Problèmes de géométrie (4e)

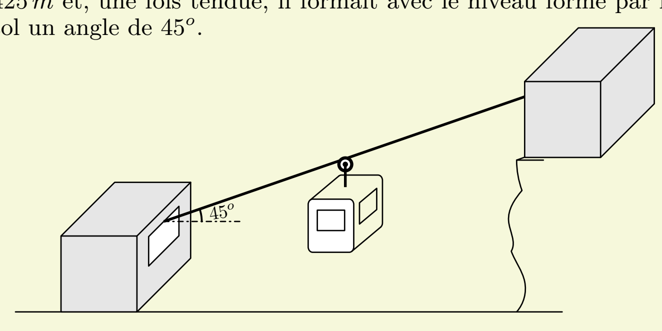
Ces problèmes sont assez compliqués de par leur forme "*ouverte*". Il peut être intéressant de les traiter en fin d'année afin de mobiliser chez les élèves les acquis.

A. Trigonométrie:

Ce problème fait intervenir le théorème de Pythagore et les relations trigonométriques dans le triangle rectangle

Exercice 1

Une ville s'étend sur la plaine et sur le haut de la falaise qui la surplombe. Pour faciliter les déplacements dans la ville, un téléphérique a été construit en 1962. Le cable utilisé mesurait $425\,m$ et, une fois tendue, il formait avec le niveau formé par le sol un angle de 45^o.



Pour des raisons de sécurité, la station du téléphérique située sur la falaise doit être reculée de $60\,m$. Quelle sera la nouvelle longueur, arrondie au mètre près, du cable reliant les deux stations de ce périphérique?

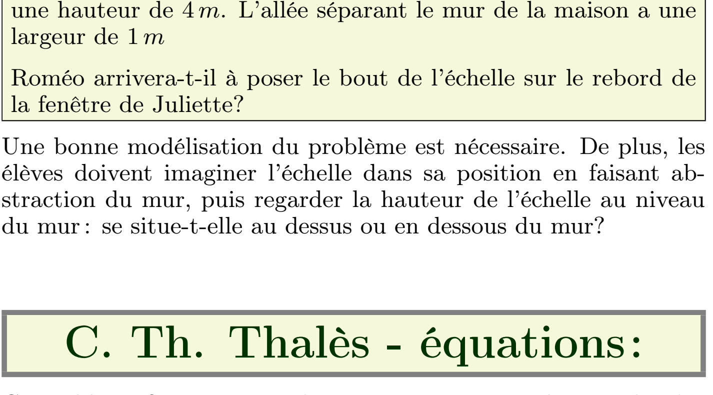
Malgré une faible difficulté technique, il nécessite une bonne modélisation du problème et d'une démarche correcte de la part de l'élève

B. Théorème de Thalès:

Ce problème mobilise le théorème de Pythagore pour déterminer la distance du pied de l'échelle de la maison et le théorème de Thalès permet ensuite de déterminer la hauteur maximale passant sous l'échelle au niveau du mur.

Exercice 2

Un soir de pleine lune, Roméo souhaite rendre visite à Juliette. Il possède une échelle de $10\,m$ de longueur.



Le rebord de la fenêtre est à une hauteur $4{,}8\,m$ mais un mur se trouve entre lui et la maison : ce mur a une épaisseur de $50\,cm$, une hauteur de $4\,m$. L'allée séparant le mur de la maison a une largeur de $1\,m$

Roméo arrivera-t-il à poser le bout de l'échelle sur le rebord de la fenêtre de Juliette?

Une bonne modélisation du problème est nécessaire. De plus, les élèves doivent imaginer l'échelle dans sa position en faisant abstraction du mur, puis regarder la hauteur de l'échelle au niveau du mur : se situe-t-elle au dessus ou en dessous du mur?

C. Th. Thalès - équations:

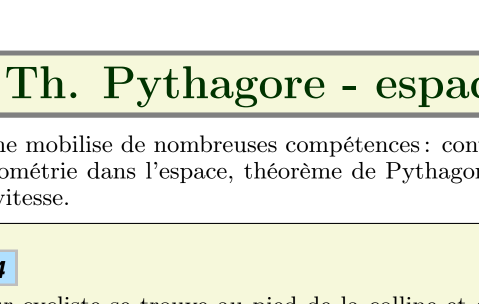
Ce problème fait intervenir la mesure inconnue x du côté du plus grand cube rentrant dans le débarras qui apparaîtra deux fois dans l'égalité des rapports obtenue par le théorème de Thalès : un produit en croix est nécessaire pour se ramener à une équation du premier degré.

Exercice 3

Sous un escalier, se trouve un débarras dont la forme est un prisme droit ayant pour base un triangle rectangle. Ses dimensions sont :

Longueur : $7\,m$ **Hauteur :** $3\,m$ **Profondeur :** $2\,m$

On souhaite placer le plus grand cube possible dans ce débarras. Le schéma ci-dessous est donné en guise d'exemple :



Quelle est le volume du plus grand cube pouvant être placé dans ce débarras?

La modélisation de ce problème est assez dure : les élèves doivent se rendre compte que le cube le plus grand a une de ses arrêtes qui doit toucher le haut du débarras : une configuration de Thalès apparaît alors dans le pla formé par la face de devant du débarras.

D. Th. Pythagore - espace:

Ce problème mobilise de nombreuses compétences : conversion de mesure, géométrie dans l'espace, théorème de Pythagore, utilisation de la vitesse.

Exercice 4

Un coureur cycliste se trouve au pied de la colline et au milieu d'une de ses faces et souhaite rejoindre le milieu de l'autre face. Deux choix s'offrent à lui : soit il fait le tour de la colline, soit il passe par le sommet de la colline.

Ce cycliste roule à $41\,{}^{km}\!/_{h}$ sur une route plate, à $25\,{}^{km}\!/_{h}$ sur une route en côte, $55\,{}^{km}\!/_{h}$ en descente.

Pour faciliter sa prise de décision, on modélise la colline par une pyramide régulière à base carré de côté $2\,km$ dont la hauteur est de $225\,m$.

Aidez-le à choisir le chemin le plus rapide.

D'un niveau difficile, ce problème peut se dérouler sur plusieurs séances avec une aide de l'enseignant lors du travail en groupe : notamment, sur la mesure du chemin passant par le haut de la colline.