On considère la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \longmapsto m \cdot x + p \qquad \text{où } m, p \in \mathbb{R}$$

Soit x_0 un nombre réel, on a les transformations algébriques suivantes :

$$\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \frac{m \cdot (x_0+h) + p - (m \cdot x_0 + p)}{h}$$

$$= \frac{m \cdot x_0 + m \cdot h + p - m \cdot x_0 - p}{h} = \frac{m \cdot h}{h}$$

$$= m$$

On en déduit la limite suivante :

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = m$$

Ainsi, en tout nombre une fonction affine admet pour nombre dérivé la valeur m de son coefficient directeur. Sa fonction dérivée est définie sur $\mathbb{R}$ et est constante :

$$f' : x \longmapsto m$$