- Résolvons l'équation $3{\cdot}z+i-2=3$:

$3{\cdot}z+i-2=3$
$3{\cdot}z=3-i+2$
$3{\cdot}z=5-i$
$z=\dfrac{5-i}{3}$
$z=\dfrac{5}{3}-\dfrac{i}{3}$

- Résolvons l'équation : $z+i{\cdot}z=1+5{\cdot}i$

$$z+i{\cdot}z=1+5{\cdot}i$$

Notons $a+i{\cdot}b$ l'écriture algébrique de z :

$(a+i{\cdot}b)+i{\cdot}(a+i{\cdot}b)=1+5{\cdot}i$
$a+i{\cdot}b+i{\cdot}a+i^2{\cdot}b-1-5{\cdot}i=0$
$a+i{\cdot}b+i{\cdot}a-b-1-5{\cdot}i=0$
$(a-b-1)+i{\cdot}(a+b-5)=0$

Le nombre 0 admet pour écriture $0+0{\cdot}i$:

$(a-b-1)+i{\cdot}(a+b-5)=0+0{\cdot}i$

L'écriture algébrique d'un nombre complexe étant unique, il est nécessaire d'avoir les égalités des parties réelles et des parties imaginaires :

$$\begin{cases} a-b-1=0 \\ a+b-5=0 \end{cases}$$

En résolvant ce système, on obtient une unique solution $(3\,;2)$. Ainsi, l'équation admet pour solution le nombre complexe $3+2{\cdot}i$.

- Résolvons l'équation : $z+i=3+2{\cdot}\overline{z}$

Il existe deux réels a et b tel que le nombre complexe z admette l'écriture algébrique $z=a+i{\cdot}b$

Résolvons l'équation :

$z+i=3+2{\cdot}\overline{z}$
$(a+i{\cdot}b)+i=3+2{\cdot}\overline{a+i{\cdot}b}$
$a+i{\cdot}b+i=3+2{\cdot}(a-i{\cdot}b)$
$a+i{\cdot}b+i=3+2{\cdot}a-i{\cdot}2{\cdot}b$
$a+i{\cdot}b+i-3-2{\cdot}a+i{\cdot}2{\cdot}b=0$
$(a-3-2{\cdot}a)+i{\cdot}(b+1+2{\cdot}b)=0$
$(-a-3)+i{\cdot}(3{\cdot}b+1)=0$

De l'écriture du réel 0 :

$-a-3=0$	$3{\cdot}b+1=0$
$-a=3$	$3{\cdot}b=-1$
$a=-3$	$b=-\dfrac{1}{3}$

Ainsi, cette équation admet une unique solution $-3-i{\cdot}\dfrac{1}{3}$

- Résolvons l'équation : $i{\cdot}(z+\overline{z})=\overline{z}-z$

Notons $a+i{\cdot}b$ l'écriture algébrique du nombre z. On a :

$i{\cdot}(z+\overline{z})=\overline{z}-z$
$i\big[(a+i{\cdot}b)+\overline{a+i{\cdot}b}\big]=\overline{a+i{\cdot}b}-(a+i{\cdot}b)$
$i(a+i{\cdot}b+a-i{\cdot}b)=a-i{\cdot}b-a-i{\cdot}b$
$i{\cdot}a+i^2{\cdot}b+i{\cdot}a-i^2{\cdot}b=-2i{\cdot}b$
$2{\cdot}i{\cdot}a=-2i{\cdot}b$
$2{\cdot}i{\cdot}a+2i{\cdot}b=0$
$0+2{\cdot}i{\cdot}(a+b)=0+0{\cdot}i$

On en déduit l'équation :
$2{\cdot}(a+b)=0$

Un produit est nul, si et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul :

$a+b=0$
$b=-a$

Ainsi, l'ensemble des solutions est :
$\mathcal{S}=\{a-a{\cdot}i \mid a\in\mathbb{R}\}$
qui dans le plan complexe est représenté par la droite d'équation $y=-x$.

- L'équation $z+i{\cdot}\overline{z}=1$ a pour ensemble de solutions :
  $\mathcal{S}=\varnothing$

- L'équation $\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{\overline{z}}=0$ a pour ensemble de solutions :
  $\mathcal{S}=\{i{\cdot}b \mid b\in\mathbb{R}^*\}$
  qui dans le plan complexe est l'axe des imaginaires purs privée de O.

- L'équation $\overline{z}-\dfrac{1}{z}=0$ a pour ensemble de solutions :
  $\mathcal{S}=\{a+i{\cdot}b \mid a^2+b^2-1=0\}$
  qui dans le plan complexe est le cercle de centre O et de rayon 1.

