u_n en fonction de n.
3. Déterminer la valeur de u_{20}.

2. Suites arithmétiques : éléments caractéristiques

E.3 On considère la suite (u_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ arithmétique dont on connait la valeur des deux termes suivants :
$u_7=3$; $u_{22}=15$

Déterminer les éléments caractéristiques des termes de la suite (u_n).

E.4 On considère la suite (u_n) définie explicitement par la relation en fonction du rang n :
$u_n = 3{\cdot}n + 2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Justifier que la suite (u_n) est une suite arithmétique. Donner la raison de cette suite.

E.5 On considère la suite (u_n) arithmétique, définie pour tout $n\in\mathbb{N}$, dont on connait les valeurs des deux termes :
$u_7 = 23$; $u_{13} = -1$

1. Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (u_n). Justifier votre démarche.
2. Donner la formule explicite définissant un terme de la suite (u_n) en fonction de son rang n.

E.6 On considère la suite (v_n) arithmétique définie par :
$v_0 = 6$; $v_{n+1} = v_n - 2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Donner les éléments caractéristiques de la suite (v_n).
2. Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

3. Suites arithmétiques : reconnaitre

E.7 On considère la suite (u_n), définie pour $n\in\mathbb{N}$, dont les premiers termes sont :
$u_0 = 2$; $u_1 = 5$; $u_2 = 9$; $u_3 = 12$
Justifier que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

4. Suites géométriques : premiers termes

E.8 On considère la suite (v_n) définie par la relation de récurrence : $v_0 = 64$; $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}{\cdot}v_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Donner la nature de la suite (v_n) et ses éléments caractéristiques.
2. Donner la formule explicite donnant la valeur de v_n en fonction de n.
3. Déterminer la valeur de v_6.

5. Suites géométriques : éléments caractéristiques

E.9 On considère la suite (v_n) définie explicitement, pour tout $n\in\mathbb{N}$, par la relation en fonction du rang n :
$v_n = 2{\times}3^n$

Justifier que la suite (v_n) est une suite géométrique. Donner la raison de cette suite.

E.10 On considère la suite (v_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ géométrique dont on connait la valeur des deux termes suivants :

$v_3 = 256 \quad ; \quad v_8 = 781{,}25$

Déterminer les éléments caractéristiques des termes de la suite (v_n).

E.11 On considère la suite (v_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$ géométrique dont on connait la valeur des deux termes suivants :

$v_2 = 250 \quad ; \quad v_7 = 81{,}92$

Déterminer les éléments caractéristiques des termes de la suite (v_n).

E.12 On considère la suite (v_n) géométrique, définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, et dont on connait les valeurs des deux termes :

$v_2 = 2 \quad ; \quad v_5 = 54$

1. Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (v_n).
2. Donner la formule de récurrence, puis la formule explicite caractérisant la suite (v_n)

E.13 On considère la suite (v_n) géométrique, où $n \in \mathbb{N}$, dont on connait les valeurs des deux termes suivants :

$$v_3 = 4 \quad ; \quad v_7 = \frac{81}{4}$$

1. Déterminer les éléments caractéristiques de la suite (v_n). Justifier votre démarche.
2. Donner la formule explicite définissant la valeur d'un terme de la suite (v_n) en fonction de son rang.

E.14 On considère la suite (v_n) géométrique définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $v_0 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n$

Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

6. Suite géométrique : reconnaitre

E.15 On considère la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et dont les premiers termes sont :

$$v_0 = 8 \quad ; \quad v_1 = 4 \quad ; \quad v_2 = 2 \quad ; \quad v_3 = \frac{1}{2}$$

Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite géométrique.

E.16 On considère la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ et dont les premiers termes sont :

$v_0 = 108 \quad ; \quad v_1 = 36 \quad ; \quad v_2 = 12 \quad ; \quad v_3 = 2$

Justifier que la suite (v_n) n'est pas une suite géométrique.

