Hors programme lycée / Suites

1. *Suites quelconques*

E.1 Pour chaque question, déterminer les quatre premiers termes de la suite $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$:

(a) $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$

(b) $u_{n+1} = 2{\cdot}u_n - 2$; $u_0 = 3$

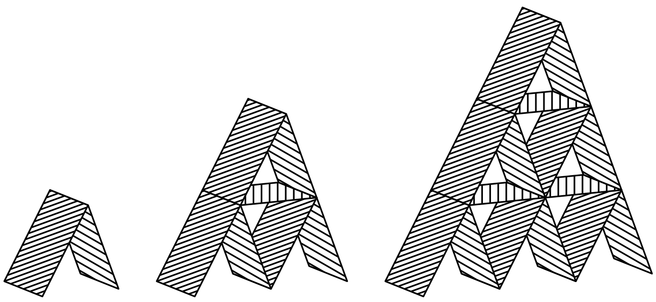
(c) $u_n = \sqrt{n^2+n+1}$

(d) $u_{n+1} = 2{\cdot}u_n - 2$; $u_0 = 1$

(e) $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$

(f) $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}$; $u_0 = 2$

E.2 On considère la construction d'un château de cartes :

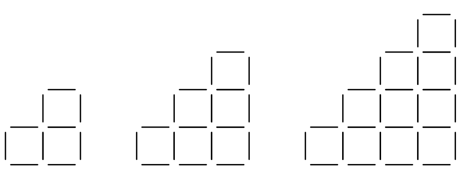


1^{er} étape $\quad$ $2^{\text{ième}}$ étape $\quad$ $3^{\text{ième}}$ étape

Pour tout entier naturel non-nul *($n\in\mathbb{N}^*$)*, on note u_n le nombre de cartes nécessaire à la construction de la $n^{\text{ème}}$ étape. Ainsi, on a :

$u_1 = 2 \quad ; \quad u_2 = \ldots \quad ; \quad u_3 = \ldots \quad ; \quad u_4 = \ldots$

E.3 On construit les figures ci-dessous à l'aide de petites baguettes de bois.



1^{er} étape $\quad$ 2^{e} étape $\quad$ 3^{e} étape

Pour n un entier strictement positif *($n\in\mathbb{N}^*$)*, on note u_n le nombre de baguettes nécessaires à la construction lors de l'étape n. On a donc :

$u_1 = 10 \quad ; \quad u_2 = \ldots \quad ; \quad u_3 = \ldots \quad ; \quad u_4 = \ldots$

E.4 On considère la suite $\left(u_n\right)$ définie pour tout entier n positif ou nul *($n\in\mathbb{N}$)* par :

$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + \dfrac{n}{n+1}$

Déterminer les quatre premiers termes de la suite $\left(u_n\right)$.

E.5 On considère les suites de nombres ci-dessous :

(a) $a_0=4$; $a_1=7$; $a_2=10$; $a_3=13$; $a_4=16$ ...

(b) $b_0=1$; $b_1=-2$; $b_2=4$; $b_3=-8$; $b_4=16$ ...

(c) $c_0=1$; $c_1=3$; $c_2=5$; $c_3=7$; $c_4=9$ ...

(d) $d_0=16$; $d_1=8$; $d_2=4$; $d_3=2$; $d_4=1$ ...

Associer à chacune de ces suites une relation ci-dessous permettant de définir la valeur d'un terme soit en fonction de la valeur de son prédécesseur, soit en fonction de la valeur de son rang :

(1) $u_{n+1} = u_n + 2$

(2) $u_n = 4 + 3{\cdot}n$

(3) $u_{n+1} = -2{\cdot}u_n$

(4) $u_n = 16\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

E.6

(1) Voici des exemples de suites de nombres :

(a) (2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; ...)

(b) (2 ; 6 ; 18 ; 54 ; 162 ; ...)

(c) (6 ; -6 ; 6 ; -6 ; 6 ; ...)

(d) (1 ; 3 ; 7 ; 15 ; 31 ; ...)

Pour chacune de ces suites des nombres ; trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction des valeurs précédentes.

(2) Voici d'autres exemples de suites numériques :

(a) (0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; ...)

(b) (1 ; 6 ; 11 ; 16 ; 21 ; ...)

(c) (1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; ...)

