Prise de note - part. 1

Exercice 1

Pour chaque démonstration, recopier dans la colonne gauche 1 seule indication permettant de reconstruire la démonstration. Découper la colonne de gauche et la donner à son voisin pour qu'il reconstitue la démonstration.

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par : $f\colon x\longmapsto m\cdot x+p$ où $m,p\in\mathbb{R}$ On a les transformations algébriques : $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\dfrac{m\cdot(x_0+h)+p-(m\cdot x_0+p)}{h}$ $=\dfrac{m\cdot x_0+m\cdot h+p-m\cdot x_0-p}{h}=\dfrac{m\cdot h}{h}=m$ On en déduit que pour tout $x_0\in\mathbb{R}$, on a : $\lim\limits_{h\mapsto0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=\lim\limits_{h\mapsto0}m=m$ La fonction f admet pour dérivée la fonction f' dont l'expression est : $f'\colon x\longmapsto m$	Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par : $f\colon x\longmapsto m\cdot x+p$ où $m,p\in\mathbb{R}$ La fonction f admet pour dérivée la fonction f' dont l'expression est : $f'\colon x\longmapsto m$
Soit g la fonction carré définie sur $\mathbb{R}$ par : $g\colon x\longmapsto x^2$ On a les transformations algébriques : $\dfrac{g(x_0+h)-g(x_0)}{h}=\dfrac{(x_0+h)^2-{x_0}^2}{h}$ $=\dfrac{{x_0}^2+2\cdot x_0\cdot h+h^2-{x_0}^2}{h}=\dfrac{2\cdot x_0\cdot h+h^2}{h}$ $=2\cdot x_0+h$ On en déduit pour tout $x_0\in\mathbb{R}$ la limite : $\lim\limits_{h\mapsto0}\dfrac{g(x_0+h)-g(x_0)}{h}=\lim\limits_{h\mapsto0}2\cdot x_0+h=2\cdot x_0$ La fonction g admet pour dérivée la fonction g' dont l'expression : $g'\colon x\longmapsto 2\cdot x$	Soit g la fonction carré définie sur $\mathbb{R}$ par : $g\colon x\longmapsto x^2$ La fonction g admet pour dérivée la fonction g' dont l'expression : $g'\colon x\longmapsto 2\cdot x$
Soit k la fonction inverse dont l'image d'un nombre $x\in\mathbb{R}^*$ est définie par : $k\colon x\longmapsto\dfrac{1}{x}$ On a les transformations algébriques : $\dfrac{k(x_0+h)-k(x_0)}{h}=\dfrac{\dfrac{1}{x_0+h}-\dfrac{1}{x_0}}{h}$ $=\dfrac{\dfrac{x_0}{(x_0+h)\cdot x_0}-\dfrac{x_0+h}{x_0\cdot(x_0+h)}}{h}=\dfrac{\dfrac{x_0-(x_0+h)}{(x_0+h)\cdot x_0}}{h}$ $=\dfrac{\dfrac{-h}{(x_0+h)\cdot x_0}}{h}=\dfrac{-h}{x_0^2+h\cdot x_0}\times\dfrac{1}{h}=\dfrac{-1}{x_0^2+h\cdot x_0}$ On en déduit pour $x_0\in\mathbb{R}_*$ la limite : $\lim\limits_{h\mapsto0}\dfrac{k(x_0+h)-k(x_0)}{h}=\lim\limits_{h\mapsto0}\dfrac{-1}{x_0^2+h\cdot x_0}=-\dfrac{1}{{x_0}^2}$ La fonction k admet pour dérivée la fonction k' dont l'expression est : $k'\colon x\longmapsto-\dfrac{1}{x^2}$	Soit k la fonction inverse dont l'image d'un nombre $x\in\mathbb{R}^*$ est définie par : $k\colon x\longmapsto\dfrac{1}{x}$ La fonction k admet pour dérivée la fonction k' dont l'expression est : $k'\colon x\longmapsto-\dfrac{1}{x^2}$

Exercice 2

Ci-dessous est présentée une prise de note d'une démonstration. Rédiger entièrement la démonstration associée :

Soit ℓ la fonction racine carrée dont l'image d'un nombre $x\in\mathbb{R}_+^*$ est définie par : $\ell\colon x\longmapsto\sqrt{x}$ *[...]* La fonction ℓ admet pour dérivée la fonction ℓ' dont l'expression est : $\ell'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	Pour simplifier le quotient $\dfrac{\ell(x_0+h)-\ell(x_0)}{h}$, on multiplie le numérateur et le dénominateur par $\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0}$ On en déduit : $\ell(x)=\sqrt{x}\implies\ell'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$