7. Suites géométriques : modélisation

E.17 Un site internet propose à ses abonnés des films à télécharger.
Lors de son ouverture, 500 films sont proposés et chaque mois, le nombre de films proposés aux abonnés augmente de 6 %.

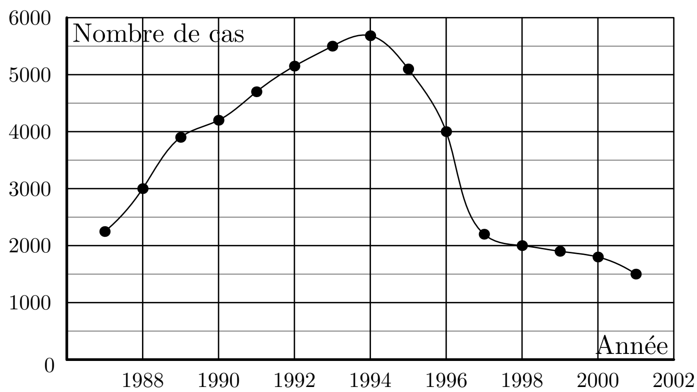
On désigne par u_n le nombre de films proposés où n désigne le nombre de mois depuis l'ouverture du site.

1. Calculer u_1 et u_2 et donner le résultat arrondi à l'unité.

Dans la suite de l'exercice, on admet que la suite (u_n) est une suite géométrique de premier 500 :

2. Exprimer u_n en fonction de n.

E.18 L'évolution d'une maladie entre 1987 et 2001 est modélisée par une fonction f, dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



1. Tracer le tableau de variations de cette fonction sur l'intervalle $[1987\,;2001]$.
2. Sur quelle période y a-t-il une augmentation du nombre de nouveaux cas de maladie?
3. Quel est le nombre maximum de nouveaux cas déclarés? En quelle année?
4. On a relevé le nombre de nouveaux cas entre 1998 et 2001 dans le tableau suivant :

Année	1998	1999	2000	2001
Nombre de nouveaux cas	1908	1777	1668	1552

De quel pourcentage le nombre de nouveaux cas varie-t-il entre 1998 et 1999, entre 1999 et 2000, puis entre 2000 et 2001? Arrondir les pourcentages à l'unité.

5. On suppose, qu'à partir de 2001, le nombre de nouveaux cas de maladie en l'année, 2001+n
   a. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. Quelle est la nature de la suite (u_n)?
   b. Exprimer u_n en fonction de n.
   c. Quel est le nombre de nouveaux cas de maladie que l'on peut estimer pour 2003? Pour 2004?

E.19 Un demandeur d'emploi se voit proposer deux offres :

- Un salaire initial de 1150 euros par mois et une augmentation de 5 % par mois.

  On note (a_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.
- Un salaire initial de 1200 euros par mois et une augmentation de 3 % par mois. On note (b_n) la suite de ces revenus mensuels avec cette proposition.

1. Donner la nature et les éléments caractéristiques de chacune des suites (a_n) et (b_n).
2. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs des termes au centième près.

n	0	1	2	3	4
a_n					
b_n					

3. a. Au bout du 5ième mois, quelle est la proposition rendant le salaire le plus avantageux?
   b. À la vue de la somme reçue au terme des cinq mois, quelle est la proposition la plus avantageuse?

8. *Suites arithmétiques et géométriques*

E.20 On considère les deux suites (u_n) et (v_n), définies pour des rangs n positifs ou nuls $(n\in\mathbb{N})$ dont les premiers termes sont donnés ci-dessous :

- (u_n) : $(2\ ,\ 6\ ,\ 9\ ,\ 12\ ,\ \ldots)$
- (v_n) : $\left(54\ ,\ 6\ ,\ \dfrac{2}{9}\ ,\ \dfrac{2}{81}\ ,\ \ldots\right)$

Justifier que chacune de ces suites ne peut être ni arithmétique, ni géométrique.