(d) (1 ; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; 2 ; $\sqrt{5}$; $\sqrt{6}$; ...)

(e) $\left(2 \;;\; \dfrac{3}{2} \;;\; \dfrac{4}{3} \;;\; \dfrac{5}{4} \;;\; \dfrac{6}{5} \;;\; \ldots \right)$

Pour chacune de ces suites des nombres trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction de sa position dans la suite.

E.7 On considère les suites définies ci-dessous par la valeur de leur premier terme et d'une relation de récurrence où l'entier n désigne un entier positif ou nul *($n\in\mathbb{N}$)* :

(a) $u_0 = 5$; $u_{n+1} = u_n + 2$

(b) $v_0 = 3$; $v_{n+1} = 2{\cdot}v_n$

(c) $w_0 = 2$; $w_{n+1} = -w_n$

(d) $x_0 = 4$; $x_{n+1} = 2{\cdot}x_n - 2$

(d) $y_0 = 1$; $y_1 = 1$; $y_{n+1} = y_n + y_{n-1}$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

E.8 Pour chaque question, est définie une suite où le rang n désigne un entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$.
Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) :

a $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$

b $u_{n+1} = 2\cdot u_n - 2$; $u_0 = 3$

c $u_n = \sqrt{n^2+n+1}$

d $u_{n+1} = 2\cdot u_n - 2$; $u_0 = 1$

e $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$

f $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}$; $u_0 = 2$

E.9

1 On considère la suite (u_n) dont le terme de rang n, un entier positif ou nul, est donné par la relation :
$$u_n = -\frac{7}{4}\cdot\left[1-(-1)^n\right]+3$$

a Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

b Que peut-on dire de la valeur des termes de la suite (u_n)?

2 On considère la suite (v_n) définie, pour tout rang positif ou nul, par :
$$v_{n+1} = \frac{1-v_n}{1+v_n} \quad ; \quad v_0 = 3$$

a Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).

b Que remarque-t-on?

E.10 On considère les deux algorithmes ci-dessous :

Algorithme 1
```
u ← 4
Pour i allant de 1 à 53
    u ← u+3
Fin Pour
```

Algorithme 2
```
u ← 1
Pour i allant de 1 à 4
    u ← 2× u+1
Fin Pour
```

Pour chacun des algorithmes, donner la valeur contenue dans la variable u après l'exécution de l'algorithme.

E.11

1 Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:
$u_0=3$; $u_{n+1}=2\cdot u_n-2$

2 Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:
$$v_n = \frac{n+1}{2\cdot n+1}$$

E.12 On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$ par :
$$u_0 = 3 \quad ; \quad u_{n+1} = 2\cdot u_n + \frac{1}{n+1}$$
Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

E.13

1 Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:
$u_0=4$; $u_{n+1}=3-2\cdot u_n$

2 Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) définie pour tout entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:
$$v_n = \frac{2\cdot n-1}{n+3}$$

E.14 On considère les suites numériques définies ci-dessous, où leur rang n est un entier positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$:

a $u_n = 2n$

b $v_n = 3n-4$

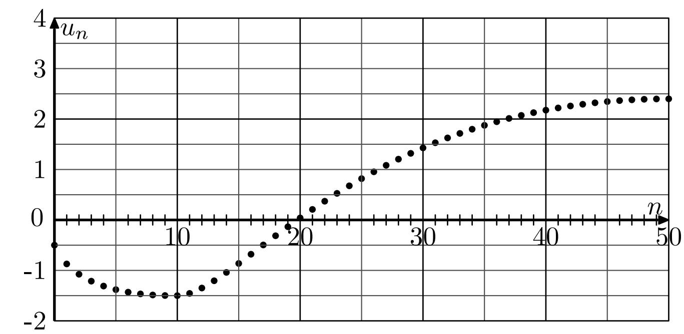
c $w_n = n^2+3$

d $x_n = 2^n$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

2. *Suites quelconques et lecture graphique*

E.15 On considère une suite (u_n) définie pour tout entier naturel n positif ou nul $(n\in\mathbb{N})$. Dans un repère sont représentés les points de coordonnées $(n\,;u_n)$ pour n compris entre 0 et 50 :

