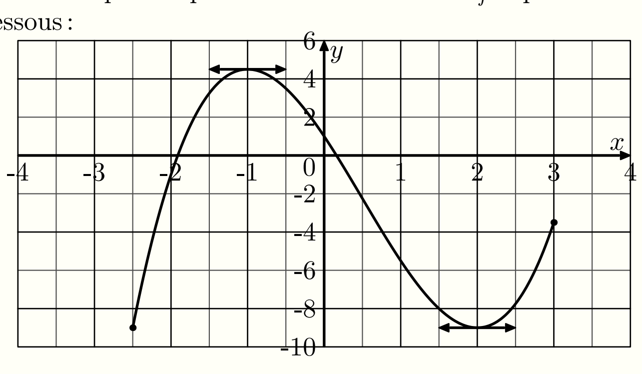
Exemple :

On considère la fonction f définie sur $\big[-2{,}5\,;3\big]$ par :

$$f(x)=x^3-\frac{3}{2}\cdot x^2-6\cdot x+1$$

qui admet pour représentation la courbe $\mathscr{C}_f$ représentée ci-dessous :



On admet que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet des tangentes horizontales aux points d'abscisses -2 et 1.

La fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression :

$$f'(x)=3\cdot x^2-\frac{3}{2}\cdot\big(2x\big)-6\times1+0=3\cdot x^2-3\cdot x-6$$

La fonction f' est une fonction du second degré dont le discriminant a pour valeur :

$$\Delta=b^2-4\cdot a\cdot c=(-3)^2-4\times3\times(-6)=9+72=81$$

On a la simplification : $\sqrt{\Delta}=\sqrt{81}=9$

Le discriminant étant strictement positif, la fonction f' s'annule pour :

$$\begin{aligned}x_1&=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}\\&=\frac{-(-3)-9}{2\times3}\\&=\frac{3-9}{6}\\&=\frac{-6}{6}\\&=-1\end{aligned}\qquad\Bigg|\qquad\begin{aligned}x_1&=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}\\&=\frac{-(-3)+9}{2\times3}\\&=\frac{3+9}{6}\\&=\frac{12}{6}\\&=2\end{aligned}$$

Le coefficient du terme du second degré étant strictement positif, on en déduit le tableau de signe de la fonction f' sur $\big[-2{,}5\,;3\big]$:

x	$-2{,}5$		-1		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit :

- sur $\big[-2{,}5\,;-1\big]$ et sur $\big[2\,;3\big]$, la fonction f est croissante.
- sur $\big[-1\,;2\big]$, la fonction f est décroissante.