On considère la fonction carré g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g : x \longmapsto x^2$$

Soit x_0 un nombre réel, on a les transformations algébriques suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{g(x_0+h)-g(x_0)}{h} &= \frac{(x_0+h)^2-{x_0}^2}{h} \\ &= \frac{{x_0}^2+2\cdot x_0\cdot h+h^2-{x_0}^2}{h} = \frac{2\cdot x_0\cdot h+h^2}{h} \\ &= 2\cdot x_0+h\end{aligned}$$

On en déduit la limite suivante :

$$\lim_{h\mapsto 0}\frac{g(x_0+h)-g(x_0)}{h} = \lim_{h\mapsto 0} 2\cdot x_0+h = 2\cdot x_0$$

Ainsi, pour tout nombre réel x_0, la fonction carré admet un nombre dérivé en x_0 égal à $2\cdot x_0$. La fonction dérivée de la fonction carré est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g' : x \longmapsto 2x$$