E.21 On considère la suite $(u_n)_n$ dont on connait les premiers termes :

Rang n	0	1	2	3
Valeur du terme u_n	2	4	8	10

1. Montrer que la suite $(u_n)_n$ n'est pas une suite arithmétique.
2. Montrer que la suite $(u_n)_n$ n'est pas une suite géométrique.

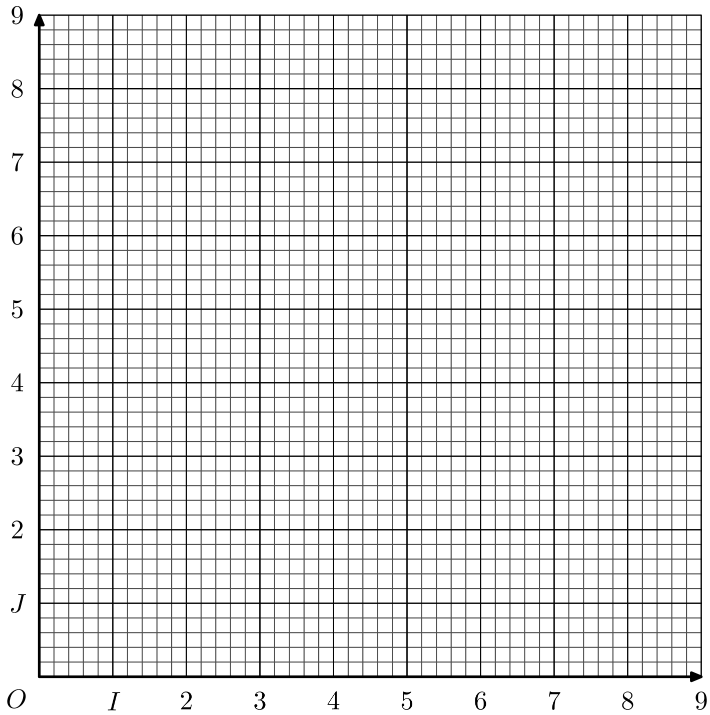
E.22 On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies par récurrence par les relations où les rangs n de leurs termes sont des entiers positifs ou nuls $(n\in\mathbb{N})$:

- $u_{n+1} = u_n + 0{,}75 \quad ; \quad u_0 = 2$
- $v_{n+1} = 2{\cdot}v_n \quad ; \quad v_0 = 0{,}125$

1. Quelles sont les natures des suites (u_n) et (v_n)? On précisera les éléments caractéristiques de ces deux suites.
2. Compléter le tableau suivant avec les valeurs de la suite arrondies au dixième près :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n										
v_n										

3. Placer les points $(n\,;u_n)$ et $(n\,;v_n)$ représentant ces deux suites dans le repère $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous :



E.23

1. On considère la suite $(v_n)_n$ arithmétique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 1,5. Donner la valeur du terme v_n en fonction du rang n.
2. On considère la suite $(w_n)_n$ géométrique de premier terme $w_0 = 2$ et de raison 2. Donner la valeur du terme w_n en fonction du rang n.

E.24 Des scientifiques étudient une culture de bactéries contenant deux souches qu'on nommera A et B. Au début de l'expérience *(au temps "0")*, on dénombre 200 de bactéries de souches A et 300 bactéries de souches B.

Les scientifiques relèvent les évolutions suivantes : à chaque minute, la population des bactéries A augmente de 10 %, alors que celle de la souche B diminue de 20 bactéries.

1. Compléter le tableau ci-dessous :

	A	B	C
1	Temps *(en min)*	Population de la souche A	Population de la souche B
2	0	200	300
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		
7	5		

(On arrondira les données à l'unité près).

