

**Proposition :**

- La fonction carré est décroissante sur  $] -\infty ; 0 ]$
- La fonction carré est croissante sur  $[ 0 ; +\infty [$

**Preuve :**

- Soit  $a$  et  $b$  deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_-$  vérifiant  $a < b$ .

Etudions la différence :  $f(a) - f(b)$ .

$$f(a) - f(b) = a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Etudions le signe de ces deux facteurs :

⇒  $a$  et  $b$  sont deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_-$  :  $a + b$  est négatif.

⇒ De la comparaison  $a < b$ , on obtient :  $a - b < 0$

On en déduit que le signe du produit :

$$(a + b)(a - b) > 0 \implies f(a) - f(b) > 0 \\ \implies f(a) > f(b)$$

Deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_-$  et leurs images par la fonction carré sont comparées dans l'ordre contraire : on vient d'établir la décroissance de la fonction carré sur  $\mathbb{R}_-$ .

- Soit  $a$  et  $b$  deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_+$  vérifiant  $a < b$ .

Etudions la différence :  $f(a) - f(b)$ .

$$f(a) - f(b) = a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Etudions le signe de ces deux facteurs :

⇒  $a$  et  $b$  sont deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_+$  :  $a + b$  est positif.

⇒ De la comparaison  $a < b$ , on obtient :  $a - b < 0$

On en déduit que le signe du produit :

$$(a + b)(a - b) < 0 \implies f(a) - f(b) < 0 \\ \implies f(a) < f(b)$$

Deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_+$  et leurs images par la fonction carré sont comparées dans le même ordre : on vient d'établir la croissance de la fonction carré sur  $\mathbb{R}_+$ .

**Remarque :**

On peut traduire cette propriété par :

- Deux nombres négatifs et leur carré sont comparés dans l'ordre contraire.
- Deux nombres positifs et leur carré sont comparés dans le même ordre.

**Proposition :**

- La fonction carré est décroissante sur  $] -\infty ; 0 ]$
- La fonction carré est croissante sur  $[ 0 ; +\infty [$

**Preuve :**

- Soit  $a$  et  $b$  deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_-$  vérifiant  $a < b$ .

Etudions la différence :  $f(a) - f(b)$ .

$$f(a) - f(b) = a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Etudions le signe de ces deux facteurs :

⇒  $a$  et  $b$  sont deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_-$  :  $a + b$  est négatif.

⇒ De la comparaison  $a < b$ , on obtient :  $a - b < 0$

On en déduit que le signe du produit :

$$(a + b)(a - b) > 0 \implies f(a) - f(b) > 0 \\ \implies f(a) > f(b)$$

Deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_-$  et leurs images par la fonction carré sont comparées dans l'ordre contraire : on vient d'établir la décroissance de la fonction carré sur  $\mathbb{R}_-$ .

- Soit  $a$  et  $b$  deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_+$  vérifiant  $a < b$ .

Etudions la différence :  $f(a) - f(b)$ .

$$f(a) - f(b) = a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Etudions le signe de ces deux facteurs :

⇒  $a$  et  $b$  sont deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_+$  :  $a + b$  est positif.

⇒ De la comparaison  $a < b$ , on obtient :  $a - b < 0$

On en déduit que le signe du produit :

$$(a + b)(a - b) < 0 \implies f(a) - f(b) < 0 \\ \implies f(a) < f(b)$$

Deux nombres appartenant à  $\mathbb{R}_+$  et leurs images par la fonction carré sont comparées dans le même ordre : on vient d'établir la croissance de la fonction carré sur  $\mathbb{R}_+$ .

**Remarque :**

On peut traduire cette propriété par :

- Deux nombres négatifs et leur carré sont comparés dans l'ordre contraire.
- Deux nombres positifs et leur carré sont comparés dans le même ordre.