Remarque : *(Utilité de la forme factorisée)*

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2{\cdot}x^2 - 4{\cdot}x - 6$

On a $f(x) = 2{\cdot}(x-3)(x+1)$ et on en déduit :

- Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul. Les racines du polynômes sont :
$$x-3=0 \text{ ou } x+1=0 \quad\Longrightarrow\quad \mathcal{S}=\{-1\,;3\}$$
- Tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Remarque : *(Utilité de la forme canonique)*

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2{\cdot}x^2 - 4{\cdot}x - 6$

On a $f(x) = 2{\cdot}(x-1)^2 - 8$ et on en déduit :

- Un carré est toujours positif :
$$(x-1)^2 \geqslant 0 \quad\Longrightarrow\quad 2{\cdot}(x-1)^2 - 8 \geqslant -8$$
Le nombre -9 est un minorant de f sur $\mathbb{R}$.
Puisque $f(1) = -8$, le nombre -8 est le minimum de f.
- Soit $a, b \in \left]-\infty\ 1\right]$ tels que $a < b$:

$$a < b \leqslant 1$$
$$a-1 < b-1 \leqslant 0$$
$$(a-1)^2 > (b-1)^2 \geqslant 0 \quad ^{(*)}$$
$$2{\cdot}(a-1)^2 > 2{\cdot}(b-1)^2$$
$$2{\cdot}(a-1)^2 - 8 > 2{\cdot}(b-1)^2 - 8$$
$$f(a) > f(b)$$

f est décroissante sur $\left]-\infty\ 1\right]$ car deux nombres de cet intervalle et leurs images sont comparés dans le sens contraire.

$^{(*)}$ *la fonction carré est décroissante sur $\mathbb{R}_-$*