2. Soit n un entier naturel $(n\in\mathbb{N})$, on note a_n la population de bactéries de la souche A au temps "n *min*" ; Compléter les valeurs des termes a_n :
$a_0=200$; $a_1=...$; $a_2=...$; $a_3=...$

3. Soit n un entier naturel $(n\in\mathbb{N})$, on note b_n la population de bactéries de la souche B au temps "n *min*" ; Compléter les valeurs des termes b_n :
$b_0=300$; $b_1=...$; $b_2=...$; $b_3=...$

E.25 Un directeur de société engage un jeune technicien et lui propose deux types de rémunération à partir du premier janvier 2000.

1. Premier type de rémunération.

Pour cette première année 2000, il percevra 22 400 euros, puis une augmentation annuelle constante de 750 euros. On note u_0 le salaire en euros pour l'année 2000, u_1 le salaire en euros pour l'année 2001, et d'une manière générale u_n le salaire en euros pour l'année $2000+n$ *(pour n entier naturel)*

   a. Calculer les salaires annuels u_1 pour l'année 2001 et u_2 pour l'année 2002.

   b. Préciser la nature de la suite (u_n) en indiquant sa raison

   c. Montrer que : $u_n=22400+750\cdot n$

2. **Deuxième type de numération**

Pour l'année 2000, il percevra aussi 22 400 euros, mais ensuite chaque année une augmentation de 3% par rapport à l'année précédente. Dans ce cas, on note v_n le montant en euros de la rémunération pour l'année $2000+n$ *(pour n entier naturel)*

   a. Calculer les salaires annuels v_1 pour l'année 2001 et v_2 pour l'année 2002.

   b. Montrer que $v_{n+1}=1{,}03\cdot v_n$ pour tout n. En déduire la nature de la suite (v_n).

   c. En déduire l'expression de v_n en fonction de n.

3. **Comparaison**

   a. Calculer dans chacun des deux cas le salaire annuel pour l'année 2008.

   b. Pour cette année 2008, préciser le type de rémunération le plus avantageux.

E.26 Une entreprise propose à un futur employé deux types de contrats :

- *Formule 1* : le salaire de départ sera de 1200 € et une augmentation de 50 € sera appliquée à son salaire chaque année.
- *Formule 2* : le salaire de départ sera de 1100 € et une augmentation de 5 % sera appliquée à son salaire chaque année.

On note u_n votre salaire du premier type n année après votre commencement, u_n votre salaire avec la formule 1 et v_n avec la formule 2.

1. Déterminer la valeur de u_n et v_n en fonction de l'indice n.
2. Que peut-on dire de la croissance de ces deux suites?
3. a. Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des 10 premiers termes de chacune des suites.
   b. Déterminer à partir de quand il est préférable de choisir la seconde formule.
4. À l'aide d'un logiciel tableur, tracer les courbes de ces deux suites et retrouver votre résultat
5. Toujours à l'aide du même logiciel, donner la formule avec laquelle le futur employé aura gagné le plus d'argent après 10 ans? 15 ans? 20 ans?

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	1		
3	2		
4	3		
5	4		

E.27 Dans un pays imaginaire noté I, il y a une capitale P et un ensemble de villages V.
Au 1er janvier 2002, P et V comptaient respectivement 200 000 et 300 000 habitants. Chaque année, la population de P augmente de 10 %, alors que celle de V diminue de 20 000 habitants.

1. a. Au 1er janvier 2002, quel pourcentage représente la population de P par rapport à celle de I?
   b. Calculer la population de P, celle de V, puis celle de I au 1er janvier 2003.
   Quel pourcentage représente alors la population de P par rapport à celle de I?
   c. Compléter le tableau ci-dessous en arrondissant à l'unité près :

	A	B	C	D
1	Année	Population de P au 1er janvier	Population de V au 1er janvier	Population de I au 1er janvier
2	2002	200 000	300 000	
3				
4				
5				
6				
7				

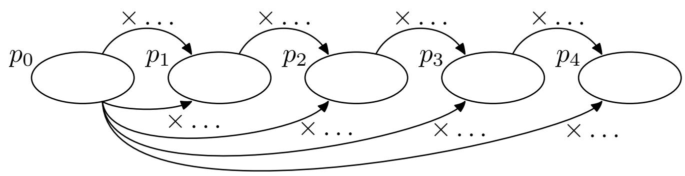
2. n désigne un nombre entier positif ou nul $(n \in \mathbb{N})$.