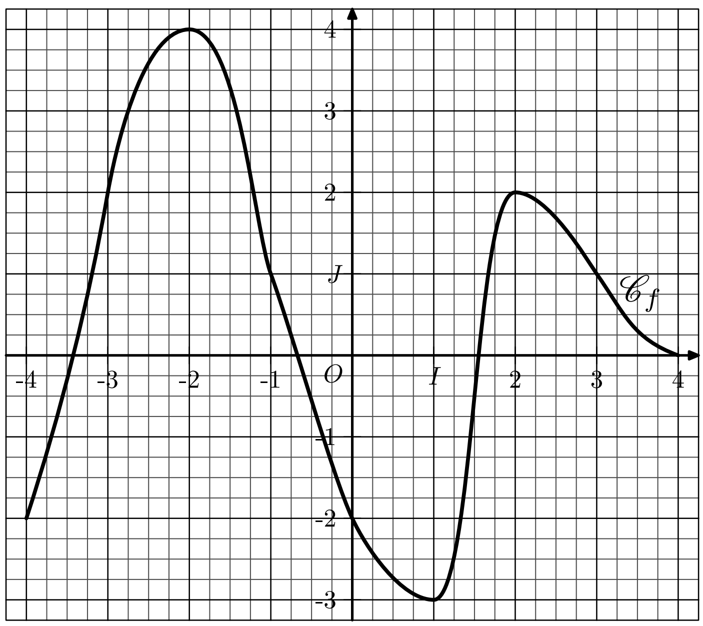


1 Donner les valeurs exactes de u_0 et u_{10}.

2 Donner des valeurs approchées de u_5, u_{30} et u_{40}.

3 Que peut-on dire des valeurs des termes u_n lorsque la valeur de n augmente?

E.16 Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$, on considère la représentation $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4\,;4]$:

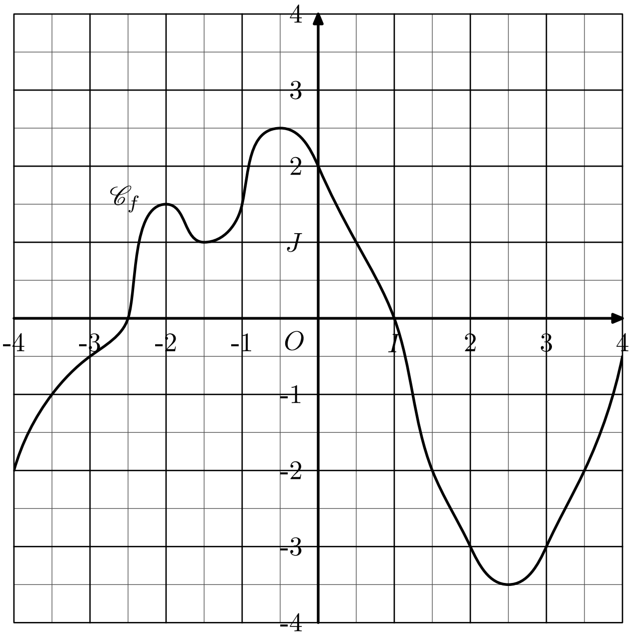


On considère les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant les relations :

$u_{n+1} = f(u_n) \quad ; \quad v_{n+1} = f(v_n)$
vérifiant les conditions initiales suivantes :
$u_0 = -1 \quad ; \quad v_0 = -4$

Déterminer les 100 premiers termes de chacune de ces deux suites.

E.17 On considère la fonction f définie sur $[-4\,;4]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous :



On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation

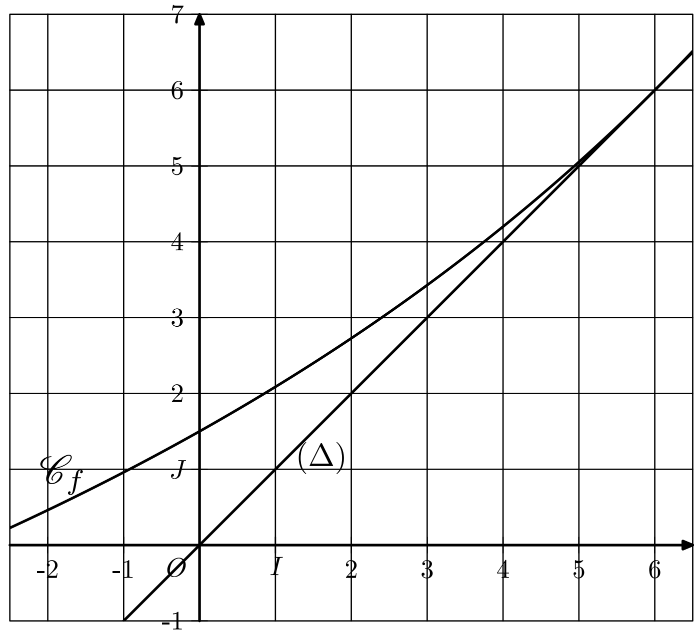
$u_0 = 2 \quad$ et $\quad u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Montrer que le terme u_1 est égal à -3.
2. Justifier les égalités suivantes :
   a. $u_2 = -0{,}5$ b. $u_3 = 2{,}5$
3. Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u_n										

