Proposition :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, considérons deux vecteurs $\overrightarrow{u}\,(x\,;y)$ et $\overrightarrow{v}\,(x'\,;y')$ non-nuls. Notons α l'angle formé entre les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$. On a :

$$\cos\left(\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{v}\right) = \frac{x\times x' + y\times y'}{\sqrt{x^2+y^2}\times\sqrt{x'^2+y'^2}}$$

Preuve :

- l'expression analytique du produit scalaire donne : $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v} = x{\cdot}x' + y{\cdot}y'$
- L'expression du produit scalaire par le cosinus donne : $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v} = \|\overrightarrow{u}\|\times\|\overrightarrow{v}\|\times\cos\alpha$

On en déduit :

$$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v} = \overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$$

$$\|\overrightarrow{u}\|\times\|\overrightarrow{v}\|\times\cos\alpha = x\times x' + \times y\times y'$$

$$\sqrt{x^2+y^2}\times\sqrt{x'^2+y'^2}\times\cos\alpha = x\times x' + y\times y'$$

$$\cos\alpha = \frac{x\times x' + y\times y'}{\sqrt{x^2+y^2}\times\sqrt{x'^2+y'^2}}$$

Proposition :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, considérons les deux vecteurs $\overrightarrow{u}\,(x\,;y)$ et $\overrightarrow{v}\,(x'\,;y')$ non-nuls. On a :

$$\cos\left(\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{v}\right) = \frac{x\times x' + y\times y'}{\sqrt{x^2+y^2}\times\sqrt{x'^2+y'^2}}$$

Preuve :

- l'expression analytique du produit scalaire donne : $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v} = x{\cdot}x' + y{\cdot}y'$
-

On en déduit :

$$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v} = \overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$$

$$\|\overrightarrow{u}\|\times\|\overrightarrow{v}\|\times\cos\left(\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{v}\right) = x\times x' + \times y\times y'$$

$$\sqrt{x^2+y^2}\times\sqrt{x'^2+y'^2}\times\cos\left(\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{v}\right) = x\times x' + y\times y'$$

$$\cos\left(\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{v}\right) = \frac{x\times x' + y\times y'}{\sqrt{x^2+y^2}\times\sqrt{x'^2+y'^2}}$$