   On note p_n la population de P au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi : $p_0 = 200\,000$.

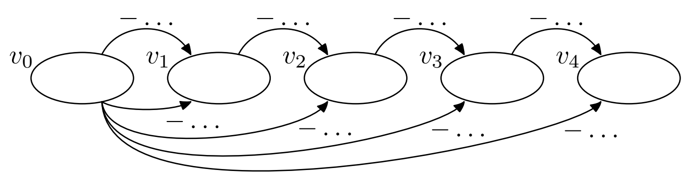
   On note v_n la population de V au 1er janvier $(2002+n)$; ainsi : $v_0 = 300\,000$.

   a. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.
   b. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.
3. Compléter les deux diagrammes ci-dessous :

   a.



   b.



E.28 Une entreprise propose à un futur employé deux types de contrats :

- *Formule 1* : son premier salaire sera de 1200 € par mois et une augmentation de 50 € sera appliquée sur son salaire chaque année.
- *Formule 2* : son premier salaire sera de 1100 € par mois et une augmentation de 5 % sera appliquée sur son salaire chaque année.

On note u_n votre salaire du premier type n année après votre commencement, u_n votre salaire avec la formule 1 et v_n avec la formule 2.

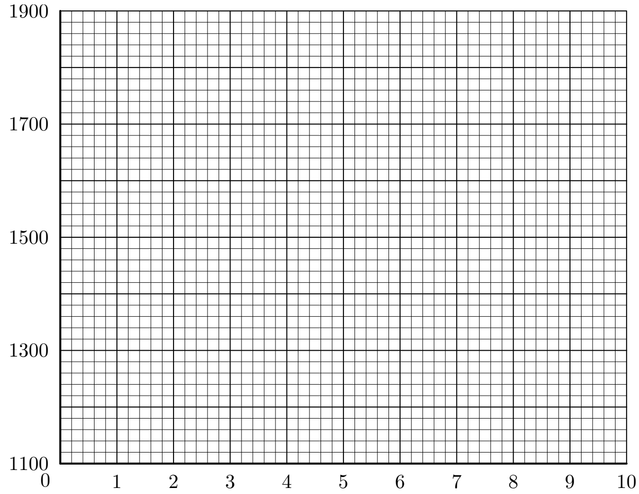
1. Compléter le tableau ci-dessous :

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	1		
3	2		
4	3		
5	4		
6	5		
7	6		
8	7		
9	8		

2. a. À partir du tableau précédent, placer, dans le repère ci-dessous, les points de coordonnées :

$(n\,;u_n)$; $(n\,;v_n)$

b. Relier ces points.



10. *Etude de suites avec une suite intermédiaires*

E.29 On considère la suite (u_n) définie par la relation de récurrence suivante :

$$u_0 = 8 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot u_n - 5$$

On souhaite déterminer l'expression de (u_n) en fonction de son rang :

1. a. On définit la suite (v_n) par : $v_n = u_n + 10$.
Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et sa raison.

b. Établir l'expression du terme v_n en fonction du rang n.

2. En déduire une expression du terme u_n en fonction de n.

E.30 Soit (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 6$ et par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = \frac{1}{4}\cdot u_n + 3 \qquad \textit{(n est un entier naturel)}$$

1. On pose : $v_n = u_n - 4$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Montrer que $v_n = 2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^n$. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

c. Déterminer la limite de la suite (v_n), puis celle de la suite (u_n).

