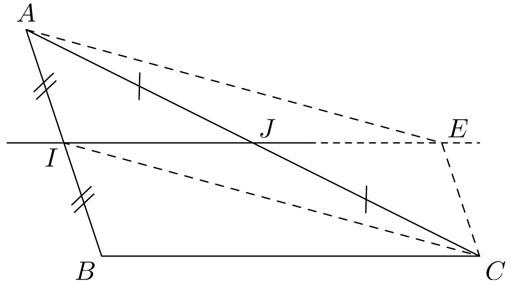
Démonstration du théorème des milieux

Théorème :

Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté.



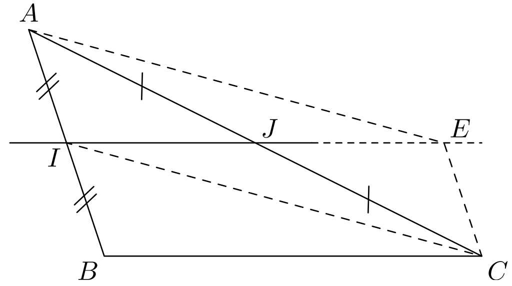
Soit un triangle ABC, I le milieux de $[AB]$, J le milieu de $[AC]$.
On note E le symétrique du point I par rapport au centre J.

Je sais ...	J'utilise ...	J'en déduis ...
E est le symétrique de I par rapport à J	Si deux points sont symétriques par rapport à un troisième alors le troisième est le milieu du segment d'extrémité les deux premiers points.	J milieu du segment $[IE]$
J milieu de $[AC]$. J milieu de $[IE]$	Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leurs milieux alors ce quadrilatère est un parallélogramme.	$AICE$ est un parallélogramme
$AICE$ est un parallélogramme. $[AI]$ et $[EC]$ sont deux côtés opposés	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont de même mesure.	$AI = EC$
I milieu de $[AB]$	Si un point est le milieu d'un segment alors il partage ce segment en deux parties de même longueur	$AI = IB$
$EC = IA$ et $IA = IB$		$EC = IB$
$AECB$ est un parallélogramme. $[AI]$ et $[EC]$ sont deux côtés opposés de ce parallélogramme.	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.	(AI) et (EC) sont parallèles.
$IB = EC$ $(IB) \parallel (EC)$	Si un quadrilatère a deux de ses côtés opposés parallèles et de même longueurs alors ce quadrilatère est un parallélogramme.	$IBCE$ est un parallélogramme.
$[IE]$ et $[BC]$ sont deux côtés opposés du parallélogramme $IECB$.	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles	$(IE) \parallel (BC)$. Par alignement des points I, J et E on déduit que : $(IJ) \parallel (BC)$

Démonstration du théorème des milieux

Théorème :

Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté.



Soit un triangle ABC, I le milieux de $[AB]$, J le milieu de $[AC]$.
On note E le symétrique du point I par rapport au centre J.

Je sais ...	J'utilise ...	J'en déduis ...
E est le symétrique de I par rapport à J	Si deux points sont symétriques par rapport à un troisième alors le troisième est le milieu du segment d'extrémité les deux premiers points.	J milieu du segment $[IE]$
J milieu de $[AC]$. J milieu de $[IE]$	Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leurs milieux alors ce quadrilatère est un parallélogramme.	$AICE$ est un parallélogramme
$AICE$ est un parallélogramme. $[AI]$ et $[EC]$ sont deux côtés opposés	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont de même mesure.	$AI = EC$
I milieu de $[AB]$	Si un point est le milieu d'un segment alors il partage ce segment en deux parties de même longueur	$AI = IB$
$EC = IA$ et $IA = IB$		$EC = IB$
$AECB$ est un parallélogramme. $[AI]$ et $[EC]$ sont deux côtés opposés de ce parallélogramme.	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.	(AI) et (EC) sont parallèles.
$IB = EC$ $(IB) \parallel (EC)$	Si un quadrilatère a deux de ses côtés opposés parallèles et de même longueurs alors ce quadrilatère est un parallélogramme.	$IBCE$ est un parallélogramme.
$[IE]$ et $[BC]$ sont deux côtés opposés du parallélogramme $IECB$.	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles	$(IE) \parallel (BC)$. Par alignement des points I, J et E on déduit que : $(IJ) \parallel (BC)$

Démonstration du théorème des milieux

Théorème :

Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté.

