Hors programme lycée / Triangle rectangle et cercle circonscrit

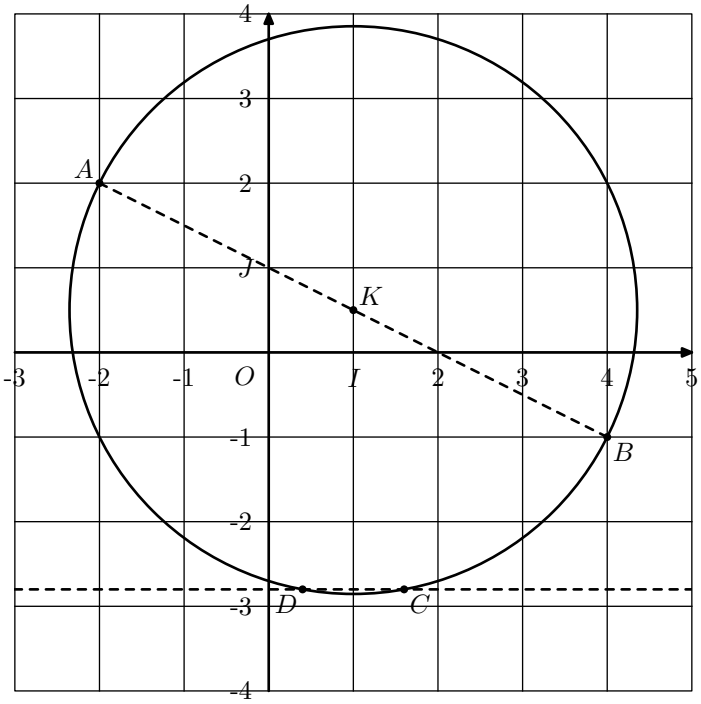
1. Exercices non-classés

E.1 *Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$.*
L'unité de longueur est le centimètre.

1. a) Placer le point $A(5\,;3)$.
   b) Par lecture graphique, donner les coordonnées de $\overrightarrow{IA}$.
   c) En déduire la distance IA.
2. On considère le point $B\left(-1\,;\sqrt{21}\right)$.
   a) Prouver que A et B sont sur le cercle de centre I et de rayon 5.
   b) Tracer ce cercle et placer le point B.
3. a) Placer le point C, symétrique de A par rapport à I.
   b) Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

E.2 Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points :

$$A(-2\,;2) \quad ; \quad B(4\,;-1) \quad ; \quad K\left(1\,;\frac{1}{2}\right)$$



On considère le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$.

1. Justifier que le cercle $\mathscr{C}$ admet le point K pour centre et dont le rayon a pour mesure $\dfrac{\sqrt{45}}{2}$.
2. On considère le point C de coordonnées $\left(\dfrac{8}{5}\,;-\dfrac{14}{5}\right)$.
   a) Justifier que le point C est un point du cercle $\mathscr{C}$.
   b) Donner la nature du triangle ABC. Justifier votre réponse.
3. La droite d'équation $y=-\dfrac{14}{5}$ intercepte le cercle $\mathscr{C}$ aux points C et D.
   a) Justifier que le point D vérifie l'équation :
   $$\left(x_D-1\right)^2=\frac{9}{25}$$
   b) En déduire les coordonnées du point D.

E.3 On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé. On considère les trois points :

$$A(-1\,;4) \quad ; \quad B(-3\,;-2) \quad ; \quad C\left(0\,;1-\sqrt{6}\right)$$

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.
2. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
3. a) Sans justification, déterminer les coordonnées du point D diamétralement opposé au point C dans le cercle de diamètre $[AB]$.
   b) Montrer que le quadrilatère $ADBC$ est un rectangle.