2. On pose : $a_n = \ln v_n$.

a. Montrer que la suite (a_n) est une suite arithmétique de raison $-2\cdot\ln 2$.

b. Déterminer l'expression de a_n en fonction de n.

c. Déterminer la valeur de n pour laquelle a_n est égale à $-13\cdot\ln 2$.

E.31 Des chardons envahissent une pelouse de deux façons différentes. Ce dimanche 13 juin, ils couvrent $300\,m^2$ de la pelouse. Chaque semaine l'aire de la surface envahie par les chardons augmente d'une part de 4 % par la prolifération des racines, d'autre part de $13\,m^2$ dus aux graines envolées des jardins voisins.

On appelle u_n, l'aire de pelouse, en m^2, envahie par les chardons au bout de n semaines.

On a donc : $u_0 = 300$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
2. Justifier que pour tout entier naturel n :

   $u_{n+1} = 1{,}04 \times u_n + 13$.
3. On définit la suite $(v_n)_{n \geqslant 0}$ par : $v_n = u_n + 325$.
   a. Démontrer que : $v_{n+1} = 1{,}04 \cdot v_n$.
   b. En déduire que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
4. Exprimer v_n en fonction de n, en déduire que :

   $u_n = 625 \times (1{,}04)^n - 325$.
5. Au bout de combien de semaines les chardons auront-ils envahi plus de $700\,m2$ de la pelouse?

E.32 Deux amis, Agnès et Bénédicte gagnent 2 000 € à un jeu. Elles partagent cette somme en deux parts égales.

Partie A

Agnès, qui a déjà 3 000 € d'économies, ajoute ses 1 000 € à ses économies et place le total sur un livret d'épargne qui rapporte 3,5% d'intérêt par an *(intérêt composé)*.

On note u_0 le capital placé *($u_0 = 4000$)*, u_1 le capital acquis au bout d'un an, et plus généralement u_n le capital acquis au bout de n années.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).
3. Exprimer le terme général u_n en fonction de n.
4. Quel sera le capital obtenu au bout de 6 ans ? *(On arrondira le résultat au centime)*

Partie B

Bénédicte choisit un compte épargne dont le taux mensuel est de 0,25 % et choisit d'y ajouter à la fin de chaque mois la somme de 50 €. Les intérêts acquis sont capitalisés à la fin de chaque mois.

On note v_0 le capital placé *($v_0 = 1000$)*, v_1 le capital acquis au bout d'un mois, et plus généralement v_n le capital acquis au bout de n mois.

1. Calculer v_1 et v_2 *(on arrondira le résultat au centime)*. Vérifier que : $v_3 = 1157{,}89$.
2. Pour tout entier naturel n, exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.
3. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n + 20000$.
   a. Démontrer que la suite (w_n) est une suite géométrique de raison 1,0025. Préciser w_0 et exprimer le terme général w_n en fonction de n. En déduire v_n en fonction de n.
   b. Calculer le capital acquis par Bénédicte au bout de 6 ans *(soit 72 mois)*. *(On arrondira le résultat au centime)*

E.33 Pierre opère un placement dans sa banque en versant sur un compte 200 euros, chaque premier janvier à partir du 01/01/2003. La banque rémunère ce compte au taux annuel de 4 %. On note u_0 le montant initial du compte, donc u_0 et u_n le montant au 1er janvier de l'année $(2003+n)$, n étant un entier naturel.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3. On arrondira au centime d'euro.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
3. On définit une nouvelle suite (v_n) en posant, pour tout entier naturel n : $v_n = u_n + 5000$.
   a. Calculer les trois premiers termes de la suite (v_n).
   b. Prouver que la suite (v_n) est géométrique et préciser sa raison.
   c. Exprimer alors v_n en fonction de n, puis en déduire que : $u_n = 5200 \times (1{,}04)^n - 5000$.
4. Combien d'années Pierre devra-t-il attendre, pour disposer d'au moins 3000 euros sur ce compte?
   Pour cette question, on pourra faire appel à la fonction logarithme népérien notée ln.