Equations complexes

- Résolvons l'équation $3{\cdot}z+i-2=3$:

$3{\cdot}z+i-2=3$
$3{\cdot}z=3-i+2$
$3{\cdot}z=5-i$
$z=\dfrac{5-i}{3}$
$z=\dfrac{5}{3}-\dfrac{i}{3}$

- Résolvons l'équation : $z+i{\cdot}z=1+5{\cdot}i$

$$z+i{\cdot}z=1+5{\cdot}i$$

Notons $a+i{\cdot}b$ l'écriture algébrique de z :

$(a+i{\cdot}b)+i{\cdot}(a+i{\cdot}b)=1+5{\cdot}i$
$a+i{\cdot}b+i{\cdot}a+i^2{\cdot}b-1-5{\cdot}i=0$
$a+i{\cdot}b+i{\cdot}a-b-1-5{\cdot}i=0$
$(a-b-1)+i{\cdot}(a+b-5)=0$

Le nombre 0 admet pour écriture $0+0{\cdot}i$:

$(a-b-1)+i{\cdot}(a+b-5)=0+0{\cdot}i$

L'écriture algébrique d'un nombre complexe étant unique, il est nécessaire d'avoir les égalités des parties réelles et des parties imaginaires :

$$\begin{cases} a-b-1=0 \\ a+b-5=0 \end{cases}$$

En résolvant ce système, on obtient une unique solution $(3\,;2)$. Ainsi, l'équation admet pour solution le nombre complexe $3+2{\cdot}i$.

- Résolvons l'équation : $z+i=3+2{\cdot}\overline{z}$

Il existe deux réels a et b tel que le nombre complexe z admette l'écriture algébrique $z=a+i{\cdot}b$

Résolvons l'équation :

$z+i=3+2{\cdot}\overline{z}$
$(a+i{\cdot}b)+i=3+2{\cdot}\overline{a+i{\cdot}b}$
$a+i{\cdot}b+i=3+2{\cdot}(a-i{\cdot}b)$
$a+i{\cdot}b+i=3+2{\cdot}a-i{\cdot}2{\cdot}b$
$a+i{\cdot}b+i-3-2{\cdot}a+i{\cdot}2{\cdot}b=0$
$(a-3-2{\cdot}a)+i{\cdot}(b+1+2{\cdot}b)=0$
$(-a-3)+i{\cdot}(3{\cdot}b+1)=0$

De l'écriture du réel 0 :

$-a-3=0$	$3{\cdot}b+1=0$
$-a=3$	$3{\cdot}b=-1$
$a=-3$	$b=-\dfrac{1}{3}$

Ainsi, cette équation admet une unique solution $-3-i{\cdot}\dfrac{1}{3}$

- Résolvons l'équation : $i{\cdot}(z+\overline{z})=\overline{z}-z$

Notons $a+i{\cdot}b$ l'écriture algébrique du nombre z. On a :

$i{\cdot}(z+\overline{z})=\overline{z}-z$
$i\big[(a+i{\cdot}b)+\overline{a+i{\cdot}b}\big]=\overline{a+i{\cdot}b}-(a+i{\cdot}b)$
$i(a+i{\cdot}b+a-i{\cdot}b)=a-i{\cdot}b-a-i{\cdot}b$
$i{\cdot}a+i^2{\cdot}b+i{\cdot}a-i^2{\cdot}b=-2i{\cdot}b$
$2{\cdot}i{\cdot}a=-2i{\cdot}b$
$2{\cdot}i{\cdot}a+2i{\cdot}b=0$
$0+2{\cdot}i{\cdot}(a+b)=0+0{\cdot}i$

On en déduit l'équation :
$2{\cdot}(a+b)=0$

Un produit est nul, si et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul :

$a+b=0$
$b=-a$

Ainsi, l'ensemble des solutions est :
$\mathcal{S}=\{a-a{\cdot}i \mid a\in\mathbb{R}\}$
qui dans le plan complexe est représenté par la droite d'équation $y=-x$.

- L'équation $z+i{\cdot}\overline{z}=1$ a pour ensemble de solutions :
  $\mathcal{S}=\varnothing$

- L'équation $\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{\overline{z}}=0$ a pour ensemble de solutions :
  $\mathcal{S}=\{i{\cdot}b \mid b\in\mathbb{R}^*\}$
  qui dans le plan complexe est l'axe des imaginaires purs privée de O.

- L'équation $\overline{z}-\dfrac{1}{z}=0$ a pour ensemble de solutions :
  $\mathcal{S}=\{a+i{\cdot}b \mid a^2+b^2-1=0\}$
  qui dans le plan complexe est le cercle de centre O et de rayon 1.

