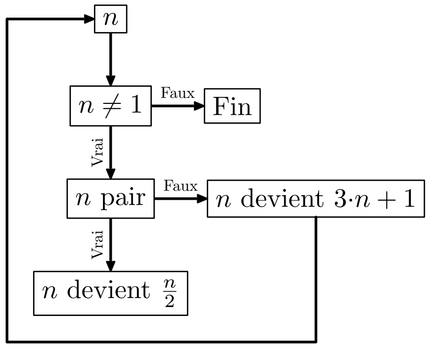
A tout entier naturel $(n \geqslant 1)$, on applique l'algorithme suivant :

Si $n=1$, le processus s'arrête, sinon :

- si n est pair, on le transforme en $\dfrac{n}{2}$;
- si n est impair, on le transforme en $3{\cdot}n+1$.

On note à nouveau n le résultat obtenu et on ré-applique l'algorithme à ce n.



Lorsque, pour l'entier n, l'algorithme aboutit à 1, on appelle "*suite de Syracuse associée à n*" la suite *(finie)* des entiers rencontrés pour passer de n à 1.

On note $\mathscr{L}(n)$ le nombre d'entiers de cette suite finie. $\mathscr{L}(n)$ est la longueur de la suite de Syracuse associée à n.

Exemple : pour $n=5$ *on obtient successivement les nombres* 5-16-8-4-2-1 *et donc* $\mathscr{L}(5)=6$.

1. a. A l'aide d'un tableur, appliquer cet algorithme aux entiers compris entre 1 et 10.

   b. Compléter alors la feuille de calcul en donnant les suites de Syracuse des 100 premiers entiers.

   c. Préciser les valeurs de $\mathscr{L}(26)$ et $\mathscr{L}(27)$.

2. Etude de quelques résultats particuliers relatifs aux longueurs des suites $\mathscr{L}(n)$ pour n entier naturel.

   a. Quelle est la longueur des suites de Syracuse associés aux nombres de la forme 2^p pour p entier naturel non nul ?

   b. Que remarque-t-on quant aux suites de Syracuse associées aux nombres de la forme :
   $8{\cdot}k+4$ et $8{\cdot}k+5$ pour $k \in \mathbb{N}^*$.

   c. Démontrer la conjecture émise en 2. b. .

3. Démontrer que si le reste de la division euclidienne de n par 4 est 0, 1 ou 2 alors l'algorithme amène nécessairement, au bout d'un certain nombre d'étapes, à un entier strictement inférieur à n.

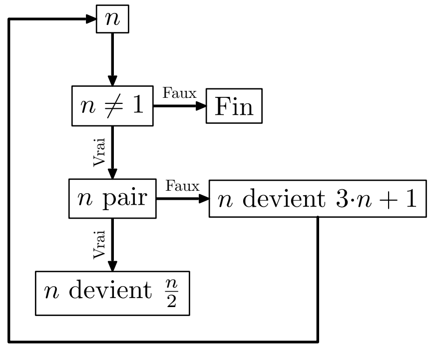
La conjecture de Syracuse affirme que pour tout entier non nul n, le processus aboutit à 1. La longueur de la suite quant à elle n'est pas prévisible, à l'heure actuelle, en toute généralité.

A tout entier naturel $(n \geqslant 1)$, on applique l'algorithme suivant :

Si $n=1$, le processus s'arrête, sinon :

- si n est pair, on le transforme en $\dfrac{n}{2}$;
- si n est impair, on le transforme en $3{\cdot}n+1$.

On note à nouveau n le résultat obtenu et on ré-applique l'algorithme à ce n.



Lorsque, pour l'entier n, l'algorithme aboutit à 1, on appelle "*suite de Syracuse associée à n*" la suite *(finie)* des entiers rencontrés pour passer de n à 1.

On note $\mathscr{L}(n)$ le nombre d'entiers de cette suite finie. $\mathscr{L}(n)$ est la longueur de la suite de Syracuse associée à n.

Exemple : pour $n=5$ *on obtient successivement les nombres* 5-16-8-4-2-1 *et donc* $\mathscr{L}(5)=6$.

1. a. A l'aide d'un tableur, appliquer cet algorithme aux entiers compris entre 1 et 10.

   b. Compléter alors la feuille de calcul en donnant les suites de Syracuse des 100 premiers entiers.

   c. Préciser les valeurs de $\mathscr{L}(26)$ et $\mathscr{L}(27)$.

2. Etude de quelques résultats particuliers relatifs aux longueurs des suites $\mathscr{L}(n)$ pour n entier naturel.

   a. Quelle est la longueur des suites de Syracuse associés aux nombres de la forme 2^p pour p entier naturel non nul ?

   b. Que remarque-t-on quant aux suites de Syracuse associées aux nombres de la forme :
   $8{\cdot}k+4$ et $8{\cdot}k+5$ pour $k \in \mathbb{N}^*$.

   c. Démontrer la conjecture émise en 2. b. .

3. Démontrer que si le reste de la division euclidienne de n par 4 est 0, 1 ou 2 alors l'algorithme amène nécessairement, au bout d'un certain nombre d'étapes, à un entier strictement inférieur à n.

La conjecture de Syracuse affirme que pour tout entier non nul n, le processus aboutit à 1. La longueur de la suite quant à elle n'est pas prévisible, à l'heure actuelle, en toute généralité.