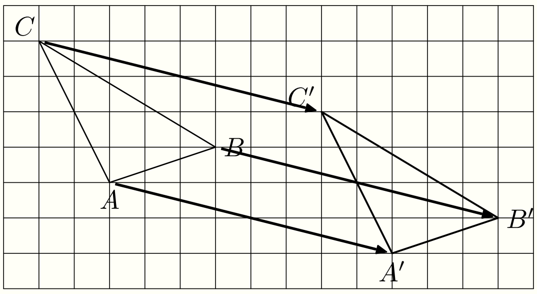
Les vecteurs

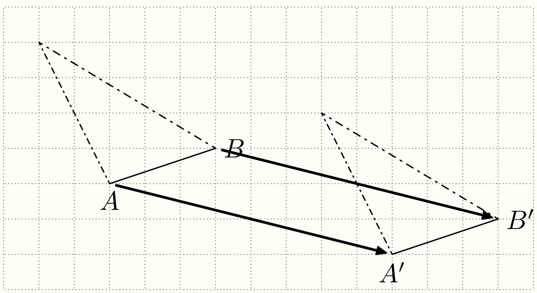
A. Rappels:

Remarque :

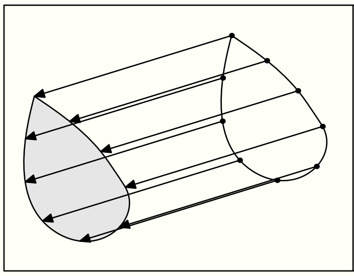
- Une translation est une symétrie opérant sur une figure par un "*déplacement rectiligne*". Voici un exemple d'image du triangle ABC par la translation transformant le point A en le point A' :



- Chaque couple de points formé d'un point et de son image par la translation définit un même déplacement, ici représenté par une flèche, est caractérisée par :
  - des mouvements parallèles
  - dans le même sens
  - une même longueur de déplacement.
- En regardant le segment $[AB]$ et son image :



Les segments $[AB]$ et $[A'B']$ sont parallèles et de même longueur. Ainsi, le quadrilatère $ABB'A'$ est un parallélogramme.
et on en déduit que les côtés opposés $[AA']$ et $[BB']$ sont également parallèles et de même longueur.
On remarque aussi que les diagonales $[AB']$ et $[A'B]$ se coupent en leurs milieux.



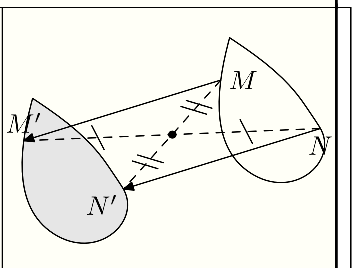


Illustration vidéo :

r416-0

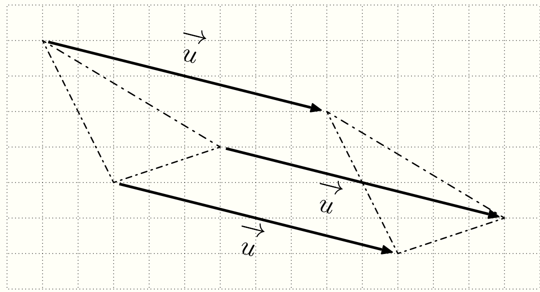
B. Vecteurs:

1. Définition :

Définition :
Dans le plan, considérons une translation transformant le point A en B.
On dit que cette translation est de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
On appelle A l'**origine** du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et B l'**extrémité** du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Remarque :

- Dans la représentation ci-dessus, les vecteurs $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{CC'}$ définissant la même translation, ces trois vecteurs sont égaux. On peut alors tous les noter avec la même notation. Par exemple $\overrightarrow{u}$.



- En considérons deux points du plan A et B et en composant la translation qui transforme A en B, puis la translation qui transforme B en A, on obtient la translation qui transforme A en A.
Le vecteur de cette translation qui n'effectue *aucun* déplacement se note $\overrightarrow{AA}$ ou $\overrightarrow{0}$

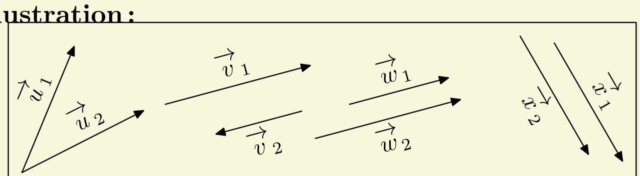
Définition :
On appelle **vecteur nul**, noté $\overrightarrow{0}$, le vecteur associé à la translation n'effectuant aucun déplacement.

