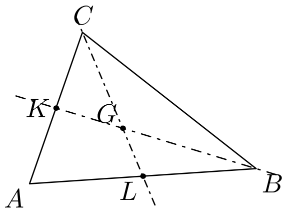
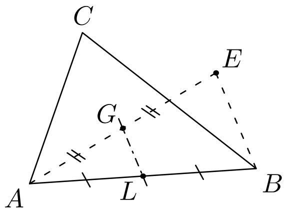
Proposition :

Dans tout triangle, les médianes issues des trois sommets sont concourantes en un même point.

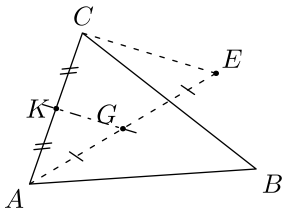
- Considérons un triangle ABC quelconque et ses deux médianes issues des somets C et B.
  Notons G le point d'intersection des deux médianes issues des sommets C et B.



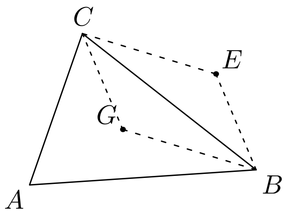
- On note E le symétrique du point A par rapport au point G.
  G est le milieu de $[AE]$ et L est le milieu de $[AB]$.
  D'après le théorème des milieux, la droite (GL) est paralléle à la droite (EB)
  On en déduit $(CG)/\!\!/(EB)$



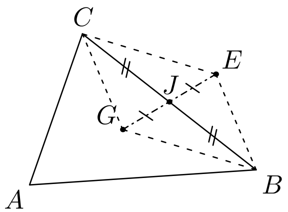
- K est le milieu du segment $[AC]$ et G est le milieu du segment $[AE]$.
  D'après le théorème des milieux, la droite (KG) est parallèle à la droite (CE).
  On en déduit $(CE)/\!\!/(GB)$



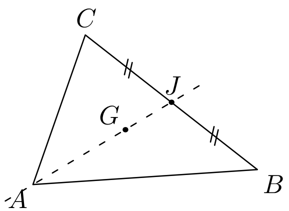
- Les droites (CE) et (GB) sont parallèles entre elles.
  Les droites (CG) et (EB) sont parallèles entre elles.
  Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles entre eux alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
  Le quadrilatère $CEBG$ est un parallélogramme.



- Le quadrilatère $CEBG$ est un parallélogramme.
  Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leurs milieux.
  Notons J l'intersection des diagonales du parallélogramme $CEBG$.
  J est le milieu de $[BC]$.



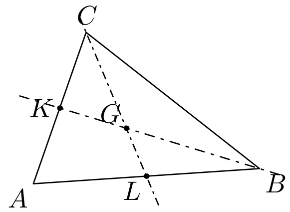
- La droite (AG) intercepte le côté $[BC]$ en J : la droite (AG) est la médiane du triangle ABC issue de A.
  On en déduit que les trois médianes sont concourantes en un même point.



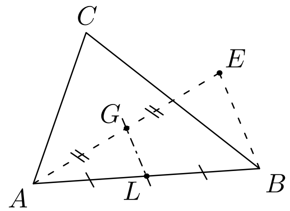
Proposition :

Dans tout triangle, les médianes issues des trois sommets sont concourantes en un même point.

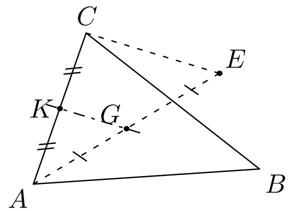
- Considérons un triangle ABC quelconque et ses deux médianes issues des somets C et B.
  Notons G le point d'intersection des deux médianes issues des sommets C et B.



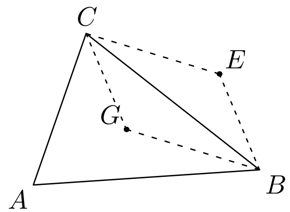
- On note E le symétrique du point A par rapport au point G.
  G est le milieu de $[AE]$ et L est le milieu de $[AB]$.
  D'après le théorème des milieux, la droite (GL) est paralléle à la droite (EB)
  On en déduit $(CG)/\!\!/(EB)$



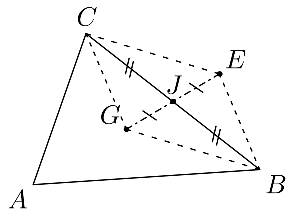
- K est le milieu du segment $[AC]$ et G est le milieu du segment $[AE]$.
  D'après le théorème des milieux, la droite (KG) est parallèle à la droite (CE).
  On en déduit $(CE)/\!\!/(GB)$



- Les droites (CE) et (GB) sont parallèles entre elles.
  Les droites (CG) et (EB) sont parallèles entre elles.
  Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles entre eux alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
  Le quadrilatère $CEBG$ est un parallélogramme.



- Le quadrilatère $CEBG$ est un parallélogramme.
  Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leurs milieux.
  Notons J l'intersection des diagonales du parallélogramme $CEBG$.
  J est le milieu de $[BC]$.



- La droite (AG) intercepte le côté $[BC]$ en J : la droite (AG) est la médiane du triangle ABC issue de A.
  On en déduit que les trois médianes sont concourantes en un même point.