Proposition :

Soit $\overrightarrow{x}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{v}$ trois vecteurs du plan de coordonnées respectives $(x\,;y)$, $\big(x'\,;y'\big)$, $\big(x''\,;y''\big)$.

a. $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\overrightarrow{\boldsymbol{v}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$

b. $\overrightarrow{\boldsymbol{0}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{0}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{0}}=\boldsymbol{0}$

c. $(\boldsymbol{k}\,\overrightarrow{\boldsymbol{u}})\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{k}\times(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{u}})$

d. $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}+\overrightarrow{\boldsymbol{w}})=\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$

Démonstration :

a. Par définition, on a :

- $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=x{\cdot}x'+y{\cdot}y'$
- $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{u}=x'{\cdot}x+y'{\cdot}y$

La commutativité de la multiplication de réel permet de conclure.

b.
- $\overrightarrow{0}\cdot\overrightarrow{v}=0x'+0y'=0$
- $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{0}=x{\cdot}0+y{\cdot}0=0$

c. Le vecteur $k\,\overrightarrow{u}$ a pour coordonnée $\big(kx\,;ky\big)$.

$$\begin{aligned}(k\,\overrightarrow{u})\cdot\overrightarrow{v}&=(kx)x'+(ky)y'\\&=k\times\big(xx'+yy'\big)=k\times\big(\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{u}\big)\end{aligned}$$

d. $\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}$ a pour coordonné $\big(x'+x''\,;y'+y''\big)$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u}\cdot\big(\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}\big)&=x(x'+x'')+y(y'+y'')\\&=x{\cdot}x'+x{\cdot}x''+y{\cdot}y'+y{\cdot}y''=\big(x{\cdot}x'+y{\cdot}y'\big)+x\big({\cdot}x''+y{\cdot}y''\big)\end{aligned}$$

Proposition :

Soit $\overrightarrow{x}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{v}$ trois vecteurs du plan de coordonnées respectives $(x\,;y)$, $\big(x'\,;y'\big)$, $\big(x''\,;y''\big)$.

a. $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\overrightarrow{\boldsymbol{v}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$

b. $\overrightarrow{\boldsymbol{0}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{0}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{0}}=\boldsymbol{0}$

c. $(\boldsymbol{k}\,\overrightarrow{\boldsymbol{u}})\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{k}\times(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{u}})$

d. $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}+\overrightarrow{\boldsymbol{w}})=\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$

Démonstration :

a. Par définition, on a :

- $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=x{\cdot}x'+y{\cdot}y'$
- $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{u}=x'{\cdot}x+y'{\cdot}y$

La commutativité de la multiplication de réel permet de conclure.

b.
- $\overrightarrow{0}\cdot\overrightarrow{v}=0x'+0y'=0$
- $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{0}=x{\cdot}0+y{\cdot}0=0$

c. Le vecteur $k\,\overrightarrow{u}$ a pour coordonnée $\big(kx\,;ky\big)$.

$$\begin{aligned}(k\,\overrightarrow{u})\cdot\overrightarrow{v}&=(kx)x'+(ky)y'\\&=k\times\big(xx'+yy'\big)=k\times\big(\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{u}\big)\end{aligned}$$

d. $\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}$ a pour coordonné $\big(x'+x''\,;y'+y''\big)$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u}\cdot\big(\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}\big)&=x(x'+x'')+y(y'+y'')\\&=x{\cdot}x'+x{\cdot}x''+y{\cdot}y'+y{\cdot}y''=\big(x{\cdot}x'+y{\cdot}y'\big)+x\big({\cdot}x''+y{\cdot}y''\big)\end{aligned}$$

Proposition :

Soit $\overrightarrow{x}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{v}$ trois vecteurs du plan de coordonnées respectives $(x\,;y)$, $\big(x'\,;y'\big)$, $\big(x''\,;y''\big)$.

a. $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\overrightarrow{\boldsymbol{v}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$

b. $\overrightarrow{\boldsymbol{0}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{0}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{0}}=\boldsymbol{0}$

c. $(\boldsymbol{k}\,\overrightarrow{\boldsymbol{u}})\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{k}\times(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{u}})$

d. $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}+\overrightarrow{\boldsymbol{w}})=\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$

Démonstration :

a. Par définition, on a :

- $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=x{\cdot}x'+y{\cdot}y'$
- $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{u}=x'{\cdot}x+y'{\cdot}y$

La commutativité de la multiplication de réel permet de conclure.

b.
- $\overrightarrow{0}\cdot\overrightarrow{v}=0x'+0y'=0$
- $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{0}=x{\cdot}0+y{\cdot}0=0$

c. Le vecteur $k\,\overrightarrow{u}$ a pour coordonnée $\big(kx\,;ky\big)$.

$$\begin{aligned}(k\,\overrightarrow{u})\cdot\overrightarrow{v}&=(kx)x'+(ky)y'\\&=k\times\big(xx'+yy'\big)=k\times\big(\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{u}\big)\end{aligned}$$

d. $\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}$ a pour coordonné $\big(x'+x''\,;y'+y''\big)$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u}\cdot\big(\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}\big)&=x(x'+x'')+y(y'+y'')\\&=x{\cdot}x'+x{\cdot}x''+y{\cdot}y'+y{\cdot}y''=\big(x{\cdot}x'+y{\cdot}y'\big)+x\big({\cdot}x''+y{\cdot}y''\big)\end{aligned}$$

Proposition :

Soit $\overrightarrow{x}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{v}$ trois vecteurs du plan de coordonnées respectives $(x\,;y)$, $\big(x'\,;y'\big)$, $\big(x''\,;y''\big)$.

a. $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\overrightarrow{\boldsymbol{v}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$

b. $\overrightarrow{\boldsymbol{0}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{0}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{0}}=\boldsymbol{0}$

c. $(\boldsymbol{k}\,\overrightarrow{\boldsymbol{u}})\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}=\boldsymbol{k}\times(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{u}})$

d. $\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot(\overrightarrow{\boldsymbol{v}}+\overrightarrow{\boldsymbol{w}})=\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{v}}+\overrightarrow{\boldsymbol{u}}\cdot\overrightarrow{\boldsymbol{w}}$

Démonstration :

a. Par définition, on a :

- $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=x{\cdot}x'+y{\cdot}y'$
- $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{u}=x'{\cdot}x+y'{\cdot}y$

La commutativité de la multiplication de réel permet de conclure.

b.
- $\overrightarrow{0}\cdot\overrightarrow{v}=0x'+0y'=0$
- $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{0}=x{\cdot}0+y{\cdot}0=0$

c. Le vecteur $k\,\overrightarrow{u}$ a pour coordonnée $\big(kx\,;ky\big)$.

$$\begin{aligned}(k\,\overrightarrow{u})\cdot\overrightarrow{v}&=(kx)x'+(ky)y'\\&=k\times\big(xx'+yy'\big)=k\times\big(\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{u}\big)\end{aligned}$$

d. $\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}$ a pour coordonné $\big(x'+x''\,;y'+y''\big)$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{u}\cdot\big(\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}\big)&=x(x'+x'')+y(y'+y'')\\&=x{\cdot}x'+x{\cdot}x''+y{\cdot}y'+y{\cdot}y''=\big(x{\cdot}x'+y{\cdot}y'\big)+x\big({\cdot}x''+y{\cdot}y''\big)\end{aligned}$$