2. Caractérisation :

Proposition : Deux vecteurs non-nuls sont égaux si, et seulement, si :

- ils ont même direction *(support de droite)*
- ils ont même sens *(sens de déplacement sur la droite)*
- ils ont même longueur

Illustration :

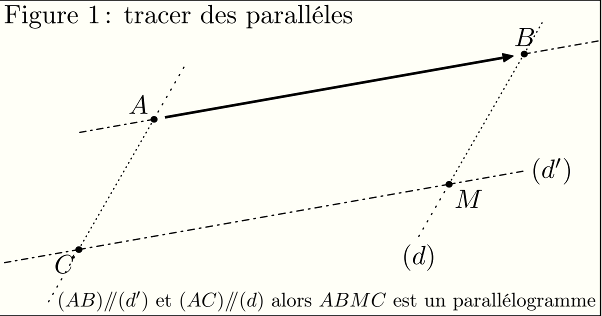


•les vecteurs $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$ sont de même longueur
•les vecteurs $\overrightarrow{v_1}$ et $\overrightarrow{v_2}$ sont de même direction et de sens opposé
•les vecteurs $\overrightarrow{w_1}$ et $\overrightarrow{w_2}$ sont de même direction et de même sens
•les vecteurs $\overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{x_2}$ sont égaux

3. Tracé de vecteurs égaux :

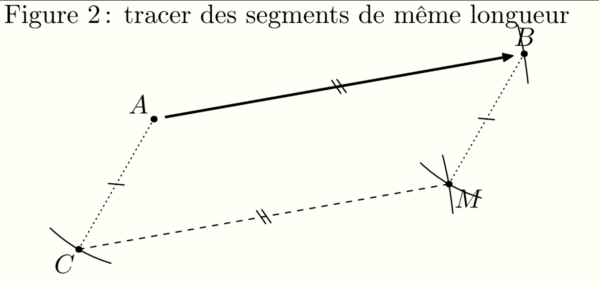
Méthode : différents manières de construction de vecteurs égaux :

Figure 1 : tracer des paralléles



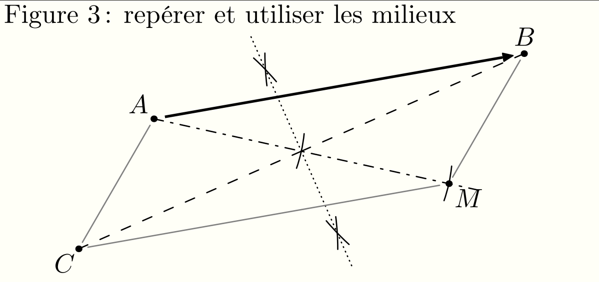
$(AB)/\!/(d')$ et $(AC)/\!/(d)$ alors $ABMC$ est un parallélogramme

Figure 2 : tracer des segments de même longueur



$AB = CM$ et $AC = BM$ alors $ABMC$ est un parallélogramme

Figure 3 : repérer et utiliser les milieux



I milieu de $[BC]$ et de $[AM]$ alors $ABMC$ est un parallélogramme

Illustration vidéo :

r662-1

4. Propriétés de l'égalité :

Proposition :

On considère les points A, B, C et D du plan :

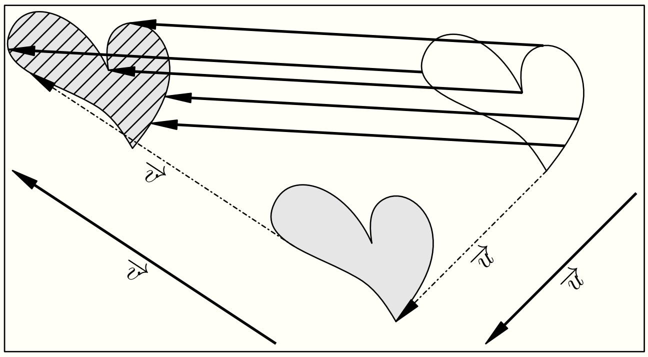
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si, et seulement si, le quadrilatère $ABDC$ est un parallélogramme.
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si, et seulement si, les segments $[AD]$ et $[BC]$ ont même milieu.