E.18 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f définie par la relation :

$$f(x) = -\frac{12x+36}{x-24}$$



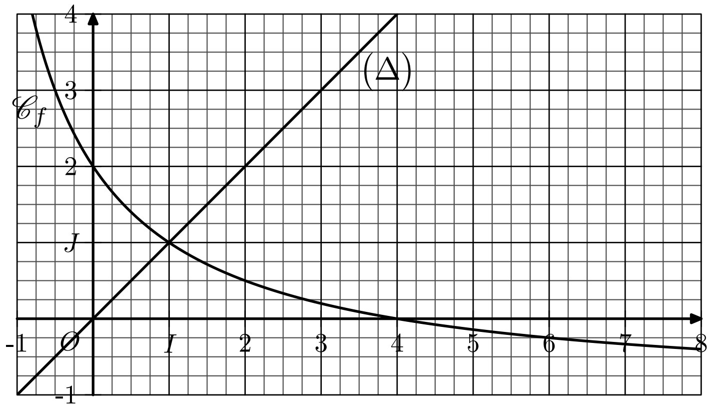
La droite (Δ) est la première bissectrice du plan.

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par récurrence par :
$u_{n+1} = f(u_n) \quad ; \quad u_0 = -2$

1. Graphiquement, placer sur l'axe des abscisses les cinq premières valeurs de la suite (u_n).
2. Déterminer, par le calcul, la valeur des trois premiers termes de la suite (u_n).

E.19 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dont l'image d'un nombre x est défini par :

$$f(x) = \frac{-x+4}{x+2}$$



La droite (Δ) est la première bissectrice du plan.

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation :
$u_{n+1} = f(u_n) \quad ; \quad u_0 = 8$

1. Sur l'axe des abscisses, présenter les valeurs des six premiers termes de la suite.
2. Déterminer, par le calcul, les trois premiers termes de la suite (u_n).

3. Somme de termes

E.20

1. On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme 4 et de raison $\frac{2}{3}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite (u_n).
   b. Déterminer le rang de la suite (u_n) ayant pour valeur 38.
   c. Déterminer la somme des termes :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{99}$.
2. On considère la suite géométrique (v_n) de premier terme 4 et de raison $\frac{2}{3}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite (v_n).
   b. Déterminer la somme des termes :
   $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{15}$.

E.21

1. On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $\frac{1}{3}$ et de raison $\frac{1}{2}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite (u_n).
   b. Déterminer le rang du terme u_n ayant pour valeur $\frac{77}{6}$.
   c. Déterminer la somme des termes :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{99}$.
2. On considère la suite géométrique (v_n) de premier terme $\frac{1}{3}$ et de raison $\frac{1}{2}$
   a. Déterminer les trois premiers termes de la suite (v_n).
   b. Déterminer la somme des termes :
   $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{15}$.

E.22

1. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique de premier terme 5 et de raison 3.
   Déterminer la valeur de la somme S des 100 premiers termes de cette suite.
2. On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 3 et de raison $\frac{1}{4}$.
   Déterminer la valeur de la somme S' des 100 premiers termes de cette suite.

E.23

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\frac{3}{5}$, déterminer la valeur de la somme suivante :
   $S = u_5 + u_6 + \cdots + u_{21}$
2. On considère la somme suivante dont les termes sont ceux d'une suite géométrique :
   $$S' = 16 + 24 + 36 + \cdots + \frac{3^{10}}{2^6}$$
   Déterminer la valeur de la somme S'.