E.34 **Partie A :** Étude d'une suite

Soit la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1\,500\,000 \\ u_{n+1} = 1{,}013 \cdot u_n + 1\,300 \text{ pour tout entier naturel } n \end{cases}$$

1. Calculer u_1 et u_2
2. On pose pour tout entier naturel n : $v_n = u_n + 100\,000$
   a. Calculer v_0.
   b. Démontrer que, pour tout entier naturel n ;
      $v_{n+1} = 1{,}013 \cdot v_n$.
      En déduire la nature de la suite (v_n).
   c. Déterminer v_n en fonction de n.
      En déduire que : $u_n = 1\,600\,000 \cdot \left(1{,}013\right)^n - 100\,000$.
   d. Calculer u_{18}. Le résultat sera arrondi à l'entier le plus proche.

Partie B : Application

Pour cette partie, tous les résultats numériques seront arrondis à l'entier le plus proche

Une étude de la population d'un département laisse apparaître les informations suivantes :

- la population est estimée à 1 500 000 habitants en 2002
- le taux d'accroissement naturel est de 1,3% par an,
- le flux migratoire *(différence entre le nombre de personnes entrant dans le département et le nombre de personnes en sortant)* est estimé à 1300 habitants par an.

On estime que ces données resteront constantes au fil des ans

1. D~~éterminer la population estimée de ce dé~~partement en 2003 et 2004
2. On pose $w_0 = 1\,500\,000$. Pour tout entier naturel n, on désigne par w_n une estimation du nombre d'habitants de ce département durant l'année $(2002+n)$
   a. Vérifier que $w_{n+1} = 1{,}013 \cdot w_n + 1300$ pour tout entier naturel n.
   b. En utilisant la partie A, déduire une estimation de la population de ce département en 2020.

E.35

Partie A

Soit (u_n) la suite définie par son premier terme $u_0 = 0{,}7$ et par la relation de récurrence :
$u_{n+1} = 2 \cdot u_n - 0{,}4$ *(n entier naturel)*

1. Calculer u_1, u_2, u_3.
2. Soit (v_n) la suite définie pour tout n entier naturel par : $v_n = u_n - 0{,}4$.
   a. Calculer v_0.
   b. Montrer que : $v_{n+1} = 2 \cdot v_n$
   c. En déduire la nature de la suite.
   d. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

Partie B

La règle de Titius-Bose *(connue vers 1770)* permet de retrouver approximativement la distance au Soleil de la plupart des planètes du système solaire. Pour cela, on prend comme unité la distance de la Terre au Soleil qui vaut environ 150 millions de kilomètres. Cette distance est appelée unité astronomique *(u.a.)*. Ainsi, $1\,u.a. \approx 15 \times 10^7\,km$. En écriture moderne, la loi de Titius-Bode s'exprime par la formule suivante :
$u_n = 0{,}4 + 0{,}3 \times 2^n$

où pour une planète donnée u_n est la distance au Soleil de cette planète (en u.a.) et n est le rang de la planète, défini dans le tableau ci-dessous :

Planète	Vénus	Terre	Mars	(Cérès)*	Jupiter	Saturne	Uranus
Rang n	0	1	2	3	4	5	6

(*) La lacune observée entre les orbites de Mars et Jupiter fut comblée en 1801 par la découverte de la planète Cérès, puis plus tard de milliers d'astéroïdes

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6
u_n							

2. a. Calculer la distance approximative au Soleil de la planète Uranus *(on donnera le résultat en millions de kilomètres)*.
   b. Calculer le rang de la planète dont la distance approximative au Soleil est 780 millions de kilomètres. De quelle planète s'agit-il?

