

1. c. Le nuage de points représentés par les points de coordonnées  $(n; u_n)$  ressemblent à la branche d'une hyperbole.

2. b. Il semble que la suite  $(v_n)$  définie par :

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1}$$

soient la suite arithmétique de raison  $-1$  et de premier terme  $-1$ .

Ainsi, la suite  $(v_n)$  admet l'expression explicite :

$$v_n = -1 - n.$$

3. a. On a l'expression suivante du terme  $v_{n+1}$  :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \frac{1}{u_{n+1} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{2 - u_n} - 1} = \frac{1}{\frac{1 - (2 - u_n)}{2 - u_n}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1 + u_n}{2 - u_n}} = \frac{2 - u_n}{-1 + u_n} = \frac{2 - u_n}{u_n - 1} = \frac{1 - (u_n - 1)}{u_n - 1} \\ &= \frac{1}{u_n - 1} - \frac{u_n - 1}{u_n - 1} = v_n - 1 \end{aligned}$$

On en déduit que la suite  $(v_n)$  est une suite arithmétique de raison  $-1$  et dont le premier terme a pour valeur :

$$v_0 = \frac{1}{u_0 - 1} = \frac{1}{0 - 1} = -1$$

Ainsi, la suite  $(v_n)$  a son terme de rang  $n$  qui admet l'écriture :

$$v_n = -1 - n.$$

b. On en déduit l'expression de la suite  $(u_n)$  :

$$\begin{aligned} v_n &= \frac{1}{u_n - 1} \\ -1 - n &= \frac{1}{u_n - 1} \end{aligned}$$

D'après le produit en croix :

$$\begin{aligned} (-1 - n) \cdot (u_n - 1) &= 1 \\ -u_n + 1 - n \cdot u_n + n &= 1 \\ u_n \cdot (-1 - n) &= 1 - 1 - n \\ -u_n \cdot (1 + n) &= -n \\ u_n &= \frac{n}{1 + n} \end{aligned}$$

1. c. Le nuage de points représentés par les points de coordonnées  $(n; u_n)$  ressemblent à la branche d'une hyperbole.

2. b. Il semble que la suite  $(v_n)$  définie par :

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1}$$

soient la suite arithmétique de raison  $-1$  et de premier terme  $-1$ .

Ainsi, la suite  $(v_n)$  admet l'expression explicite :

$$v_n = -1 - n.$$

3. a. On a l'expression suivante du terme  $v_{n+1}$  :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \frac{1}{u_{n+1} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{2 - u_n} - 1} = \frac{1}{\frac{1 - (2 - u_n)}{2 - u_n}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1 + u_n}{2 - u_n}} = \frac{2 - u_n}{-1 + u_n} = \frac{2 - u_n}{u_n - 1} = \frac{1 - (u_n - 1)}{u_n - 1} \\ &= \frac{1}{u_n - 1} - \frac{u_n - 1}{u_n - 1} = v_n - 1 \end{aligned}$$

On en déduit que la suite  $(v_n)$  est une suite arithmétique de raison  $-1$  et dont le premier terme a pour valeur :

$$v_0 = \frac{1}{u_0 - 1} = \frac{1}{0 - 1} = -1$$

Ainsi, la suite  $(v_n)$  a son terme de rang  $n$  qui admet l'écriture :

$$v_n = -1 - n.$$

b. On en déduit l'expression de la suite  $(u_n)$  :

$$\begin{aligned} v_n &= \frac{1}{u_n - 1} \\ -1 - n &= \frac{1}{u_n - 1} \end{aligned}$$

D'après le produit en croix :

$$\begin{aligned} (-1 - n) \cdot (u_n - 1) &= 1 \\ -u_n + 1 - n \cdot u_n + n &= 1 \\ u_n \cdot (-1 - n) &= 1 - 1 - n \\ -u_n \cdot (1 + n) &= -n \\ u_n &= \frac{n}{1 + n} \end{aligned}$$

1. c. Le nuage de points représentés par les points de coordonnées  $(n; u_n)$  ressemblent à la branche d'une hyperbole.

2. b. Il semble que la suite  $(v_n)$  définie par :

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1}$$

soient la suite arithmétique de raison  $-1$  et de premier terme  $-1$ .

Ainsi, la suite  $(v_n)$  admet l'expression explicite :

$$v_n = -1 - n.$$

3. a. On a l'expression suivante du terme  $v_{n+1}$  :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \frac{1}{u_{n+1} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{2 - u_n} - 1} = \frac{1}{\frac{1 - (2 - u_n)}{2 - u_n}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1 + u_n}{2 - u_n}} = \frac{2 - u_n}{-1 + u_n} = \frac{2 - u_n}{u_n - 1} = \frac{1 - (u_n - 1)}{u_n - 1} \\ &= \frac{1}{u_n - 1} - \frac{u_n - 1}{u_n - 1} = v_n - 1 \end{aligned}$$

On en déduit que la suite  $(v_n)$  est une suite arithmétique de raison  $-1$  et dont le premier terme a pour valeur :

$$v_0 = \frac{1}{u_0 - 1} = \frac{1}{0 - 1} = -1$$

Ainsi, la suite  $(v_n)$  a son terme de rang  $n$  qui admet l'écriture :

$$v_n = -1 - n.$$

b. On en déduit l'expression de la suite  $(u_n)$  :

$$\begin{aligned} v_n &= \frac{1}{u_n - 1} \\ -1 - n &= \frac{1}{u_n - 1} \end{aligned}$$

D'après le produit en croix :

$$\begin{aligned} (-1 - n) \cdot (u_n - 1) &= 1 \\ -u_n + 1 - n \cdot u_n + n &= 1 \\ u_n \cdot (-1 - n) &= 1 - 1 - n \\ -u_n \cdot (1 + n) &= -n \\ u_n &= \frac{n}{1 + n} \end{aligned}$$