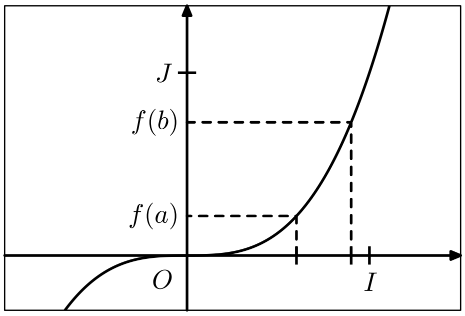
La fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$



- Soit a et b deux nombres appartenant à $\mathbb{R}_-$ vérifiant $a<b$.

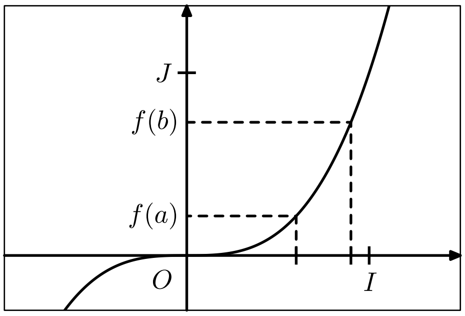
> Développons le produit :
> $\big(a-b\big)\cdot\big(a^2+a\cdot b+b^2\big)$
> $$= a^3+a^2\cdot b+a\cdot b^2-a^2\cdot b-a\cdot b^2-b^3 = a^3-b^3$$
> On remarque :
>
> - Puisque $a<b$, on en déduit que $a-b$ est négatif.
> - a et b étant de même signe, le produit $a\cdot b$ est positif.
>
> Le facteur $a-b$ est négatif et le facteur $a^2+a\cdot b+b^2$ est positif.
> On en déduit :
> $$\big(a-b\big)\cdot\big(a^2+a\cdot b+b^2\big) < 0$$
> $$a^3-b^3 < 0$$
> $$a^3 < b^3$$

La fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}_-$

- Un même raisonnement pour l'étude sur $\mathbb{R}_+$
- Si a et b sont de signes distincts avec $a<b$, alors a est négatif et b est positif. Il en est de même de leur cube :
  $a<b \quad \Longrightarrow a^3<b^3$

On en déduit que la fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

La fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$



- Soit a et b deux nombres appartenant à $\mathbb{R}_-$ vérifiant $a<b$.

> Développons le produit :
> $\big(a-b\big)\cdot\big(a^2+a\cdot b+b^2\big)$
> $$= a^3+a^2\cdot b+a\cdot b^2-a^2\cdot b-a\cdot b^2-b^3 = a^3-b^3$$
> On remarque :
>
> - Puisque $a<b$, on en déduit que $a-b$ est négatif.
> - a et b étant de même signe, le produit $a\cdot b$ est positif.
>
> Le facteur $a-b$ est négatif et le facteur $a^2+a\cdot b+b^2$ est positif.
> On en déduit :
> $$\big(a-b\big)\cdot\big(a^2+a\cdot b+b^2\big) < 0$$
> $$a^3-b^3 < 0$$
> $$a^3 < b^3$$

La fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}_-$

- Un même raisonnement pour l'étude sur $\mathbb{R}_+$
- Si a et b sont de signes distincts avec $a<b$, alors a est négatif et b est positif. Il en est de même de leur cube :
  $a<b \quad \Longrightarrow a^3<b^3$

On en déduit que la fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.