11. *Partage*

E.36 Paul place la somme de 500 € à la banque. Celle-ci lui donne 5 % d'intérêt par an :

1. Donner les caractéristiques de la suite symbolisant l'évolution de la somme placée à la banque.
2. Donner cette valeur en fonction du nombre d'années n après avoir déposé l'argent
3. Au bout de combien de temps aura-t-il plus de 700 €.

12. *Exercices non-classés*

E.37

L'indice de référence des loyers *(IRL)* sert de base pour réviser les loyers des logements vides ou meublés. Il fixe les plafonds des augmentations annuelles des loyers que peuvent exiger les propriétaires.

Source : http://service-public.fr

Un logement est loué en 2018 pour un loyer de 814 € et dont l'augmentation est fixé à 0,5 % par an. On note u_n le montant du loyer à l'année 2018+n.

1. Quelle est la nature de la suite $\left(u_n\right)$? Donner les éléments caractéristiques de la suite $\left(u_b\right)$.
2. a. Donner l'expression des termes de la suite $\left(u_n\right)$ en fonction n.
   b. Déterminer le montant du loyer en 2030.
3. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année pour laquelle le loyer dépasse pour la première fois 900 €.

E.38

1. On considère la suite $\left(u_n\right)$ définie explicitement par la relation en fonction du rang n :

   $$u_n = 3{\cdot}n + 2 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

   Justifier que la suite $\left(u_n\right)$ est une suite arithmétique. Donner la raison de cette suite.
2. On considère la suite $\left(v_n\right)$ définie explicitement par la relation en fonction du rang n :

   $$v_n = 2\times 3^n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

   Justifier que la suite $\left(v_n\right)$ est une suite géométrique. Donner la raison de cette suite.

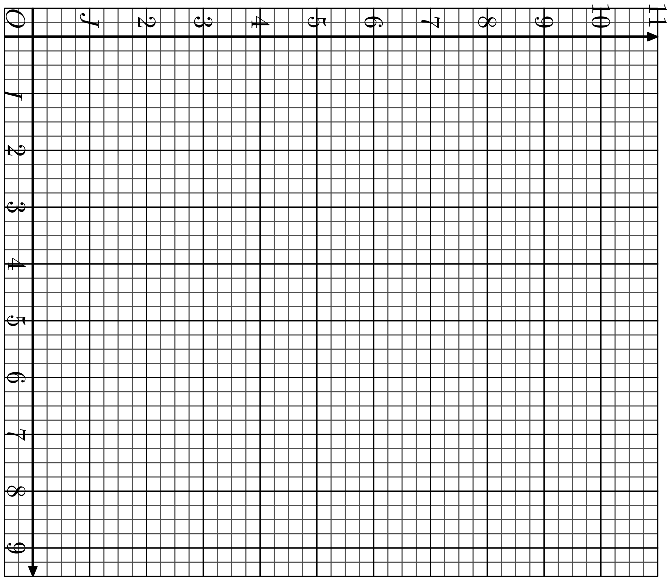
E.39 On considère les deux suites $\left(u_n\right)$ et $\left(v_n\right)$ où :

- $\left(u_n\right)$ une suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 0,5 ;
- $\left(v_n\right)$ une suite géométrique de premier terme 1 et de raison 1,3.

1. Compléter, en arrondissant les valeurs au centième près, le tableau ci-dessous avec les termes de ces deux suites :

n	u_n	v_n
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

2. Placer les points $\left(n\,;u_n\right)$ et $\left(n\,;v_n\right)$ dans le repère ci-dessous :



E.40 On considère la suite $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :

$u_n = 5 + 2\times n$ pour tout entier naturel n.

1. Exprimer la valeur u_{n-3} en fonction de n.
2. Donner la forme simplifiée de $u_{n-3}+u_3$.
3. Donner la forme simplifiée de $u_{n-5}+u_5$.
4. Soit k et n deux entiers tels que $k\leqslant n$. Montrer que u_k+u_{n-k} a sa valeur indépendante de k.