E.24 On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 0 \quad ; \quad u_{n+1} = -\frac{1}{2}\cdot u_n + 1 \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n).
2. On considère la suite (v_n) définie par :
   $$v_n = u_n - \frac{2}{3} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}$$
   a. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n).
   b. Établir que pour tout entier naturel n, on a :
   $v_{n+1} = -\frac{1}{2}\cdot v_n$
   c. Donner la nature et les valeurs des éléments caractéristiques de la suite (v_n).
3. a. Déterminer la valeur de la somme S' définie par :
   $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{14}$
   b. Déterminer la valeur de la somme S définie par :
   $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{14}$
4. a. Donner l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.
   b. Donner l'expression du terme u_n en fonction de son rang n.

E.25

1. On considère une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique telle que :
   $$u_{13} = 7 \quad ; \quad u_{20} = \frac{35}{2}$$
   a. En justifiant votre démarche, retrouver les éléments caractéristiques de cette suite.
   b. En déduire la valeur de la somme S définie par :
   $S = u_5 + u_6 + \cdots + u_{22}$
2. On considère une suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique telle que :
   $$v_9 = \frac{5^6}{7^4} \quad ; \quad v_{16} = \frac{5^{13}}{7^{11}}$$
   a. En justifiant votre démarche, retrouver les éléments caractéristiques de cette suite.
   b. En déduire la valeur de la somme S' définie par :
   $S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{22}$

E.26

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
   Déterminer la somme des 10 premiers termes de la suite (u_n).
2. On considère la suite (v_n) géométrique de premier terme 5 et de raison $\frac{1}{2}$.
   Déterminer une expression de la somme S définie par :
   $S = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{12}$
   Puis, donner la valeur de S arrondie au centième près.

E.27 Les termes de chaque somme sont les termes d'une suite géométrique. Déterminer la valeur de ces deux sommes :

1. $S_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{1024}$
2. $S_2 = 2 + \sqrt{3} + \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{9}{8}$

E.28 On considère la somme S définie par :

$S = 5 + 2 - 1 - 4 - \cdots - 37$

En déduire la valeur de S.

E.29 On considère la somme S définie par :

$S = 1 + \dfrac{5}{2} + 4 + \dfrac{11}{2} + \cdots + 100$

On admet que les termes de la somme S sont les premiers termes successifs d'une suite (u_n) arithmétique définie sur $\mathbb{N}$.

1. Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n) et déterminer le rang du terme de la suite ayant 100 pour valeur.
2. En déduire la valeur de la somme S.

4. Cours - ancien programme : Suites

E.30

On suppose connus les résultats suivants :

(1) deux suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes lorsque : l'une est croissante, l'autre est décroissante et $u_n - v_n$ tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$;

(2) si (u_n) et (v_n) sont deux suites adjacentes telles que (u_n) est croissante et (v_n) est décroissante, alors pour tout n appartenant à $\mathbb{N}$, on a :
$u_n \leqslant v_n$;

(3) toute suite croissante et majorée est convergente ; toute suite décroissante et minorée est convergente.

Démontrer alors la proposition suivante :

"*Deux suites adjacentes sont convergentes et elles ont la même limite*".

E.31 On considère les trois suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ qui vérifient les conditions suivantes :

- Les deux suites (v_n) et (w_n) convergent vers un nombre réel ℓ.
- À partir d'un rang n_0 et pour tout entier n supérieur à n_0, on a :
  $v_n \leqslant u_n \leqslant w_n$

Montrer que la suite (u_n) est convergente et, plus précisément, qu'on a la limite suivante :

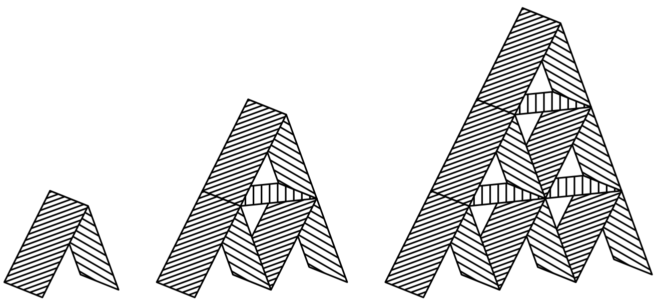
$\lim\limits_{n\mapsto+\infty} u_n = \ell$

E.32 Démontrer à l'aide de la définition et des deux propriétés ci-dessous que si (u_n) et (v_n) sont deux suites adjacentes, alors elles sont convergentes et elles ont la même limite.