Exercice

1. Construire le point E, symétrique de I par rapport à J. Quelle est la nature de $AICE$? Le démontrer.
2. Démontrer que $AI = EC$.
3. Démontrer que (AI) et (EC) sont parallèles.
4. Quelle est la nature de IECB ? Le démontrer.
5. Démontrer que (IJ) et (BC) sont parallèles.

Conclusion : Que peut-on dire de la droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle ? *(Enoncer une nouvelle propriété)*

Correction

	Je sais ...	**J'utilise ...**	**J'en déduis ...**
1.	E est le symétrique de I par rapport à J	Si deux points sont symétriques par rapport à un troisième alors le troisième est le milieu du segment d'extrémité les deux premiers points.	J milieu du segment $[IE]$
	J milieu de $[AC]$. J milieu de $[IE]$	Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leurs milieux alors ce quadrilatère est un parallélogramme.	$AICE$ est un parallélogramme
2.	$AICE$ est un parallélogramme. $[AI]$ et $[EC]$ sont deux côtés opposés	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont de même mesure.	$AI = EC$
3.	I milieu de $[AB]$	Si un point est le milieu d'un segment alors il partage ce segment en deux parties de même longueur	$AI = IB$
	$EC = IA$ et $IA = IB$		$EC = IB$
	$AECB$ est un parallélogramme. $[AI]$ et $[EC]$ sont deux côtés opposés de ce parallélogramme.	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.	(AI) et (EC) sont parallèles.
4.	$IB = EC$ $(IB)/\!/(EC)$	Si un quadrilatère a deux de ses côtés opposés parallèles et de même longueurs alors ce quadrilatère est un parallélogramme.	$IBCE$ est un parallélogramme.
5.	$[IE]$ et $[BC]$ sont deux côtés opposés du parallélogramme $IECB$.	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles	$(IE)/\!/(BC)$. Par alignement des points I, J et E on déduit que : $(IJ)/\!/(BC)$

Démonstration du théorème des milieux

Théorème :

Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté.

Exercice

1. Construire le point E, symétrique de I par rapport à J. Quelle est la nature de $AICE$? Le démontrer.
2. Démontrer que $AI = EC$.
3. Démontrer que (AI) et (EC) sont parallèles.
4. Quelle est la nature de IECB ? Le démontrer.
5. Démontrer que (IJ) et (BC) sont parallèles.

Conclusion : Que peut-on dire de la droite qui passe par les milieux de deux côtés d'un triangle ? *(Enoncer une nouvelle propriété)*

Correction

	Je sais . . .	**J'utilise . . .**	**J'en déduis . . .**
1.	E est le symétrique de I par rapport à J	Si deux points sont symétriques par rapport à un troisième alors le troisième est le milieu du segment d'extrémité les deux premiers points.	
	J milieu de $[AC]$. J milieu de $[IE]$		$AICE$ est un parallélogramme
2.	$AICE$ est un parallélogramme. $[AI]$ et $[EC]$ sont deux côtés opposés	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont de même mesure.	
3.		Si un point est le milieu d'un segment alors il partage ce segment en deux parties de même longueur	$AI = IB$
	$EC = IA$ et $IA = IB$		$EC = IB$
	$AECB$ est un parallélogramme. $[AI]$ et $[EC]$ sont deux côtés opposés de ce parallélogramme.	Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont paralléles.	
4.	$IB = EC$ $(IB) /\!/ (EC)$		$IBCE$ est un parallélogramme.
5.		Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles	$(IE) /\!/ (BC)$. Par alignement des points I, J et E on déduit que : $(IJ) /\!/ (BC)$