Equations complexes

- Résolvons l'équation $3{\cdot}z+i-2=3$:

$$\begin{aligned} 3{\cdot}z+i-2&=3\\ 3{\cdot}z&=3-i+2\\ 3{\cdot}z&=5-i\\ z&=\frac{5-i}{3}\\ z&=\frac{5}{3}-\frac{i}{3} \end{aligned}$$

- Résolvons l'équation : $z+i{\cdot}z=1+5{\cdot}i$

$$z+i{\cdot}z=1+5{\cdot}i$$

Notons $a+i{\cdot}b$ l'écriture algébrique de z :

$$\begin{aligned} \big(a+i{\cdot}b\big)+i{\cdot}\big(a+i{\cdot}b\big)&=1+5{\cdot}i\\ a+i{\cdot}b+i{\cdot}a+i^2{\cdot}b-1-5{\cdot}i&=0\\ a+i{\cdot}b+i{\cdot}a-b-1-5{\cdot}i&=0\\ \big(a-b-1\big)+i{\cdot}\big(a+b-5\big)&=0 \end{aligned}$$

Le nombre 0 admet pour écriture $0+0{\cdot}i$:

$$\big(a-b-1\big)+i{\cdot}\big(a+b-5\big)=0+0{\cdot}i$$

L'écriture algébrique d'un nombre complexe étant unique, il est nécessaire d'avoir les égalités des parties réelles et des parties imaginaires :

$$\begin{cases} a-b-1=0\\ a+b-5=0 \end{cases}$$

En résolvant ce système, on obtient une unique solution $(3\,;2)$. Ainsi, l'équation admet pour solution le nombre complexe $3+2{\cdot}i$.

- Résolvons l'équation : $z+i=3+2{\cdot}\overline{z}$

Il existe deux réels a et b tel que le nombre complexe z admette l'écriture algébrique $z=a+i{\cdot}b$

Résolvons l'équation :

$$\begin{aligned} z+i&=3+2{\cdot}\overline{z}\\ \big(a+i{\cdot}b\big)+i&=3+2{\cdot}\overline{a+i{\cdot}b}\\ a+i{\cdot}b+i&=3+2{\cdot}\big(a-i{\cdot}b\big)\\ a+i{\cdot}b+i&=3+2{\cdot}a-i{\cdot}2{\cdot}b\\ a+i{\cdot}b+i-3-2{\cdot}a+i{\cdot}2{\cdot}b&=0\\ \big(a-3-2{\cdot}a\big)+i{\cdot}\big(b+1+2{\cdot}b\big)&=0\\ \big(-a-3\big)+i{\cdot}\big(3{\cdot}b+1\big)&=0 \end{aligned}$$

De l'écriture du réel 0 :

$$\begin{aligned} -a-3&=0\\ -a&=3\\ a&=-3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 3{\cdot}b+1&=0\\ 3{\cdot}b&=-1\\ b&=-\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Ainsi, cette équation admet une unique solution $-3-i{\cdot}\frac{1}{3}$

- Résolvons l'équation : $i{\cdot}\big(z+\overline{z}\big)=\overline{z}-z$

Notons $a+i{\cdot}b$ l'écriture algébrique du nombre z. On a :

$$\begin{aligned} i{\cdot}\big(z+\overline{z}\big)&=\overline{z}-z\\ i\big[\big(a+i{\cdot}b\big)+\overline{a+i{\cdot}b}\big]&=\overline{a+i{\cdot}b}-\big(a+i{\cdot}b\big)\\ i\big(a+i{\cdot}b+a-i{\cdot}b\big)&=a-i{\cdot}b-a-i{\cdot}b\\ i{\cdot}a+i^2{\cdot}b+i{\cdot}a-i^2{\cdot}b&=-2i{\cdot}b\\ 2{\cdot}i{\cdot}a&=-2i{\cdot}b\\ 2{\cdot}i{\cdot}a+2i{\cdot}b&=0\\ 0+2{\cdot}i{\cdot}\big(a+b\big)&=0+0{\cdot}i \end{aligned}$$

On en déduit l'équation :

$$2{\cdot}\big(a+b\big)=0$$

Un produit est nul, si et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul :

$$\begin{aligned} a+b&=0\\ b&=-a \end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est :

$$\mathcal{S}=\big\{a-a{\cdot}i\ \big|\ a\in\mathbb{R}\big\}$$

qui dans le plan complexe est représenté par la droite d'équation $y=-x$.

- L'équation $z+i{\cdot}\overline{z}=1$ a pour ensemble de solutions :

$$\mathcal{S}=\varnothing$$

- L'équation $\frac{1}{z}+\frac{1}{\overline{z}}=0$ a pour ensemble de solutions :

$$\mathcal{S}=\big\{i{\cdot}b\ \big|\ b\in\mathbb{R}^*\big\}$$

qui dans le plan complexe est l'axe des imaginaires purs privée de O.

- L'équation $\overline{z}-\frac{1}{z}=0$ a pour ensemble de solutions :

$$\mathcal{S}=\big\{a+i{\cdot}b\ \big|\ a^2+b^2-1=0\big\}$$

qui dans le plan complexe est le cercle de centre O et de rayon 1.

