## Hors programme lycée / Triangle rectangle et cercle circonscrit

## 1. Exercices non-classés

 $\begin{tabular}{ll} \hline \textbf{E.1} & \textbf{f} & Le \ plan \ est \ muni \ d'un \ repère \ orthonorm\'e\ (O\ ;\ I\ ;\ J). \\ L'unit\'e\ de \ longueur \ est \ le \ centim\`etre. \\ \end{tabular}$ 

- 1 (a) Placer le point A(5;3).
  - (b) Par lecture graphique, donner les coordonnées de  $\overrightarrow{IA}$ .
  - c En déduire la distance IA.
- 2 On considère le point  $B\left(-1; \sqrt{21}\right)$ .
  - (a) Prouver que A et B sont sur le cercle de centre I et de rayon 5.
  - $\bigcirc$  Tracer ce cercle et placer le point B.
- (3) (a) Placer le point C, image du point A par la symétrie de centre I.
  - (b) Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

E.2 § On considère le plan muni d'un repère (O; I; J) et le cercle  $\mathscr C$  de centre K(2; -3) et de rayon 5.

- 1 Justifier que le point A(6;-6) est un point du cercle  $\mathscr{C}$
- 2 Considérons le point B diamétralement opposé au point A dans le cercle  $\mathscr C$ . Déterminer les coordonnées du point B.
- 3 Soit C le point du plan de coordonnés  $\left(-\frac{14}{5}; -\frac{8}{5}\right)$ . Justifier que le triangle ABC est rectangle en C.

E.3  $\{G(G), G(G), G(G),$ 

- 1 Justifier que le point A(6;-6) est un point du cercle  $\mathscr{C}$
- 2 Considérons le point B diamétralement opposé au point A dans le cercle  $\mathscr{C}$ . Déterminer les coordonnées du point B.
- 3 Soit C le point du plan de coordonné  $\left(-\frac{14}{5}; -\frac{8}{5}\right)$ . Justifier que le triangle ABC est rectangle en C.

E.4 On se place dans un repère orthonormé (O; I; J). On considère les trois points suivants:

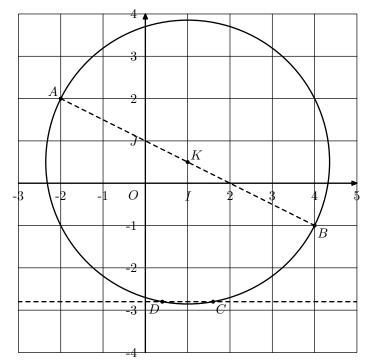
$$A(1;5)$$
 ;  $B(-1;3)$  ;  $K(7;-1)$ 

(A titre facultatif, on peut créer un repère et placer les points au fur et à mesure de l'exercice)

- 1 On considère le point G le milieu du segment [BK]. Déterminer les coordonnées du point G.
- 2 Soit R, l'image du point A par la symétrie de centre G. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point R.
- 3 Montrer que:  $BK = 4\sqrt{5} cm$
- 4 On admet que  $RA = 4\sqrt{5}$  cm. Montrer, sans effectuer de calculs, que ABRK est un rectangle.
- 5 On considère le cercle ( $\mathscr{C}$ ) de diamètre [BK] et le point E de coordonnées  $\left(-\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$ ; montrer que le point E appartient au cercle  $\mathscr{C}$ .
- $\bigcirc$  En déduire, sans aucun calcul, que le triangle BEK est rectangle en E.

E.5 Dans le plan muni d'un repère (O;I;J), on considère les trois points:

$$A(-2;2)$$
 ;  $B(4;-1)$  ;  $K(1;\frac{1}{2})$ 



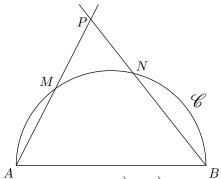
On considère le cercle  $\mathscr C$  de diamètre [AB].

- 1 Justifier que le cercle  $\mathscr C$  admet le point K pour centre et dont le rayon a pour mesure  $\frac{\sqrt{45}}{2}$ .
- 2 On considère le point C de coordonnées  $\left(\frac{8}{5}; -\frac{14}{5}\right)$ .
  - (a) Justifier que le point C est un point du cercle  $\mathscr{C}$ .
  - b Donner la nature du triangle ABC. Justifier votre réponse.

- 3 La droite d'équation  $y = -\frac{14}{5}$  intercepte le cercle  $\mathscr{C}$  aux points C et D.
  - a Justifier que le point D vérifie l'équation :  $\left(x_D-1\right)^2=\frac{9}{25}$
  - (b) En déduire les coordonnées du point D.
- E.6 On considère le plan muni d'un repère (O; I; J) orthonormé. On considère les trois points:

$$A(-1;4)$$
 ;  $B(-3;-2)$  ;  $C(0;1-\sqrt{6})$ 

- 1 Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.
- 2 Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$ .
- 3 a Sans justification, déterminer les coordonnées du point D diamétralement opposé au point C dans le cercle de diamètre [AB].
- b Montrer que le quadrilatère ADBC est un rectangle.
- E.7 Dans le plan, on considère un demi-cercle  $\mathscr{C}$  de diamètre [AB]; soit M et N deux points de  $\mathscr{C}$  tels que les demi-droites [AM) et [BN) s'interceptent au point P:



- 1 Déterminer la valeur de  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$ .
- 2 Établir l'égalité suivante:

$$AB^2 = AP \times AM + PB \times NB$$