- **Définition :**
  Deux suites sont adjacentes lorsque l'une est croissante, l'autre est décroissante et la différence des deux converge vers 0.
- **Propriété 1 :**
  Si deux suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes avec (u_n) croissante et (v_n) décroissante alors pour tout entier naturel :
  $u_n \leqslant v_n$.
- **Propriété 2 :**
  toute suite croissante et majorée converge ; toute suite décroissante et minorée converge.

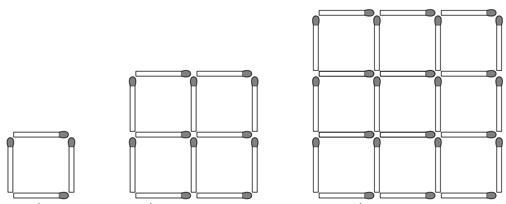
5. Rappes sur les suites

E.33 On considère la construction d'un château de cartes :



Combien de cartes faut-il pour réaliser la $4^{\text{ième}}$ étape de cette construction ? pour la $5^{\text{ième}}$ étape ?

E.34 On considère les constructions suivantes :



On note (u_n) la suite numérique définie sur $\mathbb{N}^*$ où u_n représente le nombre d'allumettes nécessaire à la construction de la $n^{\text{ième}}$ étape.

Parmi les définitions proposées ci-dessous, laquelle permet de définir la suite (u_n) présentée ci-dessus :

a) $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = 4{\cdot}u_n \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + 4{\cdot}n \end{cases}$

c) $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + 4{\cdot}(n+1) \end{cases}$

d) $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = 4{\cdot}u_n + n \end{cases}$

E.35 On considère les suites numériques, ci-dessous, définies sur $\mathbb{N}$ par récurrence : c'est-à-dire en fonction de leur valeur initiale et d'une relation avec les termes précédents.

1. $u_0=5$; $u_{n+1}=u_n+2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.
2. $v_0=3$; $v_{n+1}=2\cdot v_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.
3. $w_0=2$; $w_{n+1}=-w_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$.
4. $x_0=4$; $x_{n+1}=2\cdot x_n-2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
5. $x_0=1$; $x_1=1$; $x_{n+1}=x_n+x_{n-1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

6. *Exercices non-classés*

E.36 On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par la relation de récurrence suivante :

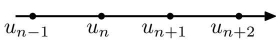
$u_0=0$; $u_{n+1}=u_n-2n+11$

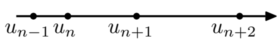
1. a. À l'aide du logiciel de votre choix, tracer le nuage de points associé au 15 premiers termes de cette suite.
   b. Faire une conjecture quant à la nature de la courbe passant par ces points.
2. a. Déterminer la fonction f définie par un polynôme du second degré, vérifiant les relations :
   $u_0=f(0)$; $u_1=f(1)$; $u_{11}=f(11)$
   b. Donner l'expression réduite de l'expression :
   $f(x+1)-f(x)$.
   c. Établir l'expression des termes de la suite (u_n) en fonction de leur rang n.

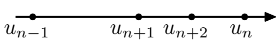
E.37 On considère la suite (u_n) définie par :

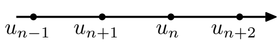
$u_0=1$; $u_{n+1}=-\dfrac{1}{2}\cdot u_n+1$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Déterminer les quatre premiers termes de cette suite.
2. a. Établir l'égalité suivante pour tout $n\in\mathbb{N}$:
   $u_{n+2}=\dfrac{1}{4}\cdot u_n+\dfrac{1}{2}$
   b. Établir l'égalité suivante pour tout $n\in\mathbb{N}$:
   $u_{n+2}=\dfrac{u_n+u_{n+1}}{2}$
3. En représentant quatre termes de la suite (u_n) sur une droite graduée, quelle serait, parmi les quatre propositions ci-dessous, l'allure de leur représentation?

