Exercice

On considère la suite (I_n), pour $n \geqslant 2$, dont le terme de rang n est défini par :

$$I_n = \int_0^1 \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \mathrm{d}x$$

Le but de l'exercice est de déterminer si cette suite admet une limite et dans ce cas d'obtenir sa valeur.

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, on note f_n la fonction définie sur $[0\,;1]$ par la relation :

$$f_n(x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

On note $\mathscr{C}_n$ la courbe représentative associé à la fonction f_n.

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :
   - Définir une valeur numérique n variant à l'aide d'un curseur.
   - Effectuer le tracé de la fonction f_n.
   - Faire varier la valeur de n de 2 à 40.

   Au vu des variations des courbes $\mathscr{C}_n$, faire une conjecture sur la convergence ou non de la suite (I_n).

2. A l'aide d'un logiciel de calcul formel, déterminer les quarante premiers termes de la suite (I_n).
   Faire une conjecture sur la valeur approchée de la limite de la suite (I_n).

3. a. Pour tout entier n, $n \geqslant 2$, déterminer une primitive de la suite (I_n). En déduire la valeur du terme I_n.

   b. Etablir l'égalité suivante : $\displaystyle\lim_{x \mapsto 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

   c. En déduire la valeur de la limite de la suite (I_n).

Exercice

On considère la suite (I_n), pour $n \geqslant 2$, dont le terme de rang n est défini par :

$$I_n = \int_0^1 \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \mathrm{d}x$$

Le but de l'exercice est de déterminer si cette suite admet une limite et dans ce cas d'obtenir sa valeur.

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, on note f_n la fonction définie sur $[0\,;1]$ par la relation :

$$f_n(x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

On note $\mathscr{C}_n$ la courbe représentative associé à la fonction f_n.

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :
   - Définir une valeur numérique n variant à l'aide d'un curseur.
   - Effectuer le tracé de la fonction f_n.
   - Faire varier la valeur de n de 2 à 40.

   Au vu des variations des courbes $\mathscr{C}_n$, faire une conjecture sur la convergence ou non de la suite (I_n).

2. A l'aide d'un logiciel de calcul formel, déterminer les quarante premiers termes de la suite (I_n).
   Faire une conjecture sur la valeur approchée de la limite de la suite (I_n).

3. a. Pour tout entier n, $n \geqslant 2$, déterminer une primitive de la suite (I_n). En déduire la valeur du terme I_n.

   b. Etablir l'égalité suivante : $\displaystyle\lim_{x \mapsto 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

   c. En déduire la valeur de la limite de la suite (I_n).

Exercice

On considère la suite (I_n), pour $n \geqslant 2$, dont le terme de rang n est défini par :

$$I_n = \int_0^1 \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \mathrm{d}x$$

Le but de l'exercice est de déterminer si cette suite admet une limite et dans ce cas d'obtenir sa valeur.

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, on note f_n la fonction définie sur $[0\,;1]$ par la relation :

$$f_n(x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

On note $\mathscr{C}_n$ la courbe représentative associé à la fonction f_n.

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :
   - Définir une valeur numérique n variant à l'aide d'un curseur.
   - Effectuer le tracé de la fonction f_n.
   - Faire varier la valeur de n de 2 à 40.

   Au vu des variations des courbes $\mathscr{C}_n$, faire une conjecture sur la convergence ou non de la suite (I_n).

2. A l'aide d'un logiciel de calcul formel, déterminer les quarante premiers termes de la suite (I_n).
   Faire une conjecture sur la valeur approchée de la limite de la suite (I_n).

3. a. Pour tout entier n, $n \geqslant 2$, déterminer une primitive de la suite (I_n). En déduire la valeur du terme I_n.

   b. Etablir l'égalité suivante : $\displaystyle\lim_{x \mapsto 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

   c. En déduire la valeur de la limite de la suite (I_n).