C. Somme de vecteurs :

1. Définition :

Remarque :

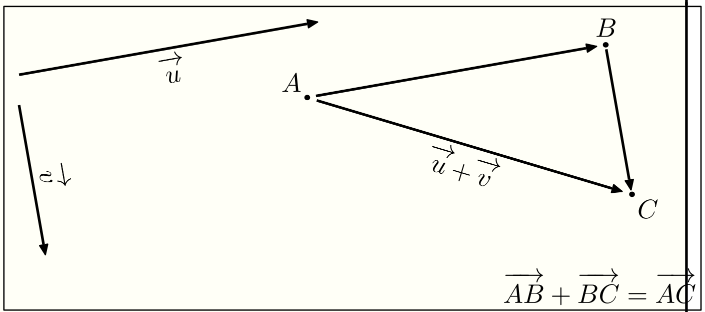
La composée de deux translations est une translation



Définition :

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs.
On appelle **somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$** le vecteur de translation obtenue par composition de la translation de vecteur $\vec{u}$, puis de la translation $\vec{v}$.
On note $\vec{u} + \vec{v}$.

Remarque :

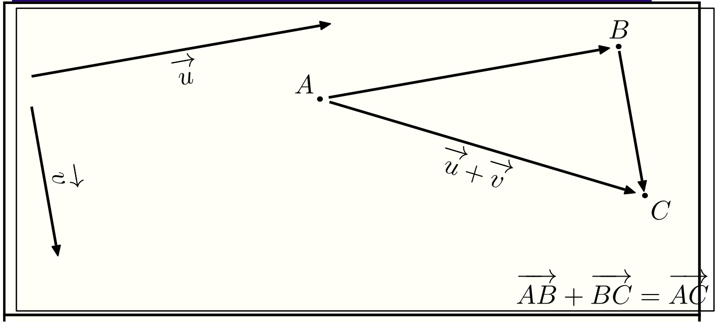


explication plus dessins avec $\overrightarrow{AA'}$ représentant de $\vec{u}$ et $\overrightarrow{A'A''}$...

Illustration vidéo :

r621-1

2. Relation de Chasles :



3. Opposé :

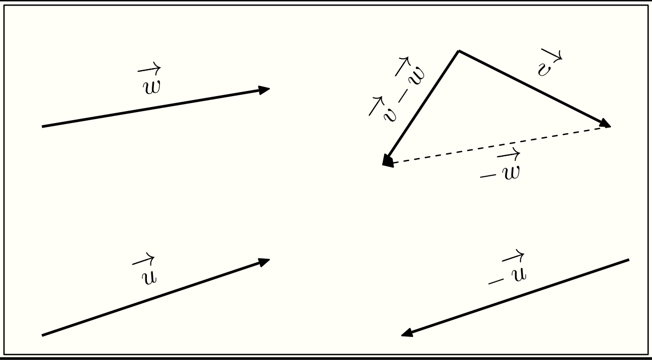
Définition :

Soit $\vec{u}$ un vecteur, on appelle **vecteur opposé du vecteur** $\vec{u}$ l'unique vecteur $\vec{v}$ tel que $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$.
Ce vecteur est noté $-\vec{u}$

Remarque :

Le vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur $\overrightarrow{BA}$ car la composé de translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$:

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$



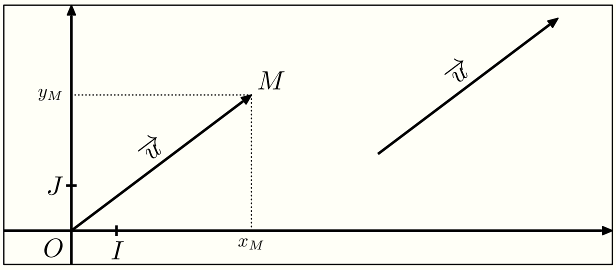
D. Repères :

1. Définition :

Définition :

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère un vecteur $\vec{u}$. On appelle **coordonnées du vecteur** $\vec{u}$ les coordonnées de l'unique point M réalisant :

$\overrightarrow{OM}=\vec{u}$

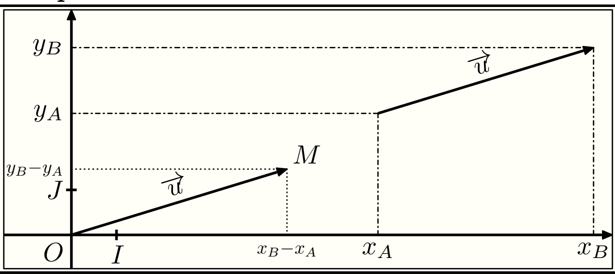


Proposition :

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les deux points $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$

Remarque :



2. Egalité de deux vecteurs :

Proposition :

Dans le plan muni d'un repère, deux vecteurs sont égaux si, et seulement si, les deux vecteurs ont même coordonnées.

Application :

Dans le plan muni d'un repère, considérons les points :

$A(-2\,;-3)$; $B(3\,;1)$; $C(-1\,;3)$

Déterminons le point D tel que $ABCD$ est un parallélogramme.