a 

b 

c 

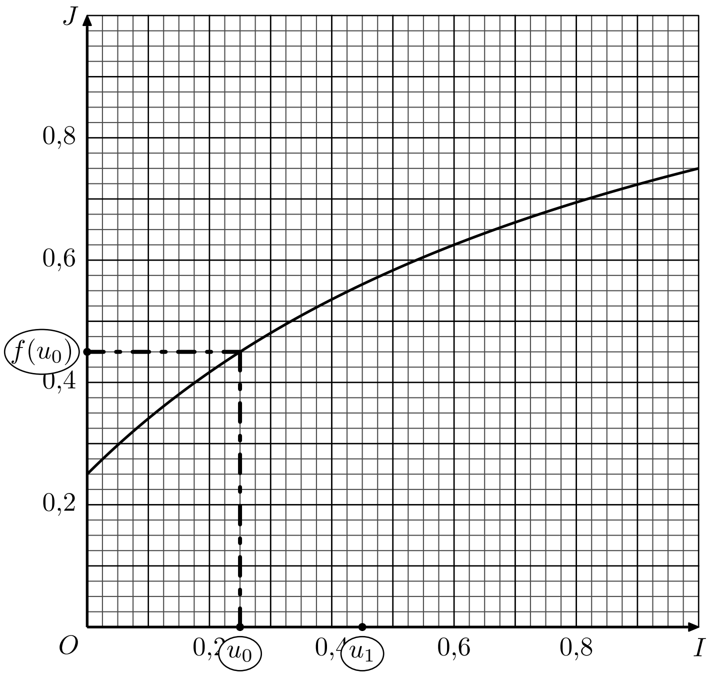
d 

E.38 On considère la fonction f définie sur $[0;1]$ par la relation :

$f(x)=\dfrac{5}{4}-\dfrac{1}{x+1}$

1. a. Établir les valeurs suivantes :
   $f\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{9}{20}$; $(f\circ f)\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{65}{116}$
   b. Déterminer la valeur de : $(f\circ f\circ f)\left(\dfrac{1}{4}\right)$

Ci-dessous est donnée la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans le repère $(O;I;J)$ orthonormé :



2. a. Donner les valeurs arrondies au millième près des nombres suivants :
   - $u_0=\dfrac{1}{4}=\ldots\ldots$
   - $u_1=\dfrac{9}{20}\approx\ldots\ldots$
   - $u_2=\dfrac{65}{116}\approx\ldots\ldots$
   - $u_3=\dfrac{441}{724}\approx\ldots\ldots$

   b. Placer les valeurs u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses.
   c. Placer les valeurs $f(u_1)$, $f(u_2)$ et $f(u_3)$ sur l'axe des ordonnées.
3. a. Tracer le segment reliant les deux points $A_1(u_1;0)$ et $B_1(0;f(u_0))$.
   Quelle est la nature du triangle OA_1B_1?
   b. Pour i allant de 1 à 3, on définit les points :
   $A_i(u_i;0)$ et $B_i\big(0;f(u_{i-1})\big)$
   De quelles natures sont les triangles OA_iB_i?
   c. Placer les nombres u_4 et u_5 sur l'axe des abscisses définis par les relations :
   $f(u_3)=u_4$; $f(u_4)=u_5$

(4) *Génération des termes de la suite :*

(a) Saisir et exécuter ce programme dans le langage de programmation de votre choix.

```
x ← 0;25
Pour i allant de 0 à 100
     x ← 5/4 − 1/(x + 1)
Fin Pour
```

En fin d'exécution, quelle est la valeur de la variable x?

(b) Quelle conjecture peut-on faire sur les termes de cette suite?

E.39 On considère la suite $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$u_0 = 5 \quad ; \quad u_n = \left(1 + \dfrac{2}{n}\right)\cdot u_{n-1} + \dfrac{6}{n}$ pour $n\in\mathbb{N}^*$.

(1) (a) Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6
u_n							

(b) Faire une conjecture sur la nature de la suite $\left(d_n\right)$ définie par :

$d_n = u_{n+1} - u_n$

(2) On considère la suite $\left(v_n\right)$ définie par :

$v_n = 4n^2 + 12n + 5 \quad$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

(a) Donner l'expression simplifiée de l'expression v_{n+1} en fonction de n.

(b) Simplifier l'expression de : $\left(1+\dfrac{2}{n+1}\right)\cdot v_n+\dfrac{6}{n+1}$.

(On utilisera la factorisation :

$4x^3 + 24x^2 + 41x + 21 = (x + 1)(4x^2 + 20x + 21)$*)*

(c) Que peut-on dire des suites $\left(u_n\right)$ et $